IDEI CONTEMPORANE

PROVOCAREA ȘTIINȚEI

SOLOMON MARCUS

EDITURA POLITICĂ

IDEI CONTEMPORANE

SOLOMON MARCUS

PROVOCAREA ŞTIINŢEI

1988

EDITURA POLITICĂ
BUCUREŞTI

Redactor : ADELA BECLEANU IANCU

Coperta : VALENTINA BOROȘ

Cuprins

PREFAŢĂ 13

Provocarea gîndirii axiomatice

De la Euclid la Spinoza 19
Gîndirea axiomatică în ofensivă 20
Axiomatica, între fizică şi logică 22
O distincţie care nu a rezistat : axiomă-postulat 23
O nouă etapă a gîndirii axiomatice 25
Un popas la geometria lui Riemann . . . 26
Legătură tot mai strînsă între geometrie şi experiment 28
Copiii şi axiomatica 29
Posibilitatea dicţionarelor axiomatice . . . 31
În absenţa axiomelor, apare circularitatea . 33
Axiome logice şi axiome lingvistice . . . 35
Un moment esenţial : alegerea axiomelor . . 37
Cum se naşte un sistem de axiome . . . 38
Grupul lui Galois 39
Între axiomă şi interpretarea ei 41
Adevărul axiomelor sau al interpretărilor lor ? 42
Necontradicţia relativă 44
Independenţa unui sistem de axiome . . . 45
Cîteva cazuri mai dificile 47
Completitudine şi categoricitate 48

Categoricitatea unui sistem de axiome . . . 50
O axiomatizare a unei părți a geometriei plane. 52
Mai întîi concepte, apoi axiome 54
De la concepția tradițională la cea modernă . 55
Provocarea lui Gödel 57
Metamatematica 58
Teorema de incompletitudine 59
Paradoxul lui Richard 61
Numărătoarea Gödel 63
Și totuși, paradoxul nu poate fi evitat . . 64
O formalizare necontradictorie este incompletă . 66
Analogia cu paradoxul mincinosului . . . 69
Imposibilitatea unei demonstrații de necontradicție absolută 70
O mașină Gödel 71
Un sistem formal mai general 72
O teoremă abstractă de tip Gödel 74
O dilemă privind enunțurile adevărate, dar nedemonstrabile 75
O pereche bizară de enunțuri 77
Proceduri de decizie 78
Teorii decidabile și teorii nedecidabile . . . 79

Provocarea fizicii

Provocarea Einstein-Podolsky-Rosen . . . 82
Teorema lui Bell 85
Ipoteza „bootstrap"-ului 89
Fizică și topologie 92
Ideile lui Bohm 95
Strania matematică a mecanicii cuantice . . 98
Ordinea implicată, materia și energia . . . 102
De la fragmentare la unitate 105
Bohm despre timp 107
Este universul de natură holografică? . . . 110
Creierul ca hologramă 113

Provocarea medicinei

Momentul Magellan al medicinei 118
Liniar și circular 122
Liniaritatea ca sursă de boală 126
Factorul uman 129
La fiecare cinci ani devenim alții 132
Circularitatea ca destin 136
Medicina și structurile disipative 139

Știința provoacă filosofia; distincția discret-continuu

Pornind de la ipoteza lui Riemann 143
Natura intimă a lucrurilor 146
Conexiune și neîntrerupere 150
Întreg și parte; necuantificabilul 154
Mereologia ca generalizare a geometriei . . 158
Discretul științific și continuul poetic . . . 161
Matematica discretă o detronează pe cea continuă? 165
Discretul algoritmic, după D. E. Knuth . . 168
Ofensiva discretului 172
Discret, continuu și iar discret 175

Filosofia provoacă știința

„Neutralitatea etică" a științei 180
Inteligențele specializate 183
Provocarea lui Steiner 185
Provocarea lui Noica 188
Este filosofia științei filosofie? 191
Omul este interacțiunea sa cu lumea . . . 194
Este posibil un Monsieur Jourdain al științei? 198
Ce este exactitatea? 202
Exactitatea și adevărul în interacțiune . . . 205
Adevăr, sens, valoare 209

Provocarea energiei

Energie și timp 213
Economicul și tehnologicul în sistemul energetic 217

Fizica și Economia se provoacă reciproc . . . 220
Energie, istorie, cultură 224
Dincolo de combustibilii fosili 227
Organizare economică și energie 231
Prin entropie și informație, de la fizică la economie 234
Autoorganizarea și sistemele departe de echilibru 238
Din gîndirea energetic-entropică românească . 243

Provocarea științelor sociale

Unde începe știința? 247
Între model și teorie 249
Bunge și Singer despre teorie 251
Protoștiință, știință, observație și experiment . 253
De ce matematică în științele sociale? . . . 255
Matematica și modelarea socialului 257

Provocarea informației

Să primim, dar să și producem informație . 263
O mărturie personală 265
Acumulare, selecție, comprimare 267
Să mărim capacitatea de schimb a revistelor noastre 268
O imensă informație vine spre noi numai dacă ne îndreptăm noi spre ea 270
Știința orală și contactele directe 271
Informație și creativitate 272
Două exagerări de sens opus 274
Elogiul hîrtiei 276
De la papirus la hîrtie și de la hîrtie la tipar . 277
De la memoria hîrtiei la memoria calculatorului 279
Două stadii de alfabetizare 281

Provocarea limbajelor

Distincția limbă-limbaj 283
Limbaje umane, limbaje naturale, limbaje formale 285

Prioritatea limbajului articulat 287
Artificialul ca mijloc de înțelegere a naturalului 290
Gramaticile universale 292
Distincția natural-artificial 295
Limbaj uman = limbaj natural ? 296
Inferioritatea și privilegiul limbajelor artificiale 297
Limbaje pentru comunicarea internațională . 299
Replica lui Freudenthal 300
Limbajele artificiale specializate 301
Universaliile lingvistice 302
Statutul secvențelor corect formate . . . 303
Infinitatea 303
Decalajul dintre competență și performanță . 304
Semantică aditivă sau integrativă? . . . 305
Utilizări dincolo de finalitatea fixată inițial . 306
Prezența fenomenelor de ambiguitate . . . 307
Dubla articulare 308
Prezența unei retorici 310
Tendința spre poeticitate 310
Posibilitatea autoreferinței 312
Imposibilitatea învățării limbajului înainte de utilizarea sa 312
Limbajul științei și judecata publicului . . 313
Între Hjelmslev și Gödel 316
Provocarea limbajelor de programare . . . 319
Lingvistica matematică, azi 322
Forme noi ale interferenței lingvisticii cu matematica 326
Comunicarea umană: un fapt comun și o enigmă 330

Provocarea istoriei

Matematica și istoria 336
Istorie și strategie 341
Între discursul istoric și cel de ficțiune . . 345

De la Xenopol la Ferdinand de Saussure . 349
Istoria ca serialitate 354
Istoria ca text 358

Provocarea indicatorilor sociali
Introducere 363
Indicatorii sînt semne 365
O incursiune în semiotică 367
Indicatorii ca semne indiciale 371
Indicatorii şi problemele globale 373
Indicatorii ca semne iconice 376
Indicatorii ca simboluri 380
Funcţia simbolică şi contractul social . . . 382
Cultura — un comerţ cu semne 383
Indicatorii şi dezvoltarea umană 385
De la indicatori izolaţi la sisteme de indicatori 387
O încercare de sistematizare 389

Provocarea programelor şi manualelor şcolare
Cum a fost contestat Euclid 396
Spre o ştiinţă accesibilă celor mulţi . . 399
Cearta „matematicilor moderne" 403
Matematicienii provoacă pe fizicieni . . . 406
Utilitatea gratuitului 410
Geometrie, nu pleca! 413
René Thom despre rigoare 417

Provocarea socială şi culturală a matematicii
De la revoluţia ansamblistă la cea computaţională 422
De la prima la a doua revoluţie industrială . 423
Abolirea sau atenuarea unor vechi distincţii . 426
Mutaţii în structura proceselor de învăţare . 428
Matematica şi problemele globale ale omenirii . 431
Conştientizarea nevoii de matematică . . 433
Inteligenţa umană şi formarea gîndirii matematice 437

Atenție la calculator ! 438
Primejdii în folosirea calculatoarelor . . 440
Antrenamentul ludic anticipează gîndirea algoritmică 441
Interdisciplinaritatea — strategii și implicații . 444
Matematica și lumea tehnicii 446
Șansa culturală a matematicii 451
Cuprinsul în limbi străine 459

Prefață

Ambiguitatea din titlul acestei cărți este deliberată. Genitivul din *Provocarea științei* este în același timp subiectiv și obiectiv. Mai mult ca oricînd, știința provoacă și este provocată. Pe de o parte, știința a lansat, în secolul nostru, o provocare fără precedent la adresa culturii contemporane și a întregii societăți; pe de altă parte, comanda socială actuală se constituie într-o provocare majoră la adresa științei.

În secolul trecut, știința dobîndise un imens prestigiu, aureolat de figuri ca Louis Pasteur, care, prin descoperirea originii microbiene a unor boli, a devenit și a fost recunoscut ca un binefăcător al omenirii. Secolul nostru, atît de bogat în rezultate științifice care au revoluționat cunoașterea, ar fi trebuit să mențină și chiar să dezvolte prestigiul dobîndit anterior. Desigur, prestigiul științei nu a dispărut, dar el a fost umbrit de o contestare de amploare, ca urmare a folosirii unor descoperiri științifice în scopuri distructive. Așa se face că, în secolul nostru, știința și-a atras glorie și ponegrire deopotrivă. Cornelius Castoriadis (*Les carrefours du labyrinthe,* Collection Esprit, Seuil, Paris, 1978, p. 150) pune în legătură directă relația einsteiniană $E = mc^2$ (energia este egală cu produsul dintre masă și pătratul

vitezei luminii) cu hecatombele de cadavre de la Hiroshima și Nagasaki. Tot știința și tehnica sînt făcute uneori vinovate de deteriorarea mediului ambiant, datorită impulsului uneori nemăsurat pe care l-au imprimat proceselor de industrializare, procese care au condus la poluarea aerului și a apelor. Dintr-un articol publicat în „Comptes Rendus de l'Académie Royale de Belgique" aflăm că la unele confruntări (televizate) între medici și șarlatani au avut cîștig de cauză cei din urmă. Posibilele manipulări ale ingineriei genetice sînt și ele o sursă de neliniște ; pentru a nu mai vorbi de îngrijorarea determinată de imixtiunea calculatoarelor electronice în tot mai multe domenii de activitate. În unele țări, noile generații nu mai deprind cum se cuvine limba maternă, datorită obsesiei pe care o generează limbajele de calculator. Controversată a devenit și poziția socială a gîndirii științifice în raport cu gîndirea filosofică și cu cea artistică. Epitetul *științific* este de multe ori înlocuit cu cel pejorativ de *scientist*.

Nici o discuție serioasă nu poate eluda faptul că progresele științei au făcut posibilă autodistrugerea omenirii printr-o catastrofă nucleară. Unii spun : decît așa, mai bine ne lipseam de știință. Aceștia uită sau nu înțeleg faptul că, fără un progres corespunzător al științei, omenirea oricum s-ar sinucide, dacă nu prin război, atunci prin foamete. Nevoile umane ale unei omeniri în explozie demografică se multiplică deocamdată mult mai repede decît posibilitățile de a le satisface. Acest decalaj nu se poate micșora și lichida fără aportul revoluției științifice și tehnice contemporane.

Caracterul provocator al relațiilor actuale dintre știință și societate constă în faptul că fiecare dintre ele este silită de cealaltă să spargă tiparele dezvoltării anterioare și să dobîndească o nouă inteligență și o nouă organizare. Problemele globale ale omenirii obligă

știința să treacă la abordări interdisciplinare fără de care este de neconceput, de exemplu, depășirea crizei energetice, prin descoperirea și exploatarea unor noi surse de energie. La rîndul ei, știința actuală este mult mai complexă decît cea din secolul trecut, pretinde din partea celor care vor să o stăpînească mult mai multă inteligență și cultură decît era nevoie pentru asimilarea științei clasice. A apărut o nevoie vitală de ameliorare esențială a proceselor de învățare, deoarece nu mai este suficient să ne adaptăm la un mediu preexistent ; trebuie să modificăm mediul și societatea, să ne transformăm și noi în sensul în care anticipăm că este necesar. Știința și învățarea ei creativă au devenit condiții de supraviețuire a omenirii.

Copiii de azi *trebuie* deci să fie sau să devină mai inteligenți decît părinții lor, deoarece vor avea de făcut față unor situații inedite, la care nu vor putea reacționa prin simpla copiere a unor atitudini și procedee anterioare. Profesiile devin tot mai complexe și se transformă rapid, unele dispar, apar altele noi, nimeni nu poate anticipa cu exactitate evoluția lor, nici măcar pentru următorii 30 de ani. Știm însă că noile profesii vor fi puternic marcate de gîndirea științifică și tehnologică actuală, confruntată cu o mare varietate de fenomene inteligibile, dar inaccesibile observației directe, cu universul infinitului mic și cu cel al infinitului mare, cu o logică de multe ori alta decît cea aristotelică, a vieții curente.

Dar copiii de azi nu numai că trebuie, ci și *pot* să devină mai inteligenți decît părinții lor, deoarece noi nu utilizăm, deocamdată, decît o mică parte din posibilitățile creierului nostru ; capacitatea omului de a-și făuri tot felul de proteze fizice sau intelectuale este incomparabil mai mare acum decît anterior iar inteligența științifică și experiența socială ale momentului actual sînt net superioare celor din urmă cu 50 de ani.

Acesta este cadrul general al problemelor discutate în cartea de față, pentru care am selectat aspecte caracteristice ale provocărilor actuale ale științei. Modalitatea de abordare variază de la exegeză la mărturia unei experiențe personale, de la caracterul expozitiv la cel polemic, de la sinteza însoțită de exemplificări la impresii și note de lectură. Dincolo de varietatea tematică a capitolelor, interesele noastre în matematica fundamentală și aplicativă, în studiul limbajelor, al semnificației și comunicării au impus un numitor comun care, fără îndoială, nu va trece neobservat. Accesul la problematica globală a omenirii ne-a fost considerabil facilitat de colaborarea, timp de zece ani, cu Universitatea Națiunilor Unite (cu sediul la Tokio), la ale cărei proiecte internaționale „Obiective, procese și indicatori de dezvoltare" și „Aspecte economice ale dezvoltării umane" Universitatea din București a contribuit în cadrul unui contract pe care l-am coordonat. Tocmai aceste fapte imprimă cărții o anumită unitate de viziune.

Dacă, în general, problemele abordate sînt ale lumii în care trăim, referința specială la situația specifică a țării noastre revine mereu, explicit sau implicit, prilejuind concretizarea firească a unor idei care altfel ar risca să nu-și dezvăluie sensul exact. De-a lungul unei activități de mai multe decenii care ne-a pus în contact cu mii de tineri doritori să se afirme în viața științifică a țării noastre și pe care i-am putut urmări în evoluția lor profesională, cu toate implicațiile ei umane și sociale, am acumulat o experiență pe care simțim nevoia s-o punem în discuție, deoarece de modul în care vom orienta formarea științifică a noilor generații depinde esențial succesul marilor proiecte în care ne-am angajat. „Nu trebuie nici un moment să uităm că vom putea înfăptui obiectivele dezvoltării noastre numai și numai pe baza celor mai noi cuceriri ale științei și tehnicii în toate domeniile de activitate" spu-

nea tovarășul Nicolae Ceaușescu la Plenara din 9—10 decembrie 1986 a Comitetului Central al Partidului Comunist Român. Tot cu acel prilej, secretarul general al partidului sublinia faptul că „intrăm într-o etapă nouă de dezvoltare — și aceasta presupune și un nou nivel de pregătire profesională, tehnico-științifică și culturală".

Sub semnul acestor comandamente majore, provocările științei și ale tehnologiei nu pot fi eludate și nici măcar marginalizate. Ele se află în inima vieții sociale ; de aceea trebuie înțelese și controlate.

PROVOCAREA GÎNDIRII AXIOMATICE

De la Euclid la Spinoza

Importanța gîndirii axiomatice rezultă nu numai din rolul ei important în matematica modernă, în învățămîntul matematic școlar și universitar, ci și din răspîndirea ei în domenii tot mai variate ale cunoașterii.

Istoria exactă a metodei axiomatice nu este cunoscută. O ipoteză plauzibilă este aceea după care, ca urmare a crizei apărute în legătură cu descoperirea numerelor iraționale și a paradoxelor lui Zenon, în matematica greacă s-a simțit nevoia unei fundări mai riguroase a geometriei, nevoie care ar fi putut să culmineze cu metoda axiomatică elaborată de Euclid și concretizată în *Elementele* sale, scrise cu vreo 300 de ani înaintea erei noastre. Această metodă a fost folosită de Arhimede (287—212 î.e.n.) în fundarea mecanicii teoretice. În Cartea I a tratatului său, Arhimede pleacă de la 7 postulate și demonstrează 15 propoziții. Aproape 2 000 de ani mai tîrziu, în secolul al 17-lea, înregistrăm, în ordine cronologică, două utilizări, devenite celebre, ale metodei axiomatice : *Etica demonstrată în mod geometric* de unul dintre marii inițiatori ai filosofiei moderne, Baruch Spinoza, și *Philosophiae naturalis principia mathematica* de Isaac Newton. Este cunoscut faptul că

această operă a descoperitorului legii gravitației universale este organizată ca un sistem axiomatic-deductiv, în care legile mișcării apar ca postulate inițiale. Opera menționată a lui Spinoza este și ea organizată după modelul euclidian, așa cum de altfel sugerează chiar titlul ei. În lucrarea *La Philosophie* coordonată de François Châtelet (Marabout, Verviers, 1979) se face următorul comentariu pe marginea folosirii de către Spinoza a metodei axiomatice (vol. 2, p. 141): „Adevărul matematic se constituie ca un model al adevărului general: progresia din idei clare în idei clare, deduse din axiome evidente și din definiții univoce; ea îndepărtează în mod necesar orice preocupare străină conținutului introdus anterior, exclude orice noțiune care nu este direct cerută de premise. Prin aceasta, ea este singura metodă capabilă să degajeze ordinea lucrurilor. Pentru a te feri de prejudecăți, trebuie să raționezi în maniera geometrilor: plecînd de la definiții valabile, nu de la idei generale".

Gîndirea axiomatică în ofensivă

Desigur, am putea urmări în continuare utilizările celebre ale metodei axiomatice. Am putea evoca tratarea axiomatic-deductivă, de către Lagrange, a mecanicii analitice, spre sfîrșitul secolului al 18-lea, pentru ca apoi, din exemplu în exemplu, să ajungem la celebra lucrare a lui L. Bloomfield (*A set of postulates for the science of language*, Language, vol. 2, 1926, p. 26—31) privind axiomatizarea lingvisticii și la faimoasa tentativă de axiomatizare a biologiei, întreprinsă de J. H. Woodger (*The Axiomatic Method in Biology*, Cambridge Univ. Press, 1937), după care am putea trece la relatarea modului în care metoda axiomatică a proliferat în ultimii

50 de ani, necruțînd aproape nici unul dintre domeniile cunoașterii. Un exemplu semnificativ, care ne-a preocupat în cîteva lucrări, este cel al axiomatizării fonologiei (ramură a lingvisticii care se ocupă de funcția lingvistică a sunetelor vorbirii), axiomatizare inițiată de B. Bloch (*A set of postulates for phonemic analysis,* Language, vol, 24, 1948, no. 1). Nu au lipsit nici tentativele de axiomatizare a muzicii (P. Barbaud, *La musique, discipline scientifique,* Dunod, Paris, 1968 ; o tentativă mai elaborată este aceea întreprinsă de Anatol Vieru, *Cartea modurilor,* Editura Muzicală, 1980 și Dan Vuza, într-un ciclu de articole publicate în 1984—1986 în „Revue Roumaine des Mathématiques Pures et Appliquées", cu referire la teoria modurilor muzicale). O tentativă de axiomatizare a poeticii se află în cartea noastră *Poetica matematică* (Editura Academiei, 1970).

În ciuda acestei diversități privind exemplele de folosire a metodei axiomatice, trebuie totuși să observăm că pînă în urmă cu vreo 60 de ani domeniul predilect de folosire a metodei axiomatice l-a constituit geometria. În nici un alt domeniu al cunoașterii nu a fost gîndirea axiomatică mai mult aprofundată, testată în toate variantele posibile, ca în geometrie. Aceasta, probabil datorită modului atît de echilibrat în care geometria solicită observația și raționamentul, intuiția și logica, desenul și silogismul, activitatea empirică și cea teoretică. S-a discutat mult despre ceea ce reprezintă geometria din punctul de vedere al formării gîndirii, al înțelegerii a ceea ce constituie o teoremă și o demonstrație. În această privință, probabil că ideile cele mai profunde sînt cele care aparțin lui René Thom și pe care le prezentăm în capitolul „Provocarea programelor și manualelor școlare".

Axiomatica, între fizică și logică

Se poate spune fără exagerare că înțelegerea modernă a axiomelor și postulatelor, a metodei axiomatic-deductive a devenit posibilă în primul rînd datorită cercetărilor din domeniul geometriei; și pentru că geometria a fost concepută ca o încercare de descriere a spațiului fizic în care trăim, s-a atribuit axiomelor și postulatelor geometriei un caracter de necesitate logică. De exemplu, postulatul al cincilea al lui Euclid („postulatul paralelelor") se enunță, în forma sa autentică, în modul următor: „Dacă o dreaptă intersectînd două alte drepte determină unghiuri interioare de aceeași parte de măsură totală mai mică decît două unghiuri drepte, atunci cele două drepte, prelungite indefinit, se întîlnesc în acea parte în care măsura unghiurilor menționate este mai mică decît două unghiuri drepte".

Proclus (410—485) cerea eliminarea acestui enunț doar plauzibil, nu și motivat rațional. În timpul Renașterii și ulterior s-au făcut încercări de obținere a postulatului paralelelor din alte principii, negeometrice, pur logice. Abia în secolul al XIX-lea, odată cu apariția geometriilor neeuclidiene, s-a înțeles că postulatul paralelelor nu poate fi obținut pe cale pur logică din celelalte axiome și postulate ale geometriei euclidiene. Printr-o substituire adecvată a postulatului paralelelor, cu păstrarea intactă a celorlalte axiome și postulate, se obține geometria neeuclidiană — la fel de consistentă ca și cea euclidiană — descoperită de Lobacevski, Bolyai și Gauss. În această nouă geometrie, suma unghiurilor unui triunghi este mai mică decît suma a două unghiuri drepte, iar printr-un punct exterior unei drepte se pot duce o infinitate de paralele la dreapta respectivă. În 1854, Riemann a elaborat o altă geometrie neeuclidiană, la fel de consistentă logic, în care toate dreptele sînt de lungime finită iar suma unghiurilor

unui triunghi este mai mare decît suma a două unghiuri drepte. În această geometrie, printr-un punct exterior unei drepte nu se poate duce nici o paralelă la dreapta considerată.

A devenit astfel clar că dincolo de geometria ca știință a spațiului fizic în care trăim sau a unor extensiuni ale acestuia, se pot concepe și geometrii formale, construite pur logic. Dar ce relație există între cele două tipuri de geometrie ? Într-o lucrare din 1844, autorul, Grassmann, spune că încearcă o fundare abstractă a doctrinei spațiului, independentă de orice intuiție spațială, ca o disciplină pur matematică, a cărei aplicare la spațiu conduce la știința spațiului ; însă această din urmă știință, referindu-se la ceva existent în natură, nu este o ramură a matematicii, ci o aplicare a matematicii la natură. Grassmann lansează astfel conceptul de știință formală, caracterizată prin faptul că toate principiile ei sînt de natură logică, iar teoremele nu se referă direct la lumea reală, ci la postulatele și regulile logice adoptate.

O distincție care nu a rezistat : axiomă-postulat

Nu trebuie să confundăm originea unei discipline sau teorii cu forma la care ea evoluează. Fără îndoială că la origine geometria era o știință a spațiului fizic ; dar aceasta nu înseamnă că orice teorie ulterioară elaborată în cadrul geometriei își păstrează acest caracter. Pe de altă parte, între logic și fizic nu se rup legăturile, chiar dacă ele devin uneori foarte indirecte. Trebuie să distingem între matematică și aplicațiile ei.

Ca urmare a acestei optici, s-a impus o reexaminare a naturii propozițiilor inițiale, nedemonstrate, dintr-o teorie matematică. La Euclid, aceste propoziții inițiale sînt grupate

în axiome (=adevăruri evidente) și postulate (=fapte geometrice atît de simple și intuitive, încît validitatea lor poate fi acceptată). Spre deosebire de postulate, axiomele transcend geometria. O axiomă euclidiană, de exemplu, este enunțul „Întregul este mai mare decît orice parte a sa", în timp ce „O dreaptă poate fi prelungită indefinit" este un postulat. O atare distincție își are originea la Aristotel (secolul al patrulea înaintea erei noastre), care arată că orice știință demonstrativă trebuie să plece de la principii nedemonstrabile (altfel, numărul etapelor unei demonstrații ar fi nelimitat), care pot fi de două feluri : comune tuturor științelor (axiome) ; specifice unei științe particulare (postulate). Însă evoluția științelor — mai cu seamă evoluția lor recentă — a pus în evidență faptul că unele propoziții care puteau da impresia unor adevăruri absolute, universale, de exemplu axioma euclidiană „Întregul este mai mare decît partea" sînt mai degrabă contingente decît necesare. Axioma în discuție depinde de sensul pe care-l atribuim lui „mai mare decît". Astăzi știm ceea ce nu se știa pe vremea lui Euclid, anume că în ceea ce privește mulțimile infinite, dacă interpretăm pe „mai mare decît" în sensul inegalității dintre numere cardinale, atunci partea poate fi egală cu întregul (mulțimea numerelor pare are același număr cardinal ca și mulțimea numerelor întregi). Iată deci că propoziții care aveau odată statut de axiomă sînt transferate în rîndul postulatelor, cu alte cuvinte unele propoziții presupuse necesar adevărate se dovedesc a fi numai contingent adevărate. Propoziții ca „Partea este mai mică decît întregul" și postulatul paralelelor, în ciuda diferenței lor de natură, au cunoscut o evoluție de statut care, în cele din urmă, a pledat pentru renunțarea la distincția axiomă-postulat.

O nouă etapă a gîndirii axiomatice

Această etapă este marcată de publicarea de către David Hilbert, în 1899, a lucrării *Grundlagen der Geometrie* (Teubner, Leipzig), reluată apoi, de-a lungul anilor, în numeroase ediții noi. Hilbert renunță la termenul de *postulat,* acordînd statut de axiomă oricărei propoziții inițiale pe care o adoptă în cadrul convenției propuse. Unii termeni de bază, ca *punct* și *dreaptă*, sînt adoptați fără definiție. Hilbert face o grupare a axiomelor sale în cinci grupe, dar această clasificare este pur tehnică, neangajînd cu nimic statutul lor relativ privind adevărul și proprietatea de a fi mai mult sau mai puțin comune.

Un „precursor" al lui Hilbert, în ceea ce privește axiomatizarea geometriei, este M. Pasch *(Vorlesungen über neuere Geometrie,* Teubner, Leipzig, 1882), care pornește de la un număr redus de concepte și propoziții „nucleare", ce pot fi înțelese și acceptate pe baza experienței. Din aceste concepte nedefinite și propoziții nedemonstrate se deduc alte propoziții (teoreme). Baza intuitivă a conceptelor și propozițiilor nucleare nu intervine în demonstrații, acestea din urmă fiind complet independente de semnificația conceptelor geometrice și de eventuale desene. Nu pot fi luate în considerare decît relațiile specificate în propozițiile și definițiile folosite. În contradicție numai aparentă cu cele de mai sus, Pasch observă că în procesul de deducție este folositor și legitim, dar nu și necesar să te gîndești la semnificațiile termenilor ; dacă însă această condiție devine necesară pentru succesul demonstrației, atunci, chiar prin aceasta, se dovedește slăbiciunea ei.

Pasch observă, în continuare, că dacă o teoremă este dedusă riguros dintr-o colecție de propoziții inițiale (axiome), atunci deducția respectivă prezintă o semnificație care depășește teorema stabilită. Într-adevăr, înlocuind,

în mulțimea de axiome, termenii geometrici prin alți termeni, axiomele își păstrează valoarea iar deducția conduce la o nouă teoremă, care diferă de prima prin natura termenilor. Rezultă că printr-o singură demonstrație obținem o infinitate de teoreme, deoarece natura termenilor poate fi modificată într-o infinitate de feluri.

O orientare apropiată o are opera lui G. Peano *(I Principii di Geometria, Logicamenta Esposti,* Bocca, Turin, 1889), influențată de aceea a lui Pasch. Prin Peano se confirmă ideea după care, pe baza unui număr relativ mic de termeni nedefiniți, pot fi definiți toți ceilalți termeni care intervin în geometrie. Mai precis, Peano consideră o entitate nedefinită, punctul, și o relație nedefinită numită „între" („betweenness"). Această ultimă relație s-a dovedit a fi fundamentală în multe dintre organizările reușite ale geometriei, propuse în ultima parte a secolului al 19-lea (apare atît la Pasch cît și la Hilbert) ; ulterior, O. Veblen (*A system of axioms for geometry*, Transactions of the American Mathematical Society, vol. 5, 1904, p. 343—384) înlocuiește „între" printr-o relație de ordine, J. W. A. Young (*Monographs on Modern Mathematics,* Longmans, Green, New York, 1915) ameliorează axiomatica propusă de Veblen iar Gilbert de B. Robinson (*The Foundations of Geometry,* Univ. of Toronto Press, 1940) a realizat o combinare interesantă a sistemelor axiomatice propuse de Hilbert și Veblen.

Un popas la geometria lui Riemann

Acest tip de geometrie neeuclidiană, menționat într-un paragraf anterior, prezintă o importanță deosebită, fiind folosit în teoria relativității. Pentru a da o idee cît mai sugestivă despre geometria lui Riemann, să ne

imaginăm niște ființe plate care locuiesc pe o sferă de dimensiunea planetei noastre. O ființă de acest fel consideră, de-a lungul ecuatorului, o lungime AB de un metru. Apoi, la extremitățile acestei linii, ridică două perpendiculare AC și BD, de asemenea de lungime egală cu un metru. Presupunînd că ființele ipotetice considerate au oarecare cunoștințe de geometrie, ele vor interpreta liniile AC și BD ca drepte paralele, cu alte cuvinte echidistante oricît ar fi prelungite. Dacă însă vor încerca să testeze experimental această impresie, vor constata că, după zece milioane de prelungiri cu cîte un metru ale liniilor AC și BD, se ajunge la un punct de intersecție care este polul nord al sferei. Cu alte cuvinte, interpretînd cercurile mari ale sferei ca drepte ale ei, geometria sferică obținută este lipsită de drepte paralele. Să observăm că această asimilare a cercurilor mari cu dreptele este motivată de faptul că drumul cel mai scurt dintre două puncte ale sferei se măsoară pe cercul mare care le unește ; valorificarea practică a acestei observații a devenit de mult curentă.

Imaginea de mai sus, oricît ar putea să pară de extravagantă, are o acoperire științifică de o importanță considerabilă. Într-adevăr, în cadrul teoriei generale a relativității, propusă de Albert Einstein în 1912, s-a demonstrat că oamenii sînt, în Univers, comparabili cu aceste ființe plate, aceste furnici imaginare de pe sfera considerată mai sus. Numai că Universul este pentru noi mult mai puțin curbat decît sfera de mai sus pentru „furnicile“ de pe ea, într-atît încît geometria euclidiană continuă să convină, fără o eroare importantă, spațiului uzual. (De exemplu, valoarea numărului pi încetează de a fi exactă. La suprafața Pămîntului, primele zece cifre zecimale rămîn valabile. Pe Soare, însă, a șaptea cifră zecimală ar fi deja falsă. În toate cazurile, valoarea teoretică este diminuată).

Legătură tot mai strînsă între geometrie și experiment

Din cele de mai sus rezultă că universalitatea și imuabilitatea adevărurilor matematice sînt uneori numai aparente. Nici un spațiu nu exprimă de o manieră universală percepția umană. Marcel Boll (*Histoire des Mathématiques*, Presses Universitaires de France, Paris, 1974, p. 111—116), de la care împrumutăm aceste considerații, vede în geometria lui Riemann ultimul cui la sicriul spațiului absolut și primul cui la sicriul pretinselor entități absolute ale fizicii secolului al XIX-lea (a se vedea și Eric-Temple Bell, *Les grands mathématiciens*, Payot, Paris, 1939).

După apariția teoriei generale a relativității, era de ales între următoarele două posibilități :

1° Din respect pentru tradiție, păstrăm geometria euclidiană, dar sîntem obligați să admitem, ca principiu suplimentar, legea gravitației universale a lui Newton (1687).

2° Recunoaștem că spațiul nostru este riemannian. De aici rezultă întreaga geometrie elementară. În plus, deducem inerția materiei, atracția universală și toate excepțiile în raport cu teoria newtoniană. Paul Couderc (*La relativité*, Presses Universitaires de France, Paris, 1940) observă că gravitația împiedică spațiul nostru de a fi euclidian. Într-un cîmp gravitațional, nu numai că nu mai există paralele, dar însăși noțiunea de linie dreaptă își pierde semnificația.

Evident, nu există nici o îndoială asupra alegerii celei de a doua variante. După cum observă Leon Brunschvigg (*La physique du vingtième siècle et la philosophie*, Hermann, 1936), Einstein nu a deschis, ci a închis o criză. Geometria cu trei dimensiuni a devenit prima și cea mai simplă dintre teoriile fizice (Ferdinand Gonseth, *Les mathématiques et la réalité*, Presses Universitaires de France, 1936).

Secolul nostru marchează deci o legătură din ce în ce mai strînsă între geometrie și științele experimentale. Dacă secole de-a rîndul, de la Descartes încoace, matematica a adus mari servicii mecanicii și fizicii, acestea din urmă și-au plătit la rîndul lor datoria, acționînd asupra fundamentelor matematicii, sugerîndu-i concepte (ca *vector, tensor, spinor, matrice*) care au generat domenii noi, în timp ce ramuri importante ale fizicii (ca electricitatea sau termodinamica) au căpătat o structură deductivă, luînd ca punct de plecare unele principii experimentale foarte generale.

Copiii și axiomatica

Fatul că la baza oricărei discipline trebuie să se afle anumite propoziții care nu se demonstrează este inevitabil. Într-adevăr, dacă am cere fiecărui enunț să fie demonstrat, atunci, tot mergînd înapoi, la enunțurile pe care se bazează demonstrațiile, vom obține un șir infinit de pași deductivi anteriori, nici o oprire nefiind posibilă. Singura posibilitate de a fixa o limită acestui proces, deci de a-l reduce la un număr finit de pași, este de a selecta un număr de propoziții pe care le acceptăm fără demonstrație, nu neapărat pentru că prin natura lor ar fi evidente, ci pentru că prin convenție le considerăm ca propoziții de plecare (eventual datorită experienței intuitive pe care ele o cumulează). Metoda axiomatic-deductivă este, din acest punct de vedere, comparabilă cu un joc, unde este absolut necesar să fixăm unele reguli de desfășurare.

O disciplină nu ajunge la faza axiomatic-deductivă decît într-o etapă de maturitate a ei. La fel, individul uman ajunge la înțelegerea necesității unei abordări axiomatic-deductive numai pe măsură ce se maturizează. Copiii acceptă greu un enunț pe o bază pur convențională și au tendința de a pune întrebări la

nesfîrșit, sub forma unui (potențial) infinit de *de ce*-uri. Un băiețel de patru ani întreabă pe tatăl său de ce trebuie să se ducă să se culce. Tatăl îi răspunde că are nevoie să se odihnească. Băiețelul întreabă atunci de ce are nevoie să se odihnească. „Pentru ca mîine să fii din nou în stare să te joci cu prietenii tăi", îi răspunde tatăl. „Și de ce trebuie să mă joc mîine cu prietenii mei ?" întreabă băiețelul. „Pentru că ești copil", îi replică tatăl. „— Și de ce sînt copil ?". „Asta este, termină cu întrebările și du-te la culcare", răspunde, la limita răbdării, tatăl. Observăm, în acest dialog, tendința tatălui de a-și impune „axioma lui", faptul că un copil trebuie să se joace cu prietenii săi. Desigur, jocul dialogului putea continua, sau lua o altă turnură. Tatăl putea răspunde „Pentru că ești copil și un copil trebuie să facă multă mișcare". Dar atunci copilul putea întreba „De ce să fac mișcare cu prietenii mei ?" — „Ca să te obosești într-un mod plăcut" putea răspunde tatăl. — „Și de ce să mă obosesc într-un mod plăcut ?" — „Ca să te poți duce după aceea să te culci". Dar aici ar fi putut urma exact întrebarea inițială a copilului, intrîndu-se astfel într-un cerc vicios, deci în riscul de a reface secvența inițială de întrebări și răspunsuri. Copilul trebuie să se culce pentru că... trebuie să se culce. În cartea *Timpul* (Editura Albatros, 1985, p. 253) am relatat un alt dialog de acest fel, care pune în evidență riscul caracterului circular al realizării potențialului uman. Nu este bună deci calea aceasta ? Poate nu e nici cea mai educativă. La întrebarea copilului „De ce să mă joc mîine cu prietenii mei ?" poate că ar fi trebuit să se răspundă „Pentru că jucîndu-te îți păstrezi sănătatea și îți ascuți inteligența într-un mod plăcut" etc. etc. Alte alegeri, alte axiome, a căror evitare totală nu este posibilă decît cu prețul unor cercuri vicioase. Sînt oare însă aceste cercuri chiar atît de vicioase ? Nu cumva

sînt ele, cel puțin uneori, de preferat căii axiomatice ?

Posibilitatea dicționarelor axiomatice

Greu de dat un răspuns general valabil la aceste întrebări. Logica sistemică, atît de importantă în viziunea modernă în știință, este una a circularității, dar a unei circularități nevicioase. Dar nu cumva alegem, și în unele probleme practice, soluția circulară, nu cea axiomatică ? Să ne gîndim la modul în care sînt alcătuite dicționarele. Iată, deschid la întîmplare *Mic dicționar enciclopedic*, ediția a doua (1978), la pagina 291 și găsesc cuvîntul *detaliu* explicat prin *amănunt*. Deschid la acesta din urmă și găsesc „element neesențial al unui obiect, al unui fenomen, al unui eveniment ; detaliu". Circularitatea a și apărut, dar nu ne deranjează. Cuvintele se explică unele prin altele, fără a lăsa unele dintre ele neexplicate, deoarece limba formează un sistem cu o puternică bază empirică, un sistem care se dezvoltă în cadrul unei experiențe sociale la care participăm. Există, în această ordine de idei, o extraordinară capacitate explicativă pe care o creează contextul. Am studiat această problemă într-un articol, *Semnificație de dicționar și semnificație de context* (în volumul colectiv *Educație și limbaj*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1972, p. 63—70). O contribuție interesantă în acest sens aparține matematicianului și profesorului Miron Nicolescu (*Problème du dictionnaire axiomatique*, în „Cahiers de Linguistique Théorique et Appliquée" vol. 5, 1968, p. 173—176), după care am publicat un articol în aceeași problemă (*Définitions logiques et définitions linguistiques*, în revista „Langages" nr. 19, Paris, 1970, p. 87—91). Explicațiile date în dicționare nu sînt definiții în sensul logic al cuvîntului, de exemplu ele nu respectă exigența

elementară de a nu se utiliza într-o definiție chiar termenul de definit. Este adevărat că, de cele mai multe ori, acest caracter circular se manifestă indirect; folosim pe b în definirea lui a, pe c în definirea lui b și pe a în definirea lui c. Această natură indirectă a circularității variază, ca grad, de la un cuvînt la altul și de la un dicționar la altul. Se poate introduce un indice de circularitate n asociat unui cuvînt a și definit ca cel mai mic număr întreg n cu proprietatea că există un șir $x_0, x_1, x_2, ..., x_n$, de $n+1$ termeni, astfel încît $x_0 = a$; x_i este folosit în definirea lui x_{i-1} (pentru orice i mai mare decît zero și mai mic sau egal cu n); există un număr întreg j nenegativ și inferior sau egal cu n, astfel încît x_j este folosit în definirea lui x_n. Dacă nu există nici un număr n cu această proprietate, convenim să spunem că indicele de circularitate al cuvîntului a este infinit.

Ne putem însă întreba dacă este posibil ca indicele de circularitate să fie infinit. Răspunsul este negativ. Într-adevăr, să admitem, prin absurd, existența unui cuvînt a al cărui indice de circularitate este infinit. Aceasta ar însemna ca fiind dat un șir finit de cuvinte $x_0, x_1, \ldots, x_n$, unde $x_0 = a$ și unde fiecare termen x_i este folosit în definirea lui x_{i-1} (pentru i strict cuprins între zero și $n + 1$), să nu existe nici un număr întreg j nenegativ și inferior sau egal cu n astfel încît x_j să fie folosit în definirea lui x_n. În particular, aceasta înseamnă că pentru i strict inferior lui k (unde i și k sînt întregi nenegativi care nu întrec pe n), x este diferit de x_k, deoarece altfel x_i ar fi folosit în definirea cuvîntului x_{k-1}, în ciuda faptului că i nu întrece pe k—1, în contradicție cu ipoteza. Ținînd seamă de faptul că vocabularul unei limbi este finit — fie m numărul cuvintelor din vocabular — putem alege un n superior lui m și, în aceste condiții, șirul $x_0, x_1, \ldots, x_n$ nu va putea evita circularitatea. *Ajungem în acest fel la o concluzie mai pre-*

cisă decît simplul fapt al finitudinii indicelui de circularitate al oricărui cuvînt ; acest indice nu este numai finit, ci şi mărginit, deoarece nu poate întrece numărul cuvintelor din vocabular.

În absenţa axiomelor, apare circularitatea

Cazul cel mai scandalos este cel al cuvintelor de indice de circularitate egal cu zero. Îl găsim prezent atît în dicţionare ale limbii române cît şi în dicţionare ale altor limbi. Astfel, în *Mic dicţionar enciclopedic* (ediţia 1978) găsim, în dreptul conjuncţiei *de* explicaţia „exprimă raporturi de subordonare", care conţine chiar cuvîntul *de*, însă cu funcţie de prepoziţie. Pe de altă parte, în dreptul prepoziţiei *de*, găsim, în acelaşi dicţionar, explicaţia : „Introduce un atribut care exprimă natura obiectului determinat, materia... sau elementele constitutive..., raportul de filiaţie..., conţinutul..., apartenenţa..., indică autorul..., subiectul acţiunii... sau obiectul ei..., relaţia..., locul... ; timpul..., provenienţa..., destinaţia...". După cum constatăm, explicaţia prepoziei *de* se prevalează ea însăşi de această prepoziţie. Nu intrăm în analiza acestor situaţii delicate, privind relaţia dintre limbajul-obiect şi metalimbaj, într-un dicţionar. Această formă extremă de circularitate se confundă cu tautologia, deoarece revine la definirea unui cuvînt chiar prin cuvîntul respectiv. Poate vreun erou al lui Caragiale s-o fi practicat.

Sînt destul de frecvente cuvintele de indice de circularitate egal cu unitatea. Un exemplu a fost dat mai sus *(amănunt-detaliu)*. Un alt exemplu este dat de Miron Nicolescu (*op. cit.*) şi se referă la *Petit Larousse illustré*, unde *de* e explicat prin *préposition* iar *préposition* prin „mot invariable qui joint deux autres mots en établissant un rapport de dépendance entre eux" (cuvînt invariabil care leagă două alte

cuvinte, stabilind un raport de dependență între ele).

Intuiția imposibilității definițiilor logice în dicționare există la unii autori, cum ar fi Alain Rey, coordonatorul celebrului dicționar ROBERT al limbii franceze. Acesta scrie (în *A propos de la définition lexicographique*, Cahiers de Lexicologie, vol. 6, 1965, no. 1, p. 67—80): „...se pare deci că trebuie să tragem concluzia imposibilității practice a unei definiții logice, capabile să grupeze elementele necesare și suficiente pentru elaborarea unui concept care să poată fi izolat și asociat de o manieră biunivocă unei anumite unități lexicale" (loc. cit., p. 80). Putem construi un dicționar prin analogie cu teoriile axiomatic-deductive, unde anumiți termeni sînt adoptați fără definiție (de exemplu cuvîntul *mulțime* în teoria mulțimilor)? Putem atribui anumitor cuvinte un statut de cuvinte-axiomă? Un răspuns afirmativ la aceste întrebări conduce la ceea ce Miron Nicolescu a numit „dicționar axiomatic". Miron Nicolescu demonstrează că într-un dicționar fără circularitate prezența unei mulțimi nevide de cuvinte-axiomă este obligatorie. Cum însă dicționarele lingvistice obișnuite au ambiția de a defini toate cuvintele, circularitatea devine inevitabilă.

Plecînd de la o mulțime A_0, de cuvinte-axiomă, se obțin, cu ajutorul cuvintelor din A_0, definiții ale cuvintelor formînd o mulțime, A_1. Apoi, folosind cuvintele din reuniunea lui A_0 cu A_1, definim noi cuvinte, alcătuind o mulțime A_2. Fie n cel mai mare număr natural astfel încît mulțimea A_n a cuvintelor definite cu ajutorul cuvintelor din reuniunea mulțimilor $A_0, A_1, \ldots, A_{n-1}$ este nevidă. Putem considera că mulțimea A_0 a cuvintelor-axiomă a fost bine aleasă dacă reuniunea mulțimilor A_i pentru i mergînd de la zero la n epuizează cuvintele limbii. În cazul contrar, mulțimea A_0 nu este bine aleasă, deoarece rămîn cuvinte care nu pot fi definite pe baza exclusivă a

cuvintelor anterioare. Cu cît numărul cuvintelor rămase nedefinite este mai mare, cu atît este mai inadecvată mulțimea A_0 în rolul de mulțime a cuvintelor-axiomă. Să ne plasăm însă în cazul în care mulțimea A_0 a fost bine aleasă. Calitatea mulțimii A_0 poate fi și ea apreciată după anumiți parametri. Pe de *o* parte, este de dorit ca ea să fie cît mai redusă, pe de altă parte, este de dorit ca numărul n al etapelor prin care, pornind de la A_0, epuizăm vocabularul limbii, să fie cît mai mic. Dar aceste deziderate sînt relativ incompatibile, doarece este clar că amplificarea mulțiimii A_0 mărește posibilitatea reducerii lui n iar reducerea lui A_0 micșorează această posibilitate. Unele experimente în acest sens ar fi utile. Cuvintele pot fi clasificate, în raport cu A_0, după gradul lor de complexitate; cuvintele din A_i au gradul de complexitate i (este clar că mulțimile A sînt disjuncte două cîte două).

Axiome logice și axiome lingvistice

Aici trebuie să facem o observație. Din punct de vedere strict logic, mulțimile $A_2, A_3, \ldots, A$ sînt vide, vocabularul fiind epuizat de reuniunea lui A_0 cu A_1. Într-adevăr, dacă a aparține lui A_2, atunci a poate fi definit cu ajutorul unor cuvinte din reuniunea lui A_0 cu A_1. Însă cuvintele din A_1 pot fi definite cu ajutorul unor cuvinte din A_0; înlocuindu-le, în definiția lui a, prin definițiile formulate exclusiv pe baza cuvintelor din A_0, vom obține o definiție a lui a care folosește exclusiv cuvinte din A_0; dar, în aceste condiții, cuvîntul a aparține lui A_1, în contradicție cu ipoteza apartenenței sale la A_2. Deci presupunerea că A_2 ar fi nevidă ne-a dus la o contradicție.

Din punct de vedere lingvistic și practic, însă, situația se prezintă într-un mod cu totul diferit. Înlocuirea, în definiția lui a, a cuvintelor din A_1 prin definițiile lor cu ajutorul

cuvintelor-axiomă poate conduce — și aceasta frecvent — la o frază mult prea lungă, pe care n-o mai putem stăpîni și înțelege, o frază care are multe șanse să fie agramaticală sau/și ambiguă, dacă nu chiar lipsită de sens. Fraza astfel obținută, chiar dacă, în cel mai bun caz, este acceptabilă ca structură, deci din punctul de vedere al competenței lingvistice, devine incomodă, dacă nu chiar imposibilă sub aspectul performanței lingvistice.

Ierarhia de mulțimi $A_0, A_1, ..., A_n$ are un sens riguros dacă este considerată în raport cu un dicționar axiomatic de tipul celui preconizat de Miron Nicolescu. Numai că un atare dicționar nu există încă pentru nici o limbă naturală. Pentru a ne da seama de diferența dintre punctul de vedere logic și cel lingvistic, să considerăm următoarea mulțime A_0 de cuvinte ale limbii franceze : A_0={*végétal, bois, taille, grande, dur, très, à, de*}. Avem deci opt cuvinte-axiomă. Cuvîntul *arbre* are atributele definitorii „végétal, de grande taille", deci aparține lui A_1. În *Le Plus Petit Larousse* cuvîntul *chêne* este definit prin „arbre à bois très dur", deci *chêne* aparține lui A_2. Dacă înlocuim, în această formulare, pe *arbre* prin „végétal de grande taille" obținem o formulare care-l aduce pe *chêne* în A_1, dar cu prețul unei definiții mai complicate : „végetal de grande taille, à bois très dur". În alte cazuri intervin complicații mai mari : fie mulțimea de cuvinte-axiomă A_0 = {*tout, organisé, vertebré, doué, aquatique, mouvement, sensibilité, ce, de, et, qui, est*}. Cuvîntul *être* este definit prin „tout ce qui est", deci es află în A_1. Cuvîntul *animal* se definește prin „tout ce qui est organisé, doué de mouvement et de sensibilité", deci se află și el în A_1. *Poisson* este definit prin „animal vertebré aquatique" deci se află în A_2. Îl putem aduce în A_1, dacă înlocuim *animal* prin definiția sa, dar atunci obținem „tout ce qui est organisé, doué de mouvement et de sensibilité, vertebré aqua-

tique", expresie ambiguă, cam agramaticală și cam incomodă din punctul de vedere al performanței lingvistice. Deci este preferabil să-l păstrăm pe *poisson* în A_2.

Un moment esențial: alegerea axiomelor

Lingviștii au fost atrași de această problematică. Autori ca Mario Alinei, Angela Bidu Vrănceanu, Narcisa Forăscu au examinat detaliat semnificațiile posibile ale unui dicționar axiomatic și ale unor eventuale elemente lingvistice cu caracter de axiomă. S-a pus problema dacă axiomele trebuie să fie, în mod obligatoriu, elemente ale lexicului sau ele ar putea fi elemente de o natură specială, situate într-un alt plan decît cuvintele; de exemplu, s-a discutat dacă elementele-axiomă n-ar putea fi anumite trăsături distinctive (eventual cu caracter binar) sau anumite categorii semantice, sintactice, morfologice sau/și fonologice. Dar contribuția cea mai interesantă pare să fie aceea datorată Giovannei Massariello Merzagora (*La Lessicografia,* Nicola Zanichelli, Bologna, 1982—1983). Această autoare a efectuat un experiment privind circularitatea totală a definițiilor lexicografice ale substantivelor italienești, așa cum apar ele în *Dizionario Macchina dell' Italiano.* Pentru fiecare substantiv s-a format lanțul corespunzător de definiții succesive (așa cum s-a procedat în definirea indicelui de circularitate), lanțul oprindu-se în momentul închiderii cercului. S-a calculat de fiecare dată indicele de circularitate, obținîndu-se informații interesante privind interacțiunea dintre diferite nivele lingvistice și consecințele fenomenelor de circularitate. Întreaga investigație a beneficiat de asistența unui calculator electronic, asistență asigurată de un informatician.

Este clar că, în toate considerațiile de mai sus, alegerea axiomelor constituie unul dintre

momentele celc mai delicate ale demersului. Nici o rețetă nu se poate recomanda în această privință. Alegerea este în același timp foarte liberă, pentru că este practic infinită, dar și foarte restrictivă, deoarece trebuie să satisfacă o serie de deziderate intuitive și logice, satisfacere niciodată deplină, asupra căreia revenim mereu în procesul înaintării dinspre axiome spre teoreme. Axiomele sînt testate în diferite feluri și ameliorate mereu, pe măsură ce înaintăm în domeniul care face obiectul axiomatizării. Caracterul experimental al întregului demers nu poate fi eludat.

Cum se naște un sistem de axiome

Așa cum am văzut într-o etapă anterioară, dezvoltarea matematicii în ultima sută de ani a cunoscut o orientare nouă a gîndirii axiomatice, în sensul alegerii axiomelor exclusiv după anumite criterii combinatoriale și logice, fără referire la eventuala lor semnificație fizică, psihologică, socială sau de altă natură. Această atitudine este tipică pentru matematicianul pur. Ea poate conduce și la exerciții intelectuale gratuite, sub forma unor jocuri ezoterice. Dar de obicei acest caracter gratuit este numai o aparență. Să considerăm, de exemplu, un sistem de axiome cum este acela care definește noțiunea algebrică de grup. Acest sistem este rezultatul observării multor formațiuni algebrice particulare și a modului în care ele se comportă față de anumite operații: mulțimea numerelor întregi în raport cu operația de adunare; mulțimea numerelor raționale în raport cu operația de adunare; mulțimea numerelor reale și mulțimea numerelor complexe în raport cu adunarea; mulțimea translațiilor din plan; mulțimea deplasărilor în spațiul euclidian cu trei dimensiuni;

mulțimea rotațiilor în jurul unei axe (acestea trei din urmă, toate în raport cu operația de compunere); mulțimea polinoamelor peste corpul numerelor reale, în raport cu operația de adunare; mulțimea permutărilor unei mulțimi de n elemente, în raport cu operația de compunere și multe altele. Examinarea unor situații atît de variate conduce la observația că, dincolo de eterogenitatea lor, exemplele de mai sus prezintă un numitor comun foarte important, în sensul că toate intră drept cazuri particulare într-un comportament mai general. Într-adevăr, în fiecare exemplu de mai sus este vorba de o mulțime G nevidă înzestrată cu o lege de compoziție (operație) care asociază oricărei perechi ordonate (x, y) de elemente din G un element unic $x \times y$ din G, astfel încît să fie satisfăcute condiția de asociativitate ($(x \times y) \times z = x \times (y \times z)$ pentru orice x, y și z din G), condiția de existență în G a unui element neutru e ($e \times x = x \times e = x$ pentru orice x din G) și condiția de existență a elementului simetric (pentru orice x din G există x' în G astfel încît $x' \times x = x \times x' = e$).

Grupul lui Galois

Există, pentru noțiunea de grup, și alte sisteme de axiome, echivalente cu cel de mai sus. Găsirea acestor sisteme echivalente și stabilirea teoremelor care decurg din ele au constituit multă vreme obiectul unor cercetări importante. Astfel, se demonstrează că elementul neutru e, a cărui existență este afirmată de axioma a doua, este unic determinat în G; de asemenea, elementul simetric x' al lui x, a cărui existență este afirmată de axioma a treia, este și el unic determinat. Construcția axiomatic-deductivă a teoriei grupurilor este de o deosebită amploare și profunzime. Ca unul dintre foștii studenți ai profesorului Dan Barbilian, am beneficiat de cursul de teoria

grupurilor al acestuia, curs în care sistemul de axiome ale grupului era studiat sub toate aspectele posibile (economicitate, necontradicție, echivalență etc.), iar consecințele acestui sistem de axiome erau și ele duse foarte departe.

Este deci clar că a fost nevoie ca experiența matematică să fie confruntată cu foarte multe situații particulare „izomorfe", privind comportamentul unei mulțimi în raport cu o operație internă, pentru ca să se poată degaja noțiunea de grup. Cel care a degajat conceptul de grup și a realizat semnificația sa fundamentală în studiul ecuațiilor algebrice este Evariste Galois, născut în 1811 și decedat în duel la numai 21 de ani. Galois a asociat fiecărei ecuații algebrice (adică de forma $P(x)=0$, unde $P(x)$ este un polinom de grad n, cu coeficienți reali) un anumit grup de transformări care ulterior a primit numele de *grupul lui Galois al ecuației.* Teorema lui Galois afirmă, în mod precis, că o ecuație algebrică este rezolvabilă prin radicali dacă și numai dacă grupul asociat este rezolubil (proprietate pe care nu o mai definim aici). Important este faptul că acest grup al lui Galois nu este format din numere, ci din anumite tipuri de transformări. De fapt, anumite grupuri finite, cu elemente numerice, fuseseră studiate anterior lui Galois de către Augustin-Louis Cauchy (1789—1837), care considerase grupuri ale căror elemente erau aplicații.

Dacă imposibilitatea rezolvării generale, prin radicali, a ecuațiilor de grad superior lui 4, adică imposibilitatea exprimării soluției generale a unei astfel de ecuații prin folosirea unui număr finit de operații raționale și extrageri de rădăcină aplicate coeficienților ecuației, fusese stabilită încă de Niels Henrik Abel în 1826, rezultatul lui Abel este regăsit, pe o cale mai elegantă, de către Galois care, în plus, caracterizează cu ajutorul noțiunii de grup ecuațiile algebrice rezolvabile prin radi-

cali. Putem spune că de la Abel aflăm că ecuațiile algebrice de grad superior lui 4 nu sînt, în general, rezolvabile prin radicali, în timp ce de la Galois nu numai că aflăm din nou acest fapt, pe o cale mai elegantă, dar înțelegem rațiunea profundă a comportamentului dezvăluit de Abel.

Între axiomă și interpretarea ei

Pentru a înțelege mai bine metamorfoza care s-a produs cu sistemele axiomatice în timpurile moderne, să ne referim la ameliorările moderne ale sistemului de axiome al geometriei lui Euclid. Termeni ca *punct* și *dreaptă* rămîn aici nedefiniți. Să presupunem că includem, printre axiome, postulatul lui Euclid după care există o dreaptă și numai una care conține două puncte date. Deși *punct* și *dreaptă* sînt aici folosite independent de semnificația lor obișnuită, este greu să facem abstracție de această semnificație. Mai judicios ar fi să spunem x și y. În acest caz este imposibil să mai atribuim un sens intuitiv enunțului : Există un y și numai unul care conține doi x dați. Să presupunem că persoana căreia i se propune acest enunț are trei copii, Ion, Ana și Radu, care au format un club cu trei comitete de cîte doi : {Ion, Ana}, {Ion, Radu}, {Ana, Radu}. Cu această imagine în minte, el adoptă următoarea interpretare : x este unul oarecare dintre copiii săi iar y este unul oarecare dintre cele trei comitete ale lor. Atunci postulatul de mai sus devine : Există un comitet și numai unul care conține doi anumiți dintre cei trei copii. În această interpretare particulară el poate spune că postulatul este adevărat.

Să presupunem acum că mama celor trei copii, care tocmai se pregătește să se ducă după niște cumpărături, imaginează un anumit sistem alcătuit din diferite tipuri de mo-

nede și diferite tipuri de pungi, unele mai mari, altele mai mici, adecvate pentru păstrarea monedelor. Interpretînd pe x ca monedă și pe y ca pungă, ea va fi tentată să interpreteze postulatul de mai sus în felul următor : Există o pungă și numai una care poate păstra două anumite monede. Însă, în această interpretare, postulatul poate deveni fals, deoarece o pungă mică (în care se află, să spunem, monede de 25 de bani) se poate afla închisă într-o pungă mai mare (în care se află, de exemplu, monede de cîte 3 lei). În acest fel, nu mai este adevărat că pentru două monede de cîte 25 de bani există o singură pungă care le conține. Mai e posibil ca două monede să se afle pe masă ; pentru ele, nu va exista nici o pungă care le conține.

Toată această discuție este de natură să arate că pentru un postulat abstract, care conține termeni nedefiniți, problema adevărului nu are sens decît în raport cu diferite interpretări posibile ale postulatului respectiv, nu și în raport cu postulatul ca atare. Axiomele, într-o știință abstractă, sînt ca regulile într-un joc. Nu are sens să te întrebi dacă, de exemplu, regula de folosire a pionului, la jocul de șah, este adevărată sau falsă.

Această nouă etapă în conceperea sistemelor axiomatice este organic legată de numele marelui matematician german David Hilbert (prima parte a secolului nostru).

Adevărul axiomelor sau al interpretărilor lor ?

Am văzut în discuția anterioară că, într-un sistem axiomatic abstract, problema adevărului unei axiome nu are sens, deoarece termenii rămîn aici nedeterminați, avînd statutul unor *variabile*. Numai într-o anumită *interpretare* a sistemului de axiome, problema adevărului capătă sens. Utilizarea variabilelor conferă sistemelor axiomatice moderne o mare gene-

ralitate și, prin aceasta, se realizează o mare *economie de gîndire,* care, în același timp, pune în evidență *izomorfismul* unor situații în aparență foarte eterogene. Dincolo de varietatea lor, aceste sisteme axiomatic-deductive au aceeași structură, constînd din patru componente : termeni nedefiniți ; axiome privind termenii nedefiniți ; definițiile în care intervin termenii nedefiniți ; teoreme deduse din axiome pe baza unor reguli explicit formulate.

Față de avantajul de a evita problema spinoasă a adevărului, pe care o transferă diferitelor interpretări posibile, sistemele axiomatic-deductive moderne ar putea să dea impresia că nu mai sînt confruntate cu dificultăți majore. Dificultățile însă rămîn, numai că-și schimbă natura. Pe primul plan trece acum structura logică a sistemului axiomatic-deductiv. Principala cerință devine aceea a consistenței, adică a lipsei de contradicție ; aceasta înseamnă că un sistem de axiome nu poate fi acceptat dacă din ele se pot deduce două teoreme contradictorii, adică două enunțuri de forma *A* și *non A.* Dar cum se poate controla aceasta ? În general, dintr-un sistem de axiome se pot deduce o infinitate de teoreme, deci niciodată nu avem o listă completă a lor, pentru a verifica, prin confruntare directă, consistența. Numai din faptul că, din această infinitate, cunoaștem o mie de teoreme și că printre acestea nu se află nici o pereche de forma *(A, non A)* nu putem deduce consistența sistemului respectiv de axiome.

În fața acestei dificultăți, matematicienii au recurs la următorul criteriu practic de consistență : Existența unei interpretări a termenilor nedefiniți (adică a variabilelor) pentru care toate axiomele sistemului se transformă în enunțuri adevărate. O interpretare de acest fel constituie, prin definiție, un *model* al sistemului axiomatic-deductiv considerat. Importanța modelului constă în faptul că, odată cu transformarea axiomelor în enunțuri adevă-

rate, toate teoremele sistemului devin, în cadrul modelului, enunțuri adevărate. Putem spune că, prin interpretare, o *teorie abstractă* (reprezentată de sistemul axiomatic deductiv) devine o *teorie concretă*. Dar cum explorăm posibilele interpretări ale unui sistem de axiome ? Dacă axiomele sînt desprinse dintr-o situație empirică, chiar această situație va furniza o interpretare posibilă, prin parcurgerea drumului invers, de la axiome la situația empirică sau experimentală. Însă un model empiric nu oferă garanție pentru generalitatea unui adevăr ; el poate constitui numai o ipoteză, care rămîne însă să fie confirmată printr-un raționament care-i conferă generalitate.

Necontradicția relativă

Dar dacă modelele empirice nu pot fi acceptate ca demonstrații de consistență a unui sistem de axiome, nu rămîne decît o singură ieșire : modelul să fie căutat într-un domeniu bine constituit al matematicii, un domeniu care eventual a reprezentat chiar sursa care a sugerat unele dintre axiome. Un exemplu clasic în acest sens este maniera în care s-a căutat să se stabilească lipsa de contradicție a unor geometrii neeuclidiene, prin interpretări ale lor în termenii unor părți adecvate ale geometriei euclidiene, geometrie bine constituită din punct de vedere logic, ca urmare a unei dezvoltări milenare. Un exemplu poate și mai simplu este folosirea mulțimii numerelor reale ca model al geometriei unidimensionale, prin intrpretarea punctelor nedefinite ale dreptei ca numere reale ; în acest fel, consistența mulțimii numerelor reale devine un test al lipsei de contradicție a geometriei punctelor dreptei. Postulatele geometriei sînt convertite aici în postulate acceptate și teoreme valide privind numerele reale. În aceeași

ordine de idei, geometria analitică a lui Descartes devine un model prin care se stabilește consistența geometriei euclidiene în plan.

În toate exemplele de mai sus este vorba de una și aceeași strategie : problema lipsei de contradicție este transferată de la sistemul axiomatic-deductiv considerat la un alt sistem axiomatic-deductiv, care ni se pare mai sigur și care ne este mai familiar. Este vorba de ceea ce se numește o demonstrație de *necontradicție relativă*. Cu alte cuvinte, consistența unui sistem axiomatic-deductiv S este condiționată de consistența teoriei din care s-a extras modelul pentru interpretarea sistemului S. Dar această din urmă consistență cum a fost ea obținută ? Este ea mai sigură decît aceea a sistemului S ? Nu cumva și aici trebuie să acceptăm fără demonstrație consistența cîtorva teorii sau măcar a uneia, exact așa cum într-un dicționar axiomatic era necesar să acceptăm ca unii termeni să rămînă nedefiniți ? Sau sîntem în stare să producem o demonstrație de *consistență absolută* a unor sisteme axiomatic-deductive ? Ne vom ocupa în mod special de această ultimă întrebare, dar deocamdată este necesar să discutăm și alte cerințe privitoare la sistemele axiomatic-deductive.

Independența unui sistem de axiome

Este natural (chiar dacă nu totdeauna imperios necesar) să cerem unui sistem axiomatic-deductiv să fie *independent*, în sensul că nici una dintre axiome să nu fie o consecință (pe baza regulilor sistemului) a celorlalte axiome. Dacă nu controlăm independența, atunci riscăm ca printre axiome să se afle unele teoreme. Edna Kramer (*The Nature and Growth of Modern Mathematics*, volumele 1 și 2, Fawcett Publications, Greenwich, Conn.,

1974), pe care o urmăm de mai multe ori în acest itinerar, dă un exemplu din Lewis Carroll, celebrul autor al cărții *Alice în Țara Minunilor*, autor care nu este altul decît matematicianul, bine cunoscut în epoca sa, Charles Dodgson (1832—1898). Fie sistemul format din axiomele : (1) Toți copiii sînt ilogici, (2) Ființelor ilogice nu li se pot încredința crocodili, (3) Copiilor nu li se pot încredința crocodili. Este vizibil că proprietatea de independență nu este satisfăcută, (3) fiind o consecință a lui (1) și (2), deci fiind de fapt o teoremă. Multe exemple pot fi găsite în matematică. Astfel, dacă pentru o relație de ordine totală r în mulțimea A adoptăm sistemul de axiome : (a) r este reflexivă ; (b) r este antisimetrică (dacă arb și bra, atunci $a=b$, pentru orice a și b din A) ; (c) r este tranzitivă ; (d) r este totală (adică pentru orice a și b din A avem arb sau bra), atunci constatăm că sistemul nu este independent, deoarece (a) este o consecință a lui (d). Însă sistemul obținut prin eliminarea lui (a) (care s-a dovedit a fi o teoremă) este independent, cum se poate vedea producînd exemple în care avem : (b) și (c) fără (d) ; (c) și (d) fără (b) ; (b) și (d) fără (c). Astfel, luînd în rolul lui A mulțimea părților intervalului (0,1) și interpretînd pe r drept relația de incluziune între mulțimi, constatăm că r este antisimetrică și tranzitivă, dar nu este totală, deoarece există părți ale lui (0,1) pentru care nici una dintre ele nu este inclusă în cealaltă, de exemplu, intervalele (0,2/3) și (1/3,1).

Să păstrăm aceeași interpretare pentru A și să definim relația binară r prin condiția : $B\,r\,C$, oricare ar fi B și C incluse în A. Relația r astfel definită este evident tranzitivă și totală, dar nu este antisimetrică ; într-adevăr, luînd $B = (0,1/2)$ și $C = (1/2,1)$, avem $B\,r\,C$ și $C\,r\,B$, fără ca B și C să coincidă. Pentru a arăta că tranzitivitata nu este o con-

secință a antisimetriei și totalității, fie $A = \{a, b, c\}$ și r definită astfel încît să avem $a\,r\,a$, $a\,r\,b$, $b\,r\,b$, $b\,r\,c$, $c\,r\,a$, $c\,r\,c$, acestea fiind singurele perechi ordonate care aparțin lui r. Relația r este antisimetrică în mod banal, deoarece am avut grijă să definim pe r astfel încît dacă avem $x\,r\,y$ și x este diferit de y, atunci nu mai avem $y\,r\,x$. Relația r este totală, deoarece am avut grijă ca $x\,r\,x$ pentru orice x din A iar dacă nu avem $x\,r\,y$ pentru x diferit de y, atunci obligatoriu avem $y\,r\,x$. Însă relația r nu este tranzitivă, cum rezultă din faptul că deși avem $a\,r\,b$ și $b\,r\,c$, nu are loc $a\,r\,c$. În acest fel, independența sistemului format din cele trei axiome este complet demonstrată.

Cîteva cazuri mai dificile

Există însă situații în care problema independenței unui sistem de axiome s-a dovedit foarte dificilă. Astfel, în raport cu diferite sisteme de axiome ale teoriei mulțimilor (sistem pentru care nici problema necontradicției nu a putut fi tranșată) a fost necesar un lung efort pentru a se stabili că axioma alegerii (care afirmă că pentru orice colecție de mulțimi disjuncte nevide există o mulțime conținînd exact cîte un element din fiecare mulțime a colecției) nu este consecință a celorlalte axiome, dar nici negația ei nu este o astfel de consecință. A apărut astfel un nou tip de propoziții matematice, numite *propoziții independente*. O situație similară o are ipoteza continuului (care afirmă că nu există nici un număr cardinal strict cuprins între puterea numărabilului și puterea continuului). După cum bine se știe, postulatul paralelelor, al lui Euclid, s-a dovedit a avea un statut asemănător. Avem astfel, concomitent cu geometria euclidiană, diferite geometrii neeuclidiene,

după cum, concomitent cu o matematică în care se folosește axioma alegerii, avem și o matematică în care este interzisă folosirea acestei axiome.

După cum se poate vedea chiar din exemplele de mai sus, stabilirea independenței unui sistem de axiome este, chiar în cazurile simple, destul de laborioasă, deoarece necesită producerea unor exemple adecvate. De aceea, uneori este preferabil să lucrăm cu un sistem în care unele axiome sînt consecințe ale celorlalte, pentru a nu complica prea mult considerațiile. Astfel, în manualul de geometrie de clasa a VI-a cazurile de congruență a triunghiurilor sînt date sub forma unor postulate (cu o puternică bază empirică), deși statutul lor real, în cadrul geometriei lui Euclid, este acela de teoremă ; dar demonstrațiile respective sînt prea complicate pentru a fi adoptate în manualele școlare. De multe ori, de exemplu în cazul axiomaticii lui Hilbert a geometriei, din 1899, neindependența a fost pusă în evidență abia ulterior.

Completitudine și categoricitate

Dacă exigența independenței sistemelor de axiome are la bază nevoia de economie și de simplicitate, necesitatea de a nu încărca în mod inutil aceste sisteme, există însă, simetrică față de cerința independenței, cerința de a nu se lucra cu un sistem de axiome prea sărac, prea restrîns față de amploarea și complexitatea domeniului avut în vedere. De exemplu, un sistem de axiome pentru geometria elementară, care n-ar permite să se obțină teorema lui Pitagora ar fi, desigur, un sistem insuficient, incomplet. Există o „demonstrație" prin care se stabilește, în geometria elementară, propoziția *Orice triunghi este isoscel*. „Demonstrația" implică trasarea unor drepte auxiliare, dar este invalidată deoarece

desenul este neglijent executat iar pozițiile unor puncte și drepte sînt incorecte. Însă dacă aici apar unele deficiențe, ele trebuie atribuite și lui Euclid, deoarece nu există în sistemul său nici un postulat care să impună punctelor și dreptelor să aibă pozițiile corecte prevăzute, cu alte cuvinte să înlăture posibilitatea unui desen „greșit".

Se arată că nu se poate deduce din sistemul axiomatic al lui Euclid nici unul dintre următoarele enunțuri contradictorii : (1) Orice triunghi este isoscel, (2) Nu orice triunghi este isoscel. Așadar, *sistemul de axiome al lui Euclid este incomplet.* Situația sugerează o posibilă definiție a completitudinii : Un sistem de axiome este *complet* dacă este posibil să se deducă din el, pentru oricare propoziție p relativă la elemente ale sistemului, fie o demonstrație a lui p, fie o demonstrație a negației acestei propoziții. Dar, *a priori,* cum observă Raymond L. Wilder (*The Foundations of Mathematics,* J. Wiley, New York, 1967) nu există nici un motiv să credem că ar fi posibil, de exemplu, să se găsească un sistem de axiome care să implice *toate* teoremele geometriei plane. Desigur, avem aici în vedere teoremele corecte și excludem situația trivială în care sistemul de axiome ar conține două enunțuri de tipul *A* și *non A,* care, prin natura lor contradictorie, ar implica orice enunț posibil. Problema completitudinii este interesantă numai în cazul sistemelor lipsite de contradicție.

Un sistem de axiome este complet dacă (păstrînd fixă mulțimea termenilor sistemului) este imposibil să i se adauge o axiomă nouă, independentă. Însă dacă ar trebui să testăm, succesiv, fiecare propoziție posibilă, ar fi imposibil de demonstrat completitudinea unui sistem de axiome, chiar dacă ea are loc ; o situație similară se întîmplă cu definiția lipsei de contradicție, care nici ea nu poate fi testată în sensul explicitării tuturor consecin-

țelor unui sistem de axiome, pentru a vedea dacă printre ele se află două enunțuri de tipul *A* și *non A*. Tocmai de aceea am recurs la un compromis în testarea lipsei de contradicție, mulțumindu-ne cu existența unei interpretări a sistemului de axiome, deci a unui model al său. O soluție asemănătoare se adoptă și în ceea ce privește completitudinea, recurgîndu-se la o proprietate de izomorfism între toate modelele posibile ale unui sistem axiomatic-deductiv.

Categoricitatea unui sistem de axiome

Ajungem astfel la un alt atribut posibil al unui sistem de axiome, *categoricitatea*. Aceasta constă în faptul că în oricare două modele ale sistemului elementele se află în corespondență bijectivă și toate relațiile dintre elemente se păstrează. Un exemplu de sistem categoric de axiome este cel propus de Peano pentru mulțimea numerelor naturale : Existența în N a unei relații de ordine totală față de care orice parte nevidă are un prim element ; orice element (exceptînd pe primul) are un predecesor imediat și nu există un ultim element. Categoricitatea se manifestă aici în modul următor : Fiind date două mulțimi M și P total ordonate și satisfăcînd cele trei proprietăți de mai sus, există *o* aplicație bijectivă *f* a lui *M* pe *P* care păstrează ordinea (adică, dacă x precede pe y în *M*, atunci $f(x)$ precede pe $f(y)$ în *P*). Cu alte cuvinte, mulțimea numerelor naturale este complet determinată de sistemul de axiome al lui Peano, abstracție făcînd de un izomorfism de ordine.

Categoricitatea unui sistem de axiome implică proprietatea de completitudine a sistemului. Într-adevăr, să presupunem că sistemul *S* este categoric. Dacă, prin absurd, n-ar fi complet, atunci ar exista un enunț *A* exprimat în termenii din *S*, astfel încît *A*, adăugată

ca o nouă axiomă, este independentă, deci atît sistemul $S+A$ cît și sistemul $S+non\ A$ admit cîte o interpretare, fie ele I și J. Însă deoarece S este categoric, există o bijecție B între enunțurile din I și cele din J, care păstrează proprietatea de a fi adevărat. Însă în acest fel am ajuns la o contradicție, deoarece enunțul A este corect în interpretarea I, dar fals în interpretarea J. Deci S este complet.

Din cele de mai sus rezultă că *sistemul de axiome al lui Giuseppe Peano (1858—1932) pentru mulțimea numerelor naturale este complet.* Am discutat acest sistem cu un alt prilej. Să-l amintim aici într-o altă formă. Termenii nedefiniți sînt aici *număr natural* și *succesiv.* Axiomele sînt: (1) 1 este un număr natural; (2) Pentru orice număr natural există un succesor număr natural, unic determinat; (3) Nu există două numere naturale, distincte, dar cu același succesor; (4) 1 nu este succesorul nici unui număr natural; (5) Principiul inducției finite: Orice proprietate care aparține lui 1 și aparține succesorului unui număr natural de îndată ce aparține acestuia din urmă, aparține *oricărui* număr natural.

O interpretare posibilă a sistemului lui Peano este aceea în care numerele naturale sînt 1, 2, 3, 4, ... cunoscute din aritmetica elementară. Peano lasă însă liber sistemul său oricărei alte interpretări, dar două interpretări diferite vor fi totdeauna izomorfe. După cum se vede, axioma a cincea a lui Peano este faimosul principiu al inducției complete, care, într-o altă variantă, avea statut de teoremă. În schimb, în acea variantă se adopta axioma după care orice mulțime nevidă de numere naturale admite un cel mai mic element, axiomă care, în noua versiune, devine o teoremă, după cum ușor se poate vedea. Apare aici clar faptul că, în *sistemul axiomatic al unei discipline, axiomele fundamentale sînt de natură ipotetică.*

O axiomatizare a unei părți a geometriei plane

Vom introduce un sistem axiomatic G constînd din doi termeni nedefiniți : *punct* și *dreaptă*, și cinci axiome : (1) Orice dreaptă e o mulțime de puncte. (2) Există cel puțin două puncte. (3) Dacă p și q sînt puncte distincte, atunci există o dreaptă și numai una care le conține. (4) Dacă D este o dreaptă, atunci există un punct care nu aparține lui D. (5) Dacă D este o dreaptă iar q este un punct care nu aparține lui D, atunci există o dreaptă și numai una care conține punctul p și care nu are nici un punct comun cu D (se spune în acest caz că dreapta este *paralelă* cu D).

Vom încerca acum să discutăm sistemul G și eventualele modificări ale sale, în lumina tuturor ideilor anterioare.

Desigur, chiar denumirile de *punct* și *dreaptă* sugerează interpretarea cea mai naturală a termenilor nedefiniți. Dar nu putem refuza încercarea altor interpretări, de exemplu *punct* să însemne *carte* iar *dreaptă* să însemne *bibliotecă*. Axioma 1 este verificată. Să ne imaginăm că trăim într-un orășel care are exact două biblioteci, orice carte aflîndu-se exact în una dintre ele. Axioma 2 este și ea verificată, la fel sînt verificate axiomele 4 și 5. Numai axioma 3 este încălcată. Să încercăm acum o altă interpretare a lui G. Fie o comunitate formată din trei persoane a, b și c. Să presupunem că oricare două dintre ele dețin un secret despre a treia persoană (deci a și b dețin un secret relativ la c; b și c dețin un secret privindu-l pe a iar a și c cunosc un secret relativ la b). În aceste condiții, fiecare pereche de persoane se constituie într-un club. Să interpretăm *punct* prin *persoană* iar *dreaptă* prin *club*. Constatăm că primele 4 axiome din G sînt verificate, a

cincea nu. (Fiind dată o persoană p care nu aparține unui anumit club r, nu există nici un club din care să facă parte p și care să fie disjunct cu r).

Să imaginăm acum o colectivitate formată din patru persoane *a, b, c* și *d*. Să presupunem că fiecare pereche de persoane se constituie într-un club. Vom avea șase asemenea cluburi. Să menținem interpretarea precedentă a termenilor nedefiniți : *punct = persoană, dreaptă = club*. Se verifică ușor că toate cele cinci axiome din G sînt satisfăcute. Abia acum am obținut o interpretare corectă a lui G.

Folosind primele patru axiome din G, se poate demonstra teorema 1 : Orice punct aparține la cel puțin două drepte distincte. În raport cu colectivitatea de trei persoane organizate în trei cluburi, de mai sus, teorema devine : Orice persoană aparține la cel puțin două cluburi. Cu alte cuvinte, o teoremă într-un sistem axiomatic condensează o infinitate potențială de teoreme, cîte una pentru fiecare interpretare posibilă a sistemului.

Un *corolar al teoremei 1* este următorul : *Orice dreaptă conține cel puțin un punct.* Înțelegem astfel de ce nu trebuia introdus printre axiome acest fapt esențial, care a și fost utilizat mai sus, fără a specifica aceasta. Putem întări corolarul enunțat, cu condiția de a folosi toate cele cinci axiome din G. Obținem astfel *teorema 2 : Orice dreaptă conține cel puțin două puncte.* De aici, ținîndu-se seamă de axioma 3, rezultă următorul *corolar la teorema 2 : Orice dreaptă este complet determinată de orice două puncte distincte ale ei.* Alte două teoreme deduse din cele cinci axiome din G și, prin intermediul lor, din teorema 2, sînt *teorema 3 : Există cel puțin patru puncte distincte* și *teorema 4 : Există cel puțin șase drepte distincte.*

În toate demonstrațiile de mai sus, simțim nevoia de a recurge la suportul intuitiv al figurilor geometrice. Este însă esențial să ne asigurăm că raționamentul rămîne corect în general, de exemplu folosind monede în loc de puncte și perechi de monede în loc de drepte. În particular, față de interpretarea mai sus adoptată, raționamentul trebuie să fie validat pentru *orice* colecție de patru obiecte, unde obiectul corespunde unui punct iar o pereche de obiecte corespunde unei drepte.

Cele cîteva teoreme stabilite mai sus sînt departe de a fi *toate* teoremele posibile în sistemul *G*. Se poate, de exemplu, arăta că, dacă numărul *punctelor* este finit, atunci, interpretînd un punct ca un obiect și o dreaptă ca o pereche de obiecte, numărul obiectelor nu poate fi orice număr natural mai mare sau egal cu 4 (de exemplu, nu poate fi 5) iar între numărul punctelor și numărul dreptelor există o anumită relație.

Să observăm că în afară de termenii tehnici nedefiniți, cum au fost, în sistemul *G*, *punct* și *dreaptă*, se mai folosesc în formularea axiomelor numeroase alte cuvinte ca *și, sau, nu, mulțime, distincte, orice, există, aparține* etc. Este vorba aici de *termeni universali*. Unii dintre ei, cum ar fi conectivele logice *și, sau, nu* au fost discutate mult de logicieni. Situația lui *există* a fost și ea discutată, dar rămîne foarte delicată și complexă.

După cum s-a putut vedea și din exemplul privitor la sistemul *G*, *axiomele sînt enunțuri relative la concepte care au intervenit într-un fel sau altul în experiența noastră anterioară*. În mod similar, în măsura în care sîntem familiarizați cu domenii ca fizica, chimia, biologia, economia, lingvistica, filosofia sau muzica, putem încerca să formulăm unele axiome pentru ele sau pentru părți ale lor. *O axiomă va fi*, în acest caz, *un enunț care*

pare să fie satisfăcut de conceptul pe care îl avem în vedere iar o colecție de enunțuri de acest fel va putea candida la rolul de sistem axiomatic pentru domeniul respectiv. Practic, deci, conceptele preced axiomele, deși, din punct de vedere teoretic, acest lucru nu este necesar. Desigur, ne putem juca, luînd ca termeni nedefiniți secvențele *abra* și *cadabra* și formulînd, cu ajutorul unor termeni logici universali, unele axiome relative la ele. Însă fără nici un concept în minte, fără un anume sens asociat cu cele două secvențe, nu avem nici o orientare în alegerea axiomelor. Riscăm chiar să formulăm axiome contradictorii.

De la concepția tradițională la cea modernă

Dintre diferitele enunțuri pe care experiența ni le recomandă relativ la un anumit concept, alegem de obicei ca axiome pe cele care ne dau impresia a avea un rol-cheie. E.L.Wilder compară această operație cu aceea a preparării culorilor. Fiind date o colecție T de culori și anumite reguli de amestecare a lor în vederea obținerii unor culori noi, se selecționează o colecție A de culori din T care ar putea fi suficiente ca, prin combinare după regulile date, să producă toate culorile din T. Analogia cu sistemele axiomatice apare de îndată ce asociem culorile cu enunțurile și amestecarea culorilor cu implicația logică (deducția).

O situație asemănătoare apare în selectarea termenilor (care, cum am văzut, sînt de două feluri : tehnici și universali). În raport cu totalitatea T a termenilor tehnici și cu ajutorul unor reguli de definire a termenilor, urmărim să selectăm din T o parte A de termeni (care vor rămîne nedefiniți) pe baza cărora pot fi definiți toți ceilalți termeni din T. Desigur, în formularea acestor definiții ne vom prevala și de termeni universali.

Care este deci geneza unui sistem axiomatic ? Se aleg mai întîi conceptele. Se aleg apoi termenii care urmează să rămînă nedefiniți și enunțurile care vor constitui axiomele sistemului. Se trece apoi la demonstrarea teoremelor, activitate care ar putea să necesite introducerea unor noi termeni. Însă toate aceste operații au caracterul unor tatonări repetate, cu reveniri și ameliorări succesive. Nu trebuie să confundăm *procesul* cu *rezultatul.*

Prin ce diferă această strategie de cea clasică ? Acolo, axiomele erau privite ca adevăruri absolute și aveau un caracter de necesitate. Înainte de secolul al XIX-lea era de neconceput să se formuleze o axiomă ca : „Dacă D este o dreaptă iar p un punct care nu aparține lui D, atunci există cel puțin două drepte distincte care conțin pe p și sînt paralele cu D". A avea concomitent, în matematică, două sisteme axiomatice G și H cu axiome în G care se află în contradicție cu unele axiome din H, cum se întîmplă începînd cu geometriile neeuclidiene valabile concomitent cu geometria euclidiană, era ceva de neconceput înainte de secolul al XIX-lea. În concepția actuală, un sistem de axiome este un sistem conceptual ipotetic asupra funcționării unui anumit domeniu de cercetare. Problemele fundamentale devin aici, așa cum am văzut, cele relative la lipsa de contradicție, la completitudine, categoricitate și independență.

Acesta este punctul de la care începe o nouă etapă a rigorii matematice și a filosofiei matematice. Dezideratele pe care le-am formulat se dovedesc a nu putea fi îndeplinite totdeauna simultan. Lui Kurt Gödel îi datorăm acest rezultat major al științei contemporane, despre care am scris mai detaliat în *Paradoxul* (Editura Albatros, 1984) și care a contaminat întreaga gîndire științifică, artistică și filosofică a secolului nostru.

Provocarea lui Gödel

Născută odată cu geometriile neeuclidiene, gîndirea axiomatică modernă a repurtat numeroase succese. Astfel, în secolul trecut, Cauchy și Weierstrass au reușit să introducă mai multă rigoare în Analiza matematică. Locul intuiției geometrice era tot mai mult luat de raționament și de un aparat conceptual neechivoc. Spre sfîrșitul secolului trecut, Peano a axiomatizat construcția mulțimii numerelor naturale, dînd astfel un statut mai clar raționamentului prin inducție completă. Teoria numerelor reale a fost și ea axiomatizată în diferite versiuni (Cauchy, Cantor, Dedekind, Weierstrass), elucidîndu-se astfel statutul iraționalelor care provocaseră neliniște școlii pitagoreice din Grecia antică.

Teoria mulțimilor, inițiată de Cantor și confruntată la început cu unele dificultăți (paradoxuri și antinomii) a fost și ea așezată, în special în prima parte a secolului nostru, pe un teren mai ferm, prin teoria tipurilor a lui Whitehead și Russell și, ulterior, prin axiomatizările propuse de Zermelo, Fraenkel, von Neumann, Bernays și alții. Astăzi se vorbește chiar de o teorie axiomatică a mulțimilor, opusă „teoriei naive" propuse de Cantor. Hilbert a ridicat la un nou standard de rigoare axiomatica geometriei.

Toate aceste triumfuri ale gîndirii axiomatice creaseră impresia că printr-o alegere adecvată a propozițiilor de bază ale unei teorii orice dificultate poate fi evitată, orice paradox poate fi îndepărtat. Îi revine lui Kurt Gödel meritul istoric de a fi contrazis aceste așteptări. Printr-o teoremă stabilită în 1931, acest logician și matematician a lansat lumii științifice cea mai revoluționară provocare a filosofiei matematicii moderne.

Metamatematica

După descoperirea geometriilor neeuclidiene, metoda axiomatică a cunoscut, așa cum am văzut, o perioadă de deosebită înflorire, atingînd forma supremă de abstracție și formalizare prin Hilbert, pentru care aspectul ludic al matematicii devenea esențial : „Matematica este un joc desfășurat după reguli simple aplicate unor piese a căror semnificație nu ne interesează". Într-un sistem formal de tip hilbertian avem a face cu o colecție de simboluri și o colecție de reguli prin care se stabilesc secvențele corect formate cu aceste simboluri. Unele dintre aceste secvențe (sau formule) capătă statut de axiome, altele, deduse din axiome prin regulile sistemului, capătă statut de teoreme. Regulile dau deci naștere demonstrațiilor. Deoarece simbolurile sînt lipsite de semnificație, manipularea lor capătă o libertate care, necontrolată, ar putea genera unele contradicții, în afară de cazul în care putem stabili de la început consistența (lipsa de contradicție) întregului sistem formal considerat.

În legătură cu demonstrațiile de consistență, Hilbert a introdus ideea de *metamatematică ;* este vorba de o preocupare avînd ca obiect studiul sistemelor axiomatice formale pe care tot Hilbert le-a definit. După cum am putut vedea în etape anterioare ale expunerii, au fost considerate demonstrații de consistență relativă, în sensul că lipsa de contradicție a unei teorii este condiționată de lipsa de contradicție a altei teorii, fără ca aceasta din urmă să poată fi stabilită. Metamatematica este deci o matematică de ordinul al doilea, o matematică despre matematică. Spre deosebire de enunțurile dintr-un sistem formal, care au un caracter pur sintactic, enunțurile metamatematice sînt dotate cu sens și au ca obiect natura relațiilor dintre simbolurile, axiomele, teoremele, regulile de deducție ale unui sistem formal.

De exemplu, într-un sistem formal al aritmeticii pot să apară formule de tipul $1 + 1 = 2$, $1 + 1 = 3$, y este superior lui 2, 3 este mai mare decît 2. Metamatematica relativă la acest sistem formal al aritmeticii va cuprinde enunțuri de tipul : y este o variabilă ; 2 este numeral ; formula „3 este mai mare decît 2" se obține din formula „y este mai mare decît 2" prin substituirea variabilei y cu numeralul 3 ; formula „$1 + 1 = 3$" *nu* este o teoremă a sistemului formal considerat.

Principala preocupare a metamatematicii este aceea de a stabili dacă un sistem formal considerat este sau nu lipsit de contradicție. Prin metoda modelelor, a interpretării unui sistem formal, s-a putut obține în unele cazuri o demonstrație de necontradicție relativă. Însă problema principală formulată de Hilbert este aceea a găsirii unor demonstrații de necontradicție absolută.

Teorema de incompletitudine

Hilbert, Bernays și alți cercetători au putut furniza demonstrații de necontradicție absolută pentru unele sisteme formale mai restrînse, de exemplu sistemul formal al aritmeticii aditive (dar *nu* și multiplicative) a numerelor întregi. Ceva similar s-a realizat pentru sistemul formal al calculului propozițional cu un număr finit de variabile. În aceste condiții, părea legitim să se spere că se va obține și o demonstrație de necontradicție absolută pentru întregul sistem formal al aritmeticii (atît aditive cît și multiplicative). Hilbert a încercat chiar mai mult și anume obținerea unui sistem formal complet și lipsit de contradicție pentru întreaga matematică clasică (inclusiv, firește, aritmetica). Toate celelalte încercări în acest sens au eșuat. Și iată că în 1931 un tînăr de 25 de ani, Kurt Gödel,

demonstrează că orice sistem formal lipsit de contradicție, echivalent cu sistemul formal propus de Russell și Whitehead în *Principia Mathematica* este, în mod necesar, incomplet, mai precis acest sistem nu este capabil să includă întreaga aritmetică ; unele teoreme de aritmetică vor rămîne în afara sistemului formal considerat. Vor exista deci enunțuri aritmetice adevărate, dar nedemonstrabile în cadrul sistemului formal adoptat.

În mod concret, Gödel arată că în raport cu orice sistem formal al aritmeticii există propoziții nedecidabile, adică propoziții care, pe baza regulilor de deducție din cadrul sistemului, nu pot fi nici demonstrate, nici infirmate ; printre aceste propoziții bizare se află și propoziția : *Sistemul formal considerat este lipsit de contradicție.* Cu alte cuvinte, chestiunea lipsei de contradicție a unui sistem formal nu poate fi decisă decît ieșind din acel sistem. Această temerară și neașteptată „teoremă de incompletitudine" (cum i se mai spune) a lui Gödel venea să pună capăt și să invalideze proiectul lui Hilbert de formalizare necontradictorie și completă a matematicii.

Putem spune că Hilbert a fost aici „victima" propriei sale ideologii formaliste. Dacă adoptăm un joc în care intră și obligația de a întreprinde o examinare exhaustivă a relațiilor dintre formulele jocului, pentru identificarea eventualelor contradicții, va trebui să ne limităm la formule *finite* și la mulțimi *finite* de proprietăți sau relații (în afară de cazul în care ne permitem o inducție prin procedee „constructive"). Prin tehnici „finitiste" evităm tipul de criză care a apărut în raționamentele cu mulțimi infinite. Dacă însă sîntem mai curajoși, putem proceda ca Gerhard Gentzen, care în 1936 a arătat că prin folosirea unor raționamente mai puțin constructive, cum este așa-numita inducție transfinită (generalizare a inducției complete obișnuite prin trecerea de la numere ordinale finite la numere ordinale trans-

finite), se poate obține un sistem formal al aritmeticii în același timp complet și lipsit de contradicție. Dar procedînd astfel, Gentzen se situa în afara a ceea ce este admis într-o demonstrație finitistă în cadrul formal al aritmeticii.

Paradoxul lui Richard

Rezultatul lui Gödel este revoluționar în sensul negativ, al stabilirii unei limite a gîndirii matematice. De o natură asemănătoare este teorema lui Galois privind imposibilitatea rezolvării prin mijloace finite a ecuațiilor algebrice de grad superior lui 4. Însă în timp ce rezultatul lui Galois se referă la un domeniu limitat al matematicii, cel al lui Gödel vizează chiar fundamentul gîndirii matematice. Este deci interesant să-l examinăm mai îndeaproape.

Demonstrația lui Gödel este revoluționară nu numai prin rezultat, ci și prin metodă. Ideea demonstrației se sprijină pe un faimos paradox logic, de un tip formulat de Jules Richard în 1903. Iată în ce constă acest paradox. Să presupunem că dorim să facem o listă a proprietăților numerelor întregi, de tipul : număr prim, număr impar, pătrat perfect, multiplu de 7 etc. Ne trebuie un criteriu de ordonare a acestor proprietăți. Deoarece fiecare definiție a unei proprietăți de acest fel are o lungime reprezentată de numărul de cuvinte folosite (fiecare cuvînt fiind numărat de atîtea ori de cîte ori apare) și fiecare cuvînt este alcătuit dintr-un număr finit de litere, putem asocia fiecărei definiții numărul de litere folosite. Vom ordona definițiile în ordinea crescîndă a numărului de litere asociat, avînd grijă ca, pentru definiții care folosesc același număr de litere, să adoptăm ordonarea lor lexicografică. În lista astfel alcătuită, fiecare proprietate P va primi un număr de ordine $n(P)$.

Dacă $n(P)$ nu are proprietatea P, vom spune că $n(P)$ este un număr richardian ; în cazul contrar el este nerichardian. De exemplu, dacă se va întîmpla ca numărul 87 să fie asociat proprietății de a fi prim vom considera că numărul 87 este richardian (el este, cum ușor se vede, divizibil prin 3).

Să observăm însă că, procedînd astfel, am definit o nouă posibilă proprietate a unui număr întreg, aceea de a fi richardian ; cum am promis că fiecărei proprietăți îi asociem un număr natural, urmează să asociem un atare număr, fie el n, și proprietății de a fi richardian. Deoarece numerele naturale au fost repartizate în două clase, richardiene și nerichardiene, este legitimă întrebarea : este sau nu este n un număr richardian ? Dacă răspunsul ar fi afirmativ, atunci n ar fi richardian, deci lipsit de proprietatea căreia i s-a asociat ; însă această proprietate constă tocmai în a fi richardian, deci n nu este richardian. Dacă, dimpotrivă, răspunsul este negativ, deci n nu este richardian, atunci el posedă proprietatea căreia îi corespunde, aceea de a fi richardian. Cu alte cuvinte, dacă n este richardian atunci el nu este richardian și reciproc. Este astfel încălcat un principiu de bază al logicii, principiul necontradicției. Sîntem în fața unei antinomii.

Să încercăm să înțelegem ce anume s-a întîmplat. Observăm că proprietatea de a fi richardian capătă sens numai după ce s-a considerat lista tuturor proprietăților posibile de numere întregi ; prin aceasta, ea este nu o proprietate în cadrul aritmeticii numerelor întregi, ci o proprietate metamatematică, relativă la ansamblul aritmeticii numerelor întregi. De altfel, în definirea ei au intervenit și alte elemente metamatematice, cum ar fi numărul de litere într-o definiție. Tocmai în această eludare a naturii speciale a proprietății de a fi richardian, în această identificare a limbajului obiect constituit de aritmetica numerelor

întregi cu metalimbajul folosit în cercetarea limbajului obiect își are originea antinomia lui Richard. Vom regăsi o situație similară în demonstrația lui Gödel.

Numărătoarea Gödel

În tentativa sa de investigare a sistemului formal al aritmeticii, Gödel se afla într-o situație similară aceleia din paradoxul lui Richard, deci pîndit de aceleași primejdii. Aceasta ar fi însemnat să-și aritmetizeze enunțurile sale metamatematice, traducîndu-le în formule aritmetice care de fapt aparțin limbajului obiect studiat, cel al aritmeticii. Pentru a evita această situație paradoxală, Gödel construiește un sistem formal pentru teoria elementară a numerelor, adică pentru aritmetica superioară a numerelor întregi. Apoi imaginează un procedeu (altul decît cel lexicografic, utilizat în paradoxul lui Richard) prin care realizează o corespondență bijectivă între mulțimea entităților care apar în sistemul formal al aritmeticii și o anumită mulțime de numere naturale. Această corespondență a devenit celebră în logică sub numele de numărătoarea Gödel iar numărul asociat, prin această numărătoare, unei anumite entități se numește *numărul Gödel* al entității respective. Astfel, fiecărui simbol din sistemul formal, fiecărei axiome, teoreme sau demonstrații, în general fiecărei secvențe corect alcătuite de simboluri i se asociază un număr Gödel.

Este ușor de înțeles că mulțimea numerelor Gödel este infinită. Am descris numărătoarea lui Gödel în lucrarea noastră *Paradoxul* (Editura Albatros, 1984, p. 74—75), dar o vom relua aici pentru a o compara cu numărătoarea propusă de Richard. Simbolurile logice de bază primesc cifre de la 2 la 8, anume lui zero i se asociază 2, funcției succesor (care asociază lui x pe $x+1$) i se asociază 3, nega-

ției îi corespunde 4, implicației 5, parantezei stîngi 6, parantezei drepte 7 iar egalității 8. De aici mai departe se folosesc numerele prime rămase disponibile. Diferitele puteri întregi pozitive ale lui 11 codifică variabilele individuale. Puterile succesive ale lui 13 codifică predicatele de ordinul întîi, iar puterile succesive ale lui 17 codifică predicatele de ordinul al doilea ș.a.m.d. Pe baza acestei codificări, orice formulă relativă la numere întregi se poate reprezenta sub forma unui șir de numere, asociind fiecărui simbol din formulă numărul care-i corespunde. Astfel, de exemplu, formulei *(x)F(x)*, unde prin *x* s-a notat prima variabilă numerică iar prin *F* primul predicat de ordinul întîi, îi corespunde șirul 6, 11, 7, 13, 6, 11, 7. Putem simplifica această corespondență asociind fiecărei formule nu un șir de numere, ci un singur număr. În acest scop, considerăm mai întîi șirul numerelor prime 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17... Atribuim lui 2 un exponent egal cu primul termen al șirului asociat formulei considerate ; lui 3, un exponent egal cu al doilea termen din același șir ; lui 5, un exponent egal cu al treilea termen ș.a.m.d. Facem apoi produsul numerelor astfel obținute. Rezultă că formulei *(x)F(x)* i se asociază numărul $2^6 . 3^{11} . 5^7 . 7^{13} . 11^6 . 13^{11} . 17^7$, care primește numele de *numărul lui Gödel al formulei.*

Și totuși, paradoxul nu poate fi evitat

Am indicat astfel un algoritm care asociază fiecărei formule numărul Gödel. Mai mult decît atît, considerînd un număr natural la întîmplare, putem determina tot algoritmic dacă el este un număr Gödel și, în cazul afirmativ, putem găsi această formulă unic determinată. Într-adevăr, orice număr natural admite o descompunere unică în factori primi ;

în funcție de valorile exponenților cu care apar acești factori, decidem răspunsurile la întrebările care se pun. De exemplu, deoarece o paranteză care se deschide trebuie să se și închidă, prezența, la unul dintre factorii primi, a exponentului 6 asociată cu absența exponentului 7 la toți factorii primi următori ne arată că numărul considerat nu este un număr Gödel.

Numărul Gödel al unui șir de formule va fi obținut acum din numerele Gödel ale termenilor șirului prin același procedeu prin care numărul Gödel al unei formule a fost obținut din numerele asociate simbolurilor care alcătuiesc formula. Deoarece o demonstrație într-un sistem formal este un șir de formule, rezultă că oricărei demonstrații îi va corespunde un număr. În acest fel, diferitele enunțuri relative la formalizarea aritmeticii devin enunțuri relative la numere naturale, deci enunțuri care aparțin aritmeticii. Și astfel, metalimbajul aritmeticii se vede constrîns să se suprapună pe limbajul ei obiect.

Numărătoarea lui Gödel aplică sistemul formal al aritmeticii (și implicit o parte din sistemul construit în *Principia Mathematica* a lui Russell și Whitehead) pe o parte strictă a mulțimii numerelor naturale. Enunțurile metamatematice relative la acest sistem sînt „oglindite" în enunțuri aritmetice. Apare astfel și deosebirea dintre procedeul lui Gödel și cel al lui Richard, dintre numărătoarea Gödel și numărătoarea Richard. La Gödel, asociem numere naturale unor simboluri și enunțuri matematice, mai precis aritmetice, unor formule sau secvențe de formule aritmetice care numai prin conținutul lor intuitiv sau prin interpretare devin enunțuri metamatematice ; în schimb, la Richard asociem *nemijlocit* numere naturale unor enunțuri metamatematice. Așa cum am văzut, important în numărătoarea Gödel nu este numai faptul că orice șir

de formule devine codificat printr-un număr natural, ci și faptul că acest număr individualizează șirul respectiv de formule. Un rol esențial din punct de vedere tehnic îl are aici, așa cum am arătat, ideea folosirii numerelor prime. Noțiunea de număr prim se dovedește a fi și din acest punct de vedere una dintre cărămizile gîndirii umane. Este greu să ne imaginăm o civilizație existentă în univers care să nu fi intrat în posesia ideii de număr prim. Numerele lui Richard individualizează și ele secvențele cu care se asociază, în sensul că unui număr natural îi corespunde cel mult un șir de simboluri. Dar, spre deosebire de procedeul lui Gödel, care permite regăsirea secvenței de formule exclusiv prin analiza proprietăților aritmetice ale numărului considerat și a unui cod foarte simplu, în orice caz finit, procedeul lui Richard face nerelevantă structura aritmetică a acestui număr, obligîndu-ne la folosirea unui cod practic infinit.

În ciuda superiorității ei, codificarea lui Gödel nu poate evita joncțiunea dintre metalimbaj și limbajul obiect. Metamatematica devine inevitabil matematică.

O formalizare necontradictorie este incompletă

De aici mai departe, cititorul care se simte apt de a urmări o demonstrație mai tehnică poate consulta lucrarea citată *Paradoxul*, p. 76. Vom prefera aici o alternativă la această cale, o discuție informală care urmărește ideile lui Gödel, așa cum sînt ele prezentate în lucrarea sa originală, din 1931. La un moment dat, în partea introductivă a lucrării sale, Gödel, afirmă că metoda sa este aplicabilă *oricărui* sistem formal în care se definește noțiunea de „formulă demonstrabilă" și în care orice formulă demonstrabilă este adevărată. Distinc-

ția dintre *demonstrabil* și *adevărat* trebuie înțeleasă în sensul următor. Prima dintre aceste proprietăți se referă la ceea ce se poate deduce în interiorul sistemului formal, pe baza regulilor din sistem, a doua proprietate are în vedere relația cu exteriorul sistemului, fiind asociată cu o anumită interpretare, cu un anumit model; ea se situează la nivel metamatematic.

În cazul paradoxului lui Richard, avem un șir de definiții asociat cu un șir de numere naturale. O definiție poate fi interpretată ca o propoziție deschisă de tipul „x este ...", unde domeniul lui x este mulțimea numerelor întregi. Fiecărui număr natural k i se asociază, în principiu, o propoziție deschisă „x este...". Pentru a testa dacă k este richardian, controlăm propoziția „k este..." obținută prin înlocuirea lui x prin k. Dacă se obține o propoziție falsă, k este richardian. Dar propoziției „x este richardian" i se asociază la rîndul ei un număr natural, fie el n. Substituind lui x pe n obținem „n este richardian" și urmează situația paradoxală, antinomică despre care am discutat într-un paragraf anterior.

Procedeul lui Gödel este aproximativ asemănător celui de mai sus. Pentru a scoate mai bine în evidență această analogie, vom folosi sugestia lui Edna E. Kramer (*The nature and growth of modern mathematics*, vol. 2, Fawcett, Greenwich, Connecticut, 1974, p. 451), pe care-l urmăm de mai multe ori în considerațiile de față. Vom înlocui epitetul *richardian* prin cel mai sugestiv de *dezagreabil*. Vom conveni deci că un număr Gödel este dezagreabil dacă și numai dacă despre el *nu se poate demonstra* că posedă proprietatea căreia i se asociază. Mai precis, Gödel consideră numai acele formule din sistemul său care sînt propoziții deschise de o singură variabilă x, unde domeniul lui x este mulțimea numerelor Gödel. Propozițiile deschise de acest tip pot fi ordonate într-un șir, în ordinea

crescătoare a numerelor Gödel asociate. Mulțimea numerelor Gödel este partiționată în două mulțimi T și V, prima formată cu numerele Gödel dezagreabile iar cea de a doua cu celelalte numere Gödel. Să considerăm acum propoziția deschisă „x este dezagreabil (deci aparține lui T)" și fie n numărul ei Gödel. Procedînd exact ca în paradoxul lui Richard, să substituim lui x pe n în propoziția deschisă considerată. Obținem propoziția „n aparține lui T", cu alte cuvinte „n este dezagreabil". În onoarea lui Gödel, să notăm această propoziție cu G. *Dacă G ar fi demonstrabilă* în cadrul sistemului, atunci ea ar fi adevărată, iar validitatea ei ar implica tocmai faptul că n este dezagreabil. Dar chiar prin modul în care am definit proprietatea de a fi dezagreabil, aceasta ar însemna că propoziția obținută prin înlocuirea lui x cu n în propoziția deschisă asociată lui n, deci *propoziția G însăși ar fi nedemonstrabilă.* Constatăm astfel că ipoteza demonstrabilității lui G implică nedemonstrabilitatea lui G; contradicția obținută arată că ipoteza este falsă. *Să presupunem atunci că negația lui G,* fie ea *non G,* adică propoziția „n nu aparține lui T" *este demonstrabilă,* deci, adevărată. Aceasta înseamnă că n aparține mulțimii V. Cu alte cuvinte, numărul Gödel n nu este dezagreabil iar substituirea lui în formula căreia i se asociază *conduce la o propoziție demonstrabilă; dar se vede ușor că această propoziție este tocmai G.* Constatăm astfel din nou o contradicție; din ipoteza că negația lui G este demonstrabilă am dedus că G însăși este demonstrabilă. Această încălcare a principiului logic al necontradicției ne arată că nici presupunerea că negația lui G este demonstrabilă nu poate fi acceptată.

Concluzia este clară: dacă vrem ca sistemul formal al aritmeticii să nu fie contradictoriu, atunci nici propoziția G nici negația ei *non G* nu sînt demonstrabile în cadrul sistemului.

Despre o astfel de propoziție se spune că este indecidabilă în cadrul sistemului formal considerat. Dar aceasta înseamnă tocmai incompletitudinea sistemului formal al aritmeticii.

Analogia cu paradoxul mincinosului

Urmărind ideile lui Gödel, am constatat că în miezul considerațiilor sale se află o anumită propoziție, pe care am notat-o, în onoarea sa, cu *G* și care de fapt afirmă ceva despre ea însăși, anume faptul că *G* nu este demonstrabilă. Analogia cu faimosul paradox al mincinosului (Cînd afirm *Mint cînd spun că mint*, spun adevărul sau mint ? Dacă spun adevărul, atunci... mint, iar dacă mint, atunci spun adevărul) este inevitabilă. În ambele cazuri este vorba de o propoziție autoreferențială. Totuși, *G* nu este o propoziție circulară, deoarece în demonstrație ca atare *G* afirmă nedemonstrabilitatea unei formule bine determinate, anume aceea care se obține prin efectuarea unei substituții permisibile, într-o anumită formulă, a lui x cu n. Numai *ulterior* se constată că formula rezultată este însăși *G*. În legătură cu acest fapt, Gödel a afirmat că Russell și Whitehead s-au înșelat atunci cînd au crezut că pot evita paradoxul mincinosului prin interzicerea propozițiilor autoreferențiale. Gödel observă că este posibil să se construiască, pentru orice proprietate metamatematică avînd un corespondent simbolic în sistemul său formal, o propoziție care afirmă despre ea însăși că are această proprietate.

Faptul că am discutat ideile lui Gödel în contextul paradoxelor lui Richard și al mincinosului nu trebuie considerat mai important decît este el în realitate. Alte antinomii similare puteau servi drept termen de referință. Dar structura antinomică este esențială în demonstrația lui Gödel.

Un alt aspect important al ideilor lui Gödel se referă la faptul că, deoarece din punct de vedere metamatematic, G afirmă propria ei nedemonstrabilitate, G este *adevărată* tocmai datorită faptului că este nedemonstrabilă (în fapt, nedecidabilă). Cu alte cuvinte, nedecidabilă în interiorul sistemului formal al lui Gödel, propoziția G poate fi totuși decisă dacă recurgem la argumente metamatematice.

Imposibilitatea unei demonstrații de necontradicție absolută

În discuția relativă la completitudinea unui sistem formal, s-a remarcat faptul că indecidabilitatea unei propoziții poate fi înlăturată prin adăugarea unor axiome noi. De exemplu, putem adăuga drept o nouă axiomă fie propoziția indecidabilă, fie negația ei .În cazul în care ne interesează aici, G ar deveni decidabilă de îndată ce s-ar adăuga, ca o nouă axiomă, fie G, fie negația lui G. Procedînd astfel, să notăm cu G_0 axioma adăugată. Față de noul sistem de axiome, obținut prin adăugarea lui G_0, demonstrația lui Gödel va conduce la o nouă formulă indecidabilă, care ar putea fi adăugată — ea sau negația ei — s-o notăm cu G_1. Procesul poate fi continuat indefinit, obținîndu-se un șir $G_0, G_1, G_2, G_3, \ldots$ de axiome care, adăugat sistemului inițial de axiome, nu va fi totuși capabil să-i confere proprietatea de completitudine. Sistemul formal pus în evidență de Gödel este esențial incomplet.

Așadar, Gödel a demonstrat că orice sistem formal „finitistic" și necontradictoriu conține obligatoriu o formulă F indecidabilă. Enunțul metamatematic *Sistemul este necontradictoriu* este asociat unei formule C din interiorul sistemului. Apoi se demonstrează validitatea implicației *Dacă F nu este demonstrabilă, atunci C nu este demonstrabilă.* Însă propoziția

F nu este demonstrabilă este adevărată deoarece este indecidabilă ; rezultă că și propoziția *C nu este demonstrabilă* este adevărată. Se constată astfel că deși sistemul formal este necontradictoriu, această proprietate de necontradicție nu poate fi stabilită în interiorul sistemului.

Nu se pot deci asigura fundamente finitiste matematicii decît acceptîndu-se criza care rezultă din teorema de incompletitudine a lui Gödel și din corolarul ei, imposibilitatea unor demonstrații de necontradicție absolută.

O mașină Gödel

Recent (P. T. Geach, *Logic matters*, University of California Press, Berkeley, 1980 și Raymond M. Smullyan, recenzie la cartea de mai sus, în „The Mathematical Intelligencer", vol. 3, 1981, no. 3, p. 39—40), gîndirea lui Gödel a fost ilustrată cu ajutorul unor mecanisme ipotetice care facilitează accesul la antinomiile gödeliene, conferind întregului demers un caracter ludic.

Să presupunem că avem o mașină care poate imprima pe o bandă diferite secvențe finite formate cu ajutorul a patru simboluri fundamentale, notate *P, N, R* și ✶. Cu alte cuvinte, avem un vocabular *A* format din patru elemente și o colecție de șiruri finite pe acest vocabular (un același element din vocabular putînd să apară de mai multe ori într-un șir), șiruri numite *fraze admise*. O frază este admisă dacă poate fi imprimată de mașină. Mulțimea frazelor admise constituie un limbaj *L* pe vocabularul *A*. Numim enunț orice frază avînd una dintre formele : (1) *P✶X* ; *(2) NP✶X* ; (3) *PR✶X* ; (4) *NPR✶X*, unde *X* este o frază (nu neapărat din *L*) pe vocabularul *A*, adică un șir finit pe *A*. Enunțul (1) este evaluat ca *adevărat* dacă *A* este

în L; enunțul (2) este *adevărat* dacă X nu se află în L (litera N avertizează asupra negației), enunțul (3) este *adevărat* dacă XX se află în L (litera R ne avertizează aici asupra repetării lui X); enunțul (4) este adevărat dacă XX nu se află în L. Am delimitat astfel de o manieră precisă enunțurile adevărate.

Să observăm acum că mașina de mai sus pune în evidență o interesantă buclă. Mașina imprimă diferite enunțuri care se referă la ceea ce mașina poate sau nu poate imprima. Caracterul autoreferențial este evident. Să admitem că mașina nu imprimă decît enunțuri adevărate (cu alte cuvinte, dacă o frază admisă este un enunț, atunci acest enunț este obligatoriu adevărat). Există cumva un enunț adevărat care nu este o frază admisă (deci nu poate fi imprimat de mașină)? În cazul în care răspunsul este afirmativ, ne aflăm în prezența unui fenomen de incompletitudine, constînd în existența unui enunț adevărat, dar nedemonstrabil, adică neimprimabil de către mașină. (Mașina joacă aici rolul sistemului formal al lui Gödel). Vom arăta că răspunsul este afirmativ. Într-adevăr, conform regulii de adevăr pentru enunțurile de tipul (4), luînd în rolul lui X pe $NPR*$, rezultă că fraza $NPR*NPR*$ este adevărată exact atunci cînd ea nu este imprimabilă.

Un sistem formal mai general

Construcția de mai sus se asociază cu o teoremă abstractă de tip Gödel, pe care o vom prezenta în cele ce urmează.

Să considerăm un sistem constînd dintr-o mulțime de elemente numite *expresii*. Anumite expresii sînt numite *enunțuri*, anumite enunțuri sînt considerate *adevărate* iar anumite enunțuri adevărate sînt considerate *demonstrabile* (în cadrul sistemului). Să considerăm de asemenea o funcție f care asociază fiecărei

perechi ordonate (X, Y) de expresii o expresie $f(X, Y)$ notată prescurtat $X(Y)$. Expresia X este considerată un *predicat* dacă, pentru orice expresie Y, expresia $X(Y)$ este un enunț. Două enunțuri sînt considerate *echivalente* dacă ele sînt amîndouă adevărate sau amîndouă false.

Putem acum trece la prezentarea formei abstracte, anunțate mai sus, a teoremei lui Gödel. În acest scop, vom introduce trei condiții G_1, G_2 și G_3 (G în onoarea lui Gödel). *Condiția* G_1 : Există un predicat P astfel încît pentru orice expresie X enunțul $P(X)$ este adevărat dacă și numai dacă X este un enunț demonstrabil. *Condiția* G_2 : Pentru orice predicat H există un predicat H' astfel încît, oricare ar fi expresia X, enunțul $H'(X)$ este adevărat exact atunci cînd enunțul $H(X)$ nu este adevărat. *Condiția* G_3 : Fiind dat un predicat H, există un predicat $H\ \#$ cu proprietatea că, oricare ar fi expresia X, enunțul $H\ \#\ (X)$ este echivalent cu enunțul $H(X(X))$.

Pentru a se înțelege semnificația și importanța condițiilor G_1, G_2, și G_3, trebuie să observăm că pentru orice sistem formal în care s-a aplicat un raționament de tip Gödel, conducînd la enunțuri adevărate, dar nedemonstrabile în cadrul sistemului, s-a putut găsi o funcție f satisfăcînd condițiile G_1, G_2 și G_3. Anume, dacă X este o formulă $F(x)$ cu variabila liberă x, atunci $X(Y)$ este enunțul $F(n)$, unde n este numărul Gödel al lui Y ; dacă X nu este o atare formulă, atunci $X(Y)$ poate fi ales arbitrar.

Exercițiul ludic al condițiilor G_1, G_2 și G_3 este deosebit de instructiv. Să presupunem, de exemplu, că mulțimea expresiilor este numărabilă, iar predicatele sînt așezate într-un șir $H_1, H_2, ..., H, ...$ astfel încît sînt satisfăcute următoarele trei condiții : (1) enunțul $H_6(X)$ este adevărat dacă și numai dacă X este un enunț demonstrabil ; (2) enunțul $H_{3n}(X)$ este adevărat dacă și numai dacă $H_n(X)$ nu este adevărat ; (3) enunțul $H_{3n+1}(X)$ este echivalent

cu enunțul $H_n(X(X))$ (n este peste tot un număr natural arbitrar iar X este o expresie arbitrară a sistemului). Se pune problema de a se găsi numere naturale a, b (eventual egale) astfel încît enunțul $H_a(H_b)$ este adevărat, dar nedemonstrabil în cadrul sistemului. După cum vom vedea mai jos, există o infinitate de soluții, la cel puțin două dintre ele numerele a și b fiind mai mici decît 100.

O teoremă abstractă de tip Gödel

Să trecem acum la varianta abstractă de tipul teoremei lui Gödel. Această variantă afirmă că *în orice sistem formal care satisface condițiile* G_1, G_2 și G_3 *există un enunț adevărat*, dar nedemonstrabil în cadrul sistemului.

Pentru demonstrație, fie un predicat P de tipul aceluia din definiția condiției G_1 ; fie P' un predicat asociat cu P în modul specificat în enunțul condiției G_2 și fie $P'\#$ predicatul asociat cu predicatul P' în modul specificat în enunțul condiței G_3. În aceste condiții, oricare ar fi expresia X, enunțul $P'\#(X)$ este adevărat dacă și numai dacă enunțul $X(X)$ nu este demonstrabil (deoarece $P'\#(X)$ este echivalent cu $P'(X(X))$, care este adevărat dacă și numai dacă $X(X)$ nu este demonstrabil). Luînd X egal cu $P'\#$, obținem că enunțul $P'\#(P'\#)$ este adevărat, dacă și numai dacă $P'\#(P'\#)$ este nedemonstrabil. Deoarece orice enunț demonstrabil este adevărat rezultă că enunțul $P'\#(P'\#)$ trebuie să fie adevărat, dar nedemonstrabil în cadrul sistemului. Teorema este astfel demonstrată.

Acum putem da răspunsul la problema formulată la sfîrșitul paragrafului anterior. Este suficient să luăm, în demonstrația de mai sus, în rolul lui P pe H_6, în rolul lui P' pe H_{18}, în rolul lui $P'\#$ pe H_{55} (deoarece

$55=3.18+1$); se constată imediat că enunțul adevărat $H_{55}(H_{55})$ nu este demonstrabil în cadrul sistemului.

Un alt mod de a demonstra teorema enunțată la începutul acestui paragraf se obține plecînd de la predicatul P, apoi considerîndu-se un predicat $P\ \#$ asociat cu P așa cum prevede condiția G_3, după cum urmează să considerăm un predicat $(P\ \#)'$ asociat cu $P\ \#$ așa cum prevede condiția G_2. Enunțul $((P\ \#)'\ (P\ \#)')$ este adevărat, dar nedemonstrabil în cadrul sistemului, după cum se poate verifica ușor.

Aplicînd ultimul procedeu de demonstrație la problema formulată la sfîrșitul paragrafului anterior, se obține enunțul adevărat dar nedemonstrabil $H_{57}(H_{57})$. Alte enunțuri de acest fel sînt de forma $H_n(H_n)$, unde n este fie produsul dintre 55 și o putere oarecare a lui 9, fie produsul dintre 57 și o putere oarecare a lui 9. Se confirmă astfel faptul, deja anunțat, al existenței unei infinități de enunțuri adevărate, dar nedemonstrabile.

O dilemă privind enunțurile adevărate, dar nedemonstrabile

Să presupunem acum că, în condițiile de mai sus și, în mod special, în enunțul teoremei din paragraful anterior, înlocuim condiția G_3 din ipoteză prin următoarea condiție M_3: Fiind date două predicate H_1 și H_2, există un predicat H astfel încît, oricare ar fi X, enunțul $H(X)$ este echivalent cu enunțul $H_1(H_2(X(X))$. În sistemul astfel modificat, teorema din paragraful anterior continuă să funcționeze; de îndată ce condițiile G_1, G_2 și M_3 sînt satisfăcute, există un enunț adevărat, dar nedemonstrabil. Numai că, după cum vom arăta, acest enunț nu poate fi precizat, în sensul că pot fi identificate două enunțuri pentru care se arată că cel puțin unul dintre

ele trebuie să fie adevărat, dar nedemonstrabil în cadrul sistemului, fără să se poată preciza care anume dintre cele două enunțuri se află în această situație. Să urmărim cum se ajunge la acest rezultat.

Fie P un predicat de tipul considerat în condiția G_1 și fie P' un predicat de tipul considerat în condiția G_2. Vom considera acum condiția M_3, în care, în rolurile predicatelor H_1 și H_2, vom lua predicatele P și, respectiv, P'. Conform condiției M_3, va exista un predicat H astfel încît, oricare ar fi X, $H(X)$ este adevărat dacă și numai dacă $P(P'(X(X))$ este adevărat; dar această din urmă condiție are loc exact atunci cînd $P'(X(X))$ este demonstrabil. Luînd acum pe H în rolul lui X, rezultă că $H(H)$ este adevărat dacă și numai dacă $P'(H(H))$ este demonstrabil. Notînd cu S_1 enunțul $H(H)$, S_1 este adevărat dacă și numai dacă $P'(S_1)$ este demonstrabil. Totodată, $P'(S_1)$ este adevărat dacă și numai dacă S_1 nu este demonstrabil. Notînd cu S_2 enunțul $P'(S_1)$ obținem două enunțuri S_1 și S_2, astfel încît S_1 este adevărat dacă și numai dacă S_2 este demonstrabil iar S_2 este adevărat dacă și numai dacă S_1 nu este demonstrabil. Să presupunem acum că S_1 este adevărat. Rezultă că S_2 este demonstrabil, deci adevărat, fapt care obligă pe S_1 să fie nedemonstrabil. Așadar, dacă S_1 este adevărat, atunci S_1 nu este demonstrabil iar dacă S_1 nu este adevărat atunci din nou S_1 nu este demonstrabil. Rezultă că, în orice caz, S_1 nu este demonstrabil, deci S_2 este adevărat. Dacă S_1 este adevărat, atunci el este enunțul căutat (deoarece, în orice caz, este nedemonstrabil); dacă S_1 nu este adevărat, atunci S_2 este nedemonstrabil, deci adevărat și nedemonstrabil, cu alte cuvinte S_2 este enunțul căutat. Dilema la care am ajuns este clară: sîntem siguri că cel puțin unul dintre enunțurile S_1 și S_2 este adevărat și

nedemonstrabil, dar nu sîntem capabili să precizăm care anume dintre ele se află în această situație.

O pereche bizară de enunțuri

Există, în raport cu mașina Gödel prezentată într-un paragraf anterior, două enunțuri X și Y, astfel încît X afirmă că Y este imprimabil, iar Y afirmă că X nu este imprimabil. Să luăm în rolul lui Y enunțul $NPR*P*NPR*$ iar în rolul lui X enunțul $P*Y=P*NPR*P*NPR*$. Pe de o parte, X afirmă că Y este imprimabil (a se vedea modul de evaluare a enunțurilor de tipul (1)); pe de altă parte, Y afirmă că repetarea lui $P*NPR*$ (repetare care nu este altceva decît enunțul X) nu este un enunț imprimabil (a se vedea modul de evaluare a enunțurilor de tipul (4)). Rezultă că dacă X este adevărat, atunci Y este imprimabil, deci adevărat, deci X este neimprimabil. Dacă Y este adevărat, atunci X este neimprimabil; în aceste condiții, sau X este adevărat, deci adevărat și neimprimabil, sau X nu este adevărat, deci Y nu este imprimabil, deci Y este adevărat și neimprimabil. În concluzie, cel puțin unul dintre enunțurile X și Y este adevărat și neimprimabil, dar nu putem preciza care anume dintre ele.

O dilemă similară se obține luînd $X = PR*NP*PR*$ și $Y = NP*X$.

R. M. Smullyan *(The lady or the tiger? and other logical puzzles,* Alfred A. Knopf, Inc. 1982), a arătat că mașinile Gödel de tipul descris mai sus se află confruntate cu o dilemă și mai generală, care poate fi formulată în modul următor: pentru orice număr natural n se pot construi n enunțuri dintre care cel puțin unul este adevărat, dar neimprimabil, fără însă a se putea preciza care anume dintre enunțuri se află în această situație.

În încheiere, este necesară *o* lămurire privind notațiile utilizate. Dacă notațiile *P*, *R* și *N* au o motivație naturală, *PX* exprimînd proprietatea mașinii de a putea imprima pe *X*, *R* semnificînd repetarea iar *N* negarea, ce rol a avut simbolul stea ✱? Folosirea acestui simbol este de natură să evite posibile ambiguități. De exemplu, *o* notație ca *NPR* ar putea să însemne tot atît de bine faptul că *RN* este imprimabil sau că repetarea lui *N*, adică *NN*, este imprimabilă. O atare ambiguitate este evitată prin folosirea simbolului ✱.

Proceduri de decizie

În lumina dificultăților puse în evidență de Gödel, este clar că nu se poate pune problema dezvoltării întregii matematici pe baza unui singur sistem formal, complet și lipsit de contradicție. La fel de himerică apare perspectiva dezvoltării unui singur sistem de axiome pentru întreaga matematică. În aceste condiții, ne mulțumim cu realizări mai modeste, căutînd să construim sisteme formale pentru diferite părți ale matematicii, să axiomatizăm diferite părți ale algebrei sau geometriei. Aceste încercări au fost numeroase și interesante. Ele pot fi repartizate în două clase, după cum sînt sau nu tutelate de teoreme de tip gödelian. Astfel, sistemul formal al aritmeticii se află în prima clasă, în timp ce sistemul formal al calculului propozițional se află în a doua clasă. O axiomatizare a calculului propozițional se află în *Principia Mathematica* a lui Whitehead și Russell, unde pe baza a cinci formule de bază (axiome) se deduc alte formule (numite teoreme). Ulterior s-a dezvoltat o altă abordare a calculului propozițional, pe baza așa-numitelor tabele de adevăr. Cele două metode sînt echivalente. O formulă validă, oricare ar fi valorile de

adevăr ale propozițiilor pe care le conține, este o *tautologie*. Calculul propozițional este complet, în sensul că orice tautologie este demonstrabilă sau în sensul (echivalent) că dacă se adaugă sistemului o formulă nedemonstrabilă pe baza axiomelor, atunci sistemul devine contradictoriu.

Fiind dată o colecție C de formule într-o teorie T, o *problemă de decizie* pentru C în T constă în a găsi o procedură efectivă prin care, fiind dată o formulă oarecare, putem decide într-un număr finit de etape dacă ea se află sau nu în C. O atare procedură, dacă există, constituie o *metodă de decizie* sau o *procedură de decizie* pentru C. De exemplu, pentru colecția A a enunțurilor adevărate de forma *p și q sînt numere prime între ele* din teoria elementară a numerelor întregi, algoritmul lui Euclid privind stabilirea celui mai mare divizor comun a două numere furnizează o procedură de decizie.

Însă cazul cel mai interesant, în ordinea de idei discutată aici, este cel în care colecția C este alcătuită din toate enunțurile demonstrabile într-un sistem formal dat T. Problema de decizie revine aici la găsirea unei proceduri prin care să se poată decide, într-un număr finit de pași, dacă un enunț oarecare este sau nu demonstrabil prin metodele din T. Dacă o atare procedură există, ea constituie o procedură de decizie pentru T, iar problema existenței unei proceduri de acest fel este numită problema de decizie pentru T. O teorie T pentru care această procedură există se numește *decidabilă*; în cazul contrar, T este *nedecidabilă*.

Teorii decidabile și teorii nedecidabile

Dar este ideea de procedură efectivă, preconizată mai sus, suficient de precisă, de

riguroasă, pentru a nu da naștere la echivocuri ? Cercetări îndelungate efectuate, începînd cu deceniul al treilea al secolului nostru, au condus la cîteva idei de procedură efectivă, constructivă, care pînă la urmă s-au dovedit a fi echivalente și care au făcut obiectul a diferite teorii : teoria recursivității generale (Herbrand-Gödel), teoria definibilității lambda (Church-Kleene), teoria calculabilității (Post-Turing), teoria algoritmilor normali (Markov).

Există teorii nedecidablie ? Nu numai că există, dar cele mai multe teorii se află în această situație. În 1936, A. Church a demonstrat, folosind noțiunea de definibilitate lambda, absența unor proceduri de decizie pentru o clasă largă de sisteme formale. De exemplu, nu există nici o procedură de decizie pentru axiomatica aritmeticii lui Peano. Nu există o atare procedură nici pentru așa-numitul sistem Z propus de D. Hilbert și P. Bernays (*Grundlagen der Mathematik*, vol. I, 1934 ; vol. II, 1939, Springer, Berlin) pentru formalizarea aritmeticii numerelor întregi ; dacă ar exista o procedură de decizie pentru sistemul *Z*, atunci s-ar putea rezolva faimoasa problemă a lui Fermat, problema lui Goldbach privind reprezentarea oricărui număr par ca sumă a două numere prime și problema infinității numerelor prime gemene (două numere prime sînt gemene dacă diferă prin 2). B. Rosser a arătat, în 1936, că aritmetica lui Peano este esențial nedecidabilă, în sensul că orice extensiune necontradictorie a acestei aritmetici este nedecidabilă. Calculul predicatelor de primul ordin este nedecidabil. Teoria numerelor raționale, teoria generală a inelelor, teoria grupurilor (și semigrupurilor) ca și multe compartimente ale teoriei mulțimilor și topologiei sînt toate nedecidabile.

Există teorii decidabile ? Există, dar mai puține decît cele nedecidabile. Așa-numitul

sistem D propus de Hilbert și Bernays (*op. cit.*, vol. I, p. 357) pentru numerele naturale, aritmetica oricărui cîmp finit, aritmetica mulțimii numerelor reale, aritmetica mulțimii numerelor complexe, teoria grupurilor comutative și teoria corpurilor algebrice închise sînt exemple de teorii decidabile. Orice sistem formal complet este decidabil.

PROVOCAREA FIZICII

Provocarea Einstein-Podolsky-Rosen

Sînt 50 de ani de cînd Albert Einstein, Boris Podolsky și Nathan Rosen au adresat fizicii, întregii științe, o provocare devenită celebră și care nu încetează să se afle în centrul atenției cercetătorilor. Rezultatul lor este cunoscut sub numele *experimentul EPR* (după inițialele autorilor), *argumentul EPR* sau *paradoxul EPR* (A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen, *Can Quantum Mechanical description of reality be considered complete ?*, in Physical Review, vol. 47, 1935). Nu este vorba de un experiment în laborator, ci de unul gîndit, iar matematica își are aici partea ei deloc neglijabilă. Autorii menționați consideră un sistem format din două particule aflate în interacțiune, care după un timp sînt separate. Ei arată că dacă predicțiile Mecanicii cuantice sînt corecte, atunci, măsurînd starea primei particule, determinăm și starea celei de a doua, deși, prin separarea lor, interacțiunea fizică dintre ele nu mai este posibilă. Orice modificare în spinul uneia dintre particule afectează simultan cealaltă particulă, în ciuda separării lor.

Rezultatul a fost primit cu stupoare. Cum „află" cea de a doua particulă despre schimbarea care o afectează pe cea dintîi, în condi-

țiile în care ele au fost separate ? Trimite prima un semnal energetic celei de a doua ? O atare „călătorie" ar cere un anumit timp, fapt incompatibil cu simultaneitatea schimbării lor.

Pentru a înțelege semnificația acestui rezultat, trebuie să evocăm întregul context științific al anului 1935. Teoria cuantică era deja, la acest moment, bine închegată, aducînd tot mai mult în atenție ideea că realitatea nu poate fi înțeleasă decît în cadrul unei viziuni probabilist-statistice ; aceasta înseamnă că nici o predicție nu este posibilă asupra unui eveniment subatomic luat izolat, ci numai asupra unei mulțimi cît mai numeroase de evenimente de acest fel. Einstein părea contrariat și nemulțumit de această situație. Teoria specială a relativității își cîștigase un imens prestigiu, rezistînd la toate testele experimentale. Era în consecință greu de renunțat la vreunul dintre principiile acestei teorii. Însă paradoxul EPR cerea totuși o atare renunțare, deoarece o schimbare instantanee în cele două particule nu putea fi acceptată decît în ipoteza că semnalul care circulă între ele are o viteză superioară vitezei luminii. Sacrificăm teoria specială a relativității pentru a putea salva Mecanica cuantică (MC) ? Sau acceptăm că imaginea pe care o furnizează mecanica cuantică despre realitate este incompletă ?

Karl R. Popper (*A realist view of the Einstein-Podolsky-Rosen experiment*, comunicare la al VII-lea Congres internațional de logică, metodologie și filosofia științei, Salzburg, Austria, 11—16 iulie 1983), în corespondență cu Einstein, pe care l-a întîlnit apoi personal în 1950, rămînînd în contact cu el, aduce în această privință o mărturie interesantă, din care desprindem în cele ce urmează punctele mai importante.

În 1950, Einstein avea concepții strict deterministe ; el credea atunci într-un Univers

unitar cu patru dimensiuni. Ulterior, însă, și-a revizuit ideile. Wolfgang Pauli, în două scrisori (din 31.III.1954 și 15.IV.1954) accentuează că ideile lui Einstein erau atunci nu ale unui „determinist", ci ale unui „realist". Popper consideră că Maxwell, Boltzmann, Einstein, Gibbs și de Broglie sînt fondatorii fizicii statistice. Dar ei nu au abandonat dintr-o dată subiectivismul lui Laplace, după care fizica ar recurge la ideea de probabilitate numai datorită cunoștințelor insuficiente de care dispunem. De exemplu, Einstein a abandonat acest subiectivism abia în 1950, iar fondatorii MC au persistat și ei multă vreme în această idee, care a marcat puternic subiectivismul lor.

Einstein admitea, ca explicație științifică, atît legile deterministe, cît și pe cele statistice ; dar aceasta abia în ultima parte a vieții sale. El admira MC, dar nu accepta teza lui Bohr și Heisenberg după care Mecanica cuantică ar fi ultimul cuvînt posibil în fizică (Heisenberg ar fi susținut că principiul nedeterminării marchează limita pînă la care putem investiga, nemaipermițînd o rafinare ulterioară a observațiilor noastre). Cu această teză polemiza experimentul EPR, punînd sub semnul întrebării completitudinea MC, pe care o accepta ca o teorie statistică, dar o refuza în interpretarea Bohr-Heisenberg. Popper atrage atenția că Einstein nu a afirmat niciodată că MC implică posibilitatea acțiunii la distanță, ci numai că interpretarea de către Bohr a acestei mecanici implică o atare acțiune nelocală. Dat fiind însă că mai toată lumea a acceptat interpretarea lui Bohr, experimentul EPR a fost considerat în sensul că MC ar implica acțiunea la distanță (implicație pe care Einstein n-o accepta). De altfel, membrii școlii de la Copenhaga nu au crezut cu adevărat într-o atare acțiune.

Argumentul lui Einstein se baza pe incertitudinea poziției și momentului unei parti-

cule; argumentul EPR polemiza cu ideea după care așa-numitul dualism particulă-undă trebuie interpretat în sensul că particulele nu posedă poziții și momente, ci numai *dobîndesc* poziții atunci cînd măsurăm pozițiile lor, după cum *dobîndesc* momente atunci cînd măsurăm momente.

Popper atrage atenția asupra modificării — să-i spunem EPRB — propuse de David Bohm la argumentul EPR. Inițial, MC susținea că dacă măsurăm poziția, modificăm momentul (nu și poziția), și reciproc. Se știa însă că dacă se măsoară polarizarea este influențată chiar starea de polarizare. În versiunea EPRB a lui Bohm pentru argumentul EPR, poziția și momentul sînt înlocuite prin polarizare. Popper este de părere că, testate experimental, EPR și EPRB ar putea da rezultate foarte diferite. Să mai amintim că și Popper a propus o versiune a paradoxului EPR, pe care o bănuie mult mai ușor testabilă experimental decît versiunea EPRB.

Teorema lui Bell

Interesul pentru argumentul Einstein-Podolsky-Rosen a crescut considerabil în urmă cu peste 20 de ani, cînd John S. Bell (*On the Einstein-Podolsky-Rosen Paradox*, Physics, vol. 1, 1964, p. 195—200) obține un rezultat teoretic pe care profesorul de fizică Henry Stapp de la Universitatea din Berkeley, California, nu a ezitat a-l considera cea mai importantă descoperire din istoria științei. Este vorba de o teoremă exprimată sub forma unor inegalități matematice care permit să se testeze experimental, de o manieră precisă și riguroasă, ideile cele mai generale privind cauzalitatea locală și separabilitatea. Relativ recent, J. S. Bell a avut prilejul de a reconsidera întreaga problemă (*Bertlmann's Socks and the Nature of Reality*, Invited address to

the meeting of philosophers and physicists, Fondation Hugot du Collège de France, Paris, 1980, publication du CERN-TH 2926, 1980) iar Bernard d'Espagnat a consacrat implicațiilor teoremei lui Bell un articol important (*The Quantum Theory and Reality*, Scientific American, vol, 241, 1979, no. 5, p. 128—140) și apoi o întreagă carte (*A la Recherche du Réel*, Gauthier-Villars, Paris, 1981). Despre ce este vorba ?

Să presupunem că doi experimentatori, separați în spațiul-timp, aleg în mod independent unul de altul condițiile propriei lor experiențe. În conformitate cu ideile de cauzalitate locală și de separabilitate, rezultatele obținute de către unul dintre experimentatori ar trebui să fie complet independente de rezultatele obținute de celălalt experimentator. Dezideratul firesc al obiectivității științifice pare să impună absența oricărei conexiuni nelocale. Totuși, teorema lui Bell afirmă că predicțiile mecanicii cuantice (MC) sînt ireconciliabile cu independența rezultatelor celor doi experimentatori.

Prima confirmare experimentală a teoremei lui Bell a fost obținută în 1972 de către profesorul John Clauser de la Universitatea din Berkeley. Henry P. Stapp (*Correlation Experiments and the Nonvalidity of Ordinary Ideas About the Physical World*, Physical Rewiew, D3, 1971, p. 1303) descrie semnificația teoremei lui Bell în modul următor : „Dacă predicțiile statistice ale teoriei cuantice sînt adevărate, atunci ideea existenței unui univers obiectiv este incompatibilă cu legea cauzelor locale".

Față de formularea de mai sus, ca și față de multe altele pe care le considerăm în acest itinerar, trebuie să facem unele rezerve. Lumea particulelor elementare este guvernată de legi matematice. Legile fizicii în general sînt de natură matematică. Însă, așa cum am

observat și în *Poetica matematică* (p. 16), limbajul matematic nu este totdeauna traductibil în limbajul ordinar. Ceea ce se poate exprima în acest limbaj este doar o anumită aproximație a semnificațiilor mai generale ale rezultatelor. Mai apare și o altă dificultate, discutată într-o lucrare recentă a lui Basarab Nicolescu *(Nous, la particule et le monde*, Editions le Mail, Paris, 1985). Deși tabloul pe care-l oferă fizica actuală prezintă o simplitate și o frumusețe de natură globală, care stimulează deopotrivă rațiunea și intuiția, sensibilitatea și imaginația, totuși cele mai multe imagini folosite pentru a da nespecialiștilor o idee despre legile cuantice eșuează în această încercare, datorită faptului că sînt, în mod inevitabil, împrumutate din universul macroscopic cu care sîntem familiarizați și în care fenomenele infinitului mic sînt neechivalabile. Universul cuantic are propria sa logică și propriul său limbaj, care pot fi deformate pînă la falsificarea totală prin obișnuitele „manipulări" macroscopice. Există uneori o tendință de poetizare a faptelor științifice, care nu face decît să denatureze aceste fapte și să eclipseze frumusețea lor autentică.

Cu aceste precauții, să revenim la teorema lui Bell, cu unele precizări. Legea cauzelor locale revine la faptul că evenimentele din universul nostru se desfășoară cu o viteză care nu o întrece pe aceea a luminii (limitare impusă de teoria relativității speciale). Trebuie să precizăm și sensul tratării experimentale a teoremei lui Bell. De fapt (așa cum observă și Larry Dossey la p. 98 a cărții sale citate în capitolul următor), experimentul nu se referă la o teoremă ca atare, ci numai la confirmarea (sau infirmarea) predicțiilor statistice ale MC. Să mai observăm că nu toate experimentele au confirmat aceste predicții, iar un autor ca Henry J. Folse, Jr. (*Complemen-*

tarity and Scientific Realism, Proceedings of the International Congress of Methodology and Philosophy of Science, Salzburg, Austria, 11—16 July, 1983, p. 55—58) consideră că neconfirmarea experimentală a inegalităților lui Bell pare să indice că descrierea dată de MC microsistemelor nu poate fi înlocuită cu o teorie a variabilelor ascunse care ar reprezenta microsistemele într-un mod consistent cu realismul clasic, în acest sens fiind invocat și articolul lui Bernard d'Espagnat menționat mai sus.

Teorema lui Bell venea ca o confirmare a propoziției „imposibile" a lui Einstein : Este posibilă o schimbare instantanee în sisteme total separate. Larry Dossey nu-și poate reține mirarea : „Încă o dată, cum s-a întîmplat de atîtea ori în secolul nostru, matematica și experimentul ne transportă pe un tărîm inaccesibil logicii noastre de fiecare zi. Imaginați-vă ! Dacă două particule s-au aflat odată în contact, atunci, chiar dacă ele sînt pentru totdeauna separate, orice modificare a uneia din ele este însoțită instantaneu de o modificare a celeilalte".

Marea majoritate a rezultatelor experimentale concordă cu predicțiile MC. Unul dintre experimentele cele mai recente care confirmă existența unor corelații nelocale a fost efectuat de Alain Aspect, Ph. Grangier, G. Roger (relatare în Physical Review Letters, vol. 47, 1981, no. 7, p. 460). Trebuie să vedem în aceste corelații nelocale intervenția iraționalului, violarea cauzalității, falimentul obiectivității științifice ? se întreabă Basarab Nicolescu (*op. cit.*, p. 32) și răspunde : „Sigur nu. Nu cauzalitatea ca atare este pusă sub semnul întrebării, ci o formă particulară, restrînsă a ei. Cauzalitatea locală este o formă particulară, restrînsă, a obiectivității științifice. Lumea rămîne cauzală, rațională".

Ipoteza „bootstrap"-ului

În 1959, Geoffrey F. Chew, profesor la Universitatea din Berkeley, a formulat o ipoteză care-și propunea să explice unele date experimentale din fizica particulelor (G. F. Chew, *Theory of strong coupling of ordinary particles*, Proceedings of the Ninth International Annual Conference on High Energy Physics, Kiev, 1959, p. 332 ; G. F. Chew-M. Jacob, *Strong interaction Physics*, W.A.Benjamin Co., New York, 1964). La scurt timp după aceasta, ipoteza lui Chew, cunoscută sub numele de *ipoteza de „bootstrap"* a fost folosită pentru unele calcule fizice de detaliu (G. F. Chew, S. Mandelstam, *Theory of the low-energy pion-pion interaction*, II, Nuovo Cimento, vol. 19, 1961, p. 752—776).

Despre ce este vorba ? Cuvîntul englezesc *bootstrap* ar însemna, la modul propriu, „curea de gheată", dar sensul ei figurat vizat aici este de autoconsistență. Timp de secole a dominat ideea după care realitatea fizică trebuie descrisă prin anumite ecuații ale mișcării. Newton este cel dintîi care a propus o astfel de ecuație (forța este produsul dintre masă și accelerație) pentru corpurile macroscopice. Maxwell a dat celebrele sale ecuații privind cîmpurile electro-magnetice iar Schrödinger și Dirac au propus ecuații ale mișcării sistemelor atomice. La baza tuturor acestor descrieri se află presupoziția după care obiectele care se mișcă sînt un fel de „cărămizi" de bază ale realității fizice, bine definite în fiecare punct al spațiului-timp, iar mișcarea acestor obiecte poate fi descrisă de o manieră deterministă. Însă, după cum se știe, lumea cuantică nu se supune unui determinism de tip clasic. Teoria „bootstrap"-ului duce mai departe această constatare, propunînd renunțarea totală la ecuații de mișcare de orice fel. G. F. Chew (*Impasse for the elementary particle concept*, în „The

Great Ideas Today 1974", Encyclopaedia Britanica, 1974, p. 114—115), observă că o caracteristică esențială a cîmpului, care-l distinge net de o particulă fizică, este posibilitatea de a-l defini într-un punct al spațiului-timp. În schimb, despre ecuația relativistă și cuantică a unei particule nu are sens să vorbim, deoarece nu putem da un sens precis poziției unei particule.

Renunțînd la orice ecuație de mișcare, teoria bootstrap"-ului renunță la ideea existenței unor „cărămizi" fundamentale ale realității fizice; dacă am accepta o entitate de bază, care se află în mișcare, ea nu ar putea fi în nici un caz o particulă — ar trebui să fie altceva, probabil un cîmp. Însă Chew se exprimă cu precauție, accentuînd caracterul de ipoteză al teoriei sale: „...este posibil să nu apară necesitatea unei ecuații de mișcare. Dacă într-adevăr acesta este cazul, este posibil să nu existe nici o entitate fundamentală, fie ea cîmp sau altceva". În ultima lucrare menționată — și în alta, anterioară (*Hadron bootstrap: triumph or frustration?*, Physics Today, vol. 23, 1970, nr. 10, p. 23—28), G. F. Chew propune o definiție mai precisă a „bootstrap"-ului. Fiecare particulă nucleară are trei roluri diferite: *constituent* al mulțimilor compuse; *mediator* al *forței* care asigură coeziunea acestei mulțimi; *sistem compus*. În *Nous, la particule et le monde* (p. 39—42), după care ne-am condus în considerațiile de mai sus, se observă apropierea dintre ipoteza „bootstrap"-ului și gîndirea sistemică actuală. O particulă este ceea ce este numai pentru că ea coexistă cu toate celelalte particule. Identității precise a unei particule i se substituie relația dintre evenimente, prin *eveniment* înțelegîndu-se aici orice creație sau anihilare a unor particule. Nu mai avem a face cu obiecte în sine, cu o identitate proprie. Atributele

unei particule sînt rezultatul interacțiunilor ei cu celelalte particule.

W. Heisenberg (*Development of concepts in the history of Quantum Theory*, American Journal of Physics, vol. 43, 1975, nr. 5, p. 392; pentru mai multe detalii privind punctul de vedere al lui Heisenberg, a se vedea Gerald Holton, *L'imagination scientifique*, Gallimard. 1981, p. 40—44 și p. 96—98) exprima o idee asemănătoare: „...Orice particulă constă din toate celelalte particule... Cu ce trebuie deci să înlocuim conceptul de particulă fundamentală? Cred că trebuie să-l înlocuim cu cel de simetrie fundamentală...". Este vorba deci de o ruptură în raport cu tradiția Democrit-Newton. Prin ipoteza „bootstrap"-ului natura se autoorganizează după un principiu de autoconsistență exprimabil printr-o infinitate de condiții care determină cu unicitate particulele existente. Singura lume compatibilă cu legile naturii (la rîndul lor deductibile, în principiu, prin autoconsistență) este, după ipoteza „bootstrap"-ului, lumea naturii. Nu putem găsi un sistem logic necontradictoriu, care să fie în concordanță cu tot ceea ce observăm sau vom observa. Trebuie să ne mulțumim cu aproximații. Apropierea de teorema de incompletitudine a lui Gödel devine aici inevitabilă.

Ne rămîne să observăm că ipoteza „bootstrap"-ului are interferențe puternice cu teoria holonomiei, despre care am discutat în *Timpul* (Editura Albatros, 1985, p. 327—329); avem în vedere coexistența ipostazelor de parte și tot, respectiv de subsistem și suprasistem. Să mai observăm că dacă un principiu general de „bootstrap", care să guverneze nu numai lumea particulelor, ci și pe aceea a corpurilor macroscopice și a vieții în toată complexitatea ei, este deocamdată o simplă speculație filosofică, unele manifestări macroscopice ale acestui principiu pot fi atestate

de pe acum, de exemplu în lingvistica modernă.

Ne aflăm în prezența unui aspect important al circularității naturii.

Fizică și topologie

Fenomenul de „bootstrap" studiat de Chew și prezentat în paragraful precedent este numit *bootstrapul hadronic*, deoarece se referă la o anumită categorie de particule, numite *hadroni* (intră aici protonii, neutronii și pionii) caracterizate prin interacțiune tare la scara nucleului atomic. Alte particule, ca leptonii (cu interacțiune slabă) sau fotonii (cu interacțiune electromagnetică la scară macroscopică) rămîn în afara fenomenului în discuție. În studiul bootstrap-ului hadronic se urmărește comportamentul hadronilor *înainte* și *după* interacțiunile lor, nu și ceea ce se întîmplă chiar în momentul interacțiunii. În acest fel, nu mai este necesar să se introducă un spațiu-timp la scară microscopică, fiind suficient spațiul-timp la scară macroscopică. În particular, nu este necesar să se definească poziți unui hadron individual. Formalismul matematic prin care se realizează aceste deziderate utilizează o matrice în care fiecare element descrie o anumită interacțiune a particulelor. Teoria care se constituie (G. F. Chew-M. Jacob, *Strong Interaction Physics*, W. A. Benjamin, New York, 1964) caută să realizeze o predicție a configurației acestei matrici. Ipoteza adoptată este aceea a posibilității acestei predicții, de îndată ce sînt îndeplinite următoarele patru condiții (avînd o bază experimentală): 1) Fizica nu trebuie să depindă de mișcarea observatorului; 2) Conservarea probabilității: suma tuturor probabilităților de obținere a unei anumite stări finale trebuie să fie egală cu unitatea; 3) Elementele matricii sînt funcții analitice de cantitățile de mișcare ale hadronilor (proprietate legată de inexistența

hadronilor de masă nulă), faptul acesta fiind aspectul matematic al cauzalității macroscopice ; 4) Are loc un comportament asimptotic (de energie infinită) al amplitudinilor de difuzie, care permite o definiție precisă a faptului că un hadron este compus din toți ceilalți hadroni (Chew și Jacob numesc acest fenomen *democrație nucleară*). În teoria „bootstrap"-ului, aceste patru condiții îndeplinesc rolul pe care îl au ecuațiile de mișcare în teoriile de tradiție newtoniană. În special condiția a doua conduce la complicații matematice deosebite (un sistem infinit de ecuații cuplate, neliniare, pe care nu știm încă să-l rezolvăm și nici nu știm dacă are soluție). Concomitent, subconstituenții hadronilor, cuarcii, s-au impus tot mai mult atenției cercetătorilor, atît sub aspect teoretic cît și din punct de vedere experimental. Însă cuarcii opun democrației nucleare a hadronilor o adevărată aristocrație, deoarece ei apar ca un fel de „cărămizi" care stau la baza construcției universului hadronic. Între timp, au survenit și rezultatele privind unificarea teoretică a interacțiunilor slabe cu cele electromagnetice, accentuîndu-se astfel „infirmitatea" „bootstrap"-ului hadronic de a nu include decît interacțiunile tari.

Împrejurările descrise mai sus au dus la un impas al teoriei lui Chew. Din acest impas s-a putut ieși printr-o schimbare radicală în „matematica bootstrap-ului". Este vorba de întîlnirea — a posteriori atît de naturală — dintre ideea de „bootstrap" și o ramură a matematicii moderne numită *topologie*. „Bootstrap"-ul topologic, născut din acest contact, recuperează toate tipurile de interacțiuni (tari, slabe și electromagnetice) și ajunge la o conciliere cu cuarcii. Este matematica „bootstrap-ului topologic" mai simplă decît aceea a „bootstrap-ului hadronic" ? Greu de spus, este în orice caz deosebit de adecvată și a și înregistrat unele succese. Pregătită încă din secolul al 18-lea (de exemplu

prin lucrările lui L. Euler), topologia s-a constituit ca disciplină abia în secolul nostru. Ea este prin excelență o știință a calitativului, a comportamentului global. René Thom a văzut-o ca o știință generală a evoluției formelor, în care au loc atît fenomenele de continuitate cît și cele de discontinuitate. Prin toate aceste aspecte, topologia este a priori adecvată să modeleze lumea particulelor. Punctul de plecare îl constituie un graf în care fiecare vîrf este un eveniment (adică o anihilare sau o producere de particule) iar particulele corespund arcelor grafului. Proprietățile particulelor elementare revin la fluxul unor proprietăți topologice în astfel de grafuri. Numerele cuantice corespund orientărilor anumitor linii topologice. Nu putem intra aici în mai multe detalii (pentru care se poate consulta cartea *Nous, la particule et le monde,* deja menționată), deoarece intrăm într-o zonă delicată a topologiei diferențiale, care ar pretinde foarte multe lămuriri. Vom reține doar faptul că se obține o ierarhie topologică de grade de complexitate, care pleacă de la o complexitate nulă, unde „bootstrap"-ul operează direct și clar ; este vorba aici de un nivel subcuantic, anterior lumii particulelor, aceasta din urmă fiind la rîndul ei mai simplă decît lumea observată, a percepției noastre directe. Acestea sînt cele trei nivele despre care dă seama „bootstrap-ul topologic" ; îi scapă încă nivelul cosmic, al interacțiunilor gravitaționale. La nivelul subcuantic, particulele nefizice care apar sînt în același timp simple și compuse, fiecare particulă definindu-se prin toate celelalte.

Particulele, altele decît hadronii, apar la un nivel de complexitate mai ridicată, unde continuă să funcționeze, ca și la primul nivel, un principiu de autoconsistență topologică permițînd unificarea interacțiunilor tari, slabe și electromagnetice. „Bootstrap-ul topologic"

aduce o nouă lumină asupra naturii spațiului-timp. Realitatea observabilă e generată de complexitate. Legile fundamentale nu operează în interiorul spațiului-timp continuu. Realitatea cuantică cere un spațiu multidimensional, diferit de spațiul-timp al realismului clasic, un spațiu mai larg, în care evenimentele fizice au loc concomitent în toate dimensiunile. Există cauzalitate, dar evenimentul e instantaneu, fără înainte și după, în sensul obișnuit al acestor termeni.

Topologia aduce astfel fizicii nu numai un instrument, ci și o viziune. Este un exemplu strălucit de stimulare și fertilizare prin matematică a unor idei fizice.

Ideile lui **Bohm**

Modelul topologic al „bootstrap"-ului și-a propus să surprindă aspectul global și sistemic al acestuia, în care un rol decisiv îl are structura holografică (legătura dintre parte și întreg, dintre local și global). Această structură evocă și alte fenomene matematice, cum ar fi analiticitatea și cvasianaliticitatea, unde comportamentul unei funcții pe o parte oricît de mică a teritoriului ei de definiție determină comportamentul pe întregul teritoriu. Într-o serie de articole (dintre care menționăm aici *Sur une classe de fonctions définies par des inégalités, introduite par M. A. Császár*, „Acta Scientiarum Mathematicarum", vol. 19, 1958, nr. 3—4, p. 192—218) am arătat că solidaritatea dintre aspectul local și cel global, completa determinare a celui de al doilea de către cel dintîi se manifestă și în cadrul unor clase de funcții definite prin inegalități, clase pe care le putem numi patologice, deoarece sînt formate din funcții lipsite de orice proprietate obișnuită la funcții uzuale (continuitate, monotonie, derivabilitate, integrabilitate etc.). În particular, o astfel de

clasă este constituită de soluțiile discontinue ale ecuației funcționale a lui Cauchy $f(x+y) = f(x)+f(y)$.

O întreagă colecție de studii dedicate structurilor holografice a fost editată de Ken Wilber (*The holographic paradigm and other paradoxes*, Shambhala, Boulder, Colorado, 1982). Din această colecție vom reține acum secțiunea *The enfolding — unfolding universe* (p. 44—104), în care se prezintă o conversație a lui René Weber cu fizicianul David Bohm. După cum vom vedea, este vorba aici în mod special de lumea cuantică, de acele aspecte ale ei la care ne-am referit și în discuția ipotezei de *bootstrap*.

Modelul holografic al conștiinței se bazează pe ideea că informația pe care conștiința o utilizează nu este păstrată în locuri particulare, ci pe întreaga zonă cerebrală sau pe largi părți ale ei. Informaticienii ar prefera și ei păstrarea holografică a informației, mult mai eficientă decît actuala păstrare digitală. Bohm aduce însă următoarea nuanțare: îndreptînd lumina asupra unei părți a unei holograme, vom obține o informație asupra întregului, însă această informație va fi mai puțin detaliată și din mai puține unghiuri decît aceea obținută de la întreaga hologramă. Cu cît luăm în considerare o parte mai mare a hologramei, cu atît obținem o informație mai bogată.

Holograma este pentru Bohm un exemplu de ceea ce el numește ordinea desfășurată sau implicată, pentru care propune un model (sau o metaforă ?), sub forma următoare. Să considerăm doi cilindri concentrici de sticlă, între care s-a introdus un fluid foarte vîscos, cum ar fi glicerina. Cilindrii pot fi rotiți foarte încet, astfel încît să nu se producă nici o difuziune a fluidului vîscos. Dacă introducem în acest fluid o picătură de cerneală insolubilă și imprimăm o rotire lentă, se va obține un fir invizibil care, la o rotire înapoi, va

redeveni vizibil. Are loc o înfășurare a firului așa cum oul cuprinde cozonacul. Nu putem scoate oul din cozonac, dar putem desfășura firul, deoarece ne aflăm în prezența unui amestec vîscos, deci care nu se răspîndește ; putem desfășura picătura de cerneală în afara glicerinei, rotind-o înapoi încet, în așa fel încît să nu se producă nici o difuziune. Putem acum înfășura o altă picătură de cerneală, care va semăna cu prima, însă între ele este o deosebire, fiecare desfășurîndu-se în cealaltă. Această deosebire se manifestă în ordinea înfășurată ; ordinea pe care o vedem este ordinea desfășurată ordinară, care este descrierea noastră obișnuită a realității. În mod obișnuit, noi gîndim fiecare punct din spațiu și timp ca fiind distinct și separat, toate relațiile exercitîndu-se între puncte contigue în spațiu și timp. În ordinea înfășurată, cînd înfășurăm o picătură, aceasta se întîmplă în raport cu întregul, fiecare parte contribuind la picătura considerată. Introducînd o a doua picătură, cele două picături vor fi în poziții diferite, dar prin înfășurare ele se amestecă reciproc, se întrepătrund ; prin desfășurare însă, ele se separă și redevin două picături.

Pentru Bohm, situația de întrepătrundere globală nu poate fi descrisă cu limbajul ordinar. Ordinea uzuală de descriere pe care o întîlnim în fizică este cea carteziană, în care fiecare punct poate fi separat de celelalte, cu care poate avea relații de contiguitate. În topologie se introduc diferite proprietăți de separație care dau seama despre această situație. Mentalitatea carteziană-newtoniană corespunde structurii de spațiu al lui Felix Hausdorff, în care două puncte distincte admit totdeauna vecinătăți sferice disjuncte. O proprietate mai slabă de separație este produsă de Maurice Fréchet : Pentru orice două puncte a și b există o vecinătate deschisă a lui a care nu conține pe b și o vecinătate deschisă a

lui b care nu conține pe a. Cea mai generală, deci mai slabă proprietate de separație a fost produsă de A. N. Kolmogorov: Măcar unul dintre două puncte distincte admite o vecinătate deschisă care nu conține celălalt punct. Proprietăți de separație ca cele ale lui Fréchet și Kolmogorov ca și situația în care nu este satisfăcută nici una dintre acestea pot modela diferite aspecte care apar într-o structură holografică, în particular în universul cuantic. Prin înfășurare, o curbă netedă devine un întreg în care totul se află în întrepătrundere, desfășurîndu-se într-o... curbă netedă. O altă curbă netedă ar putea fi la rîndul ei înfășurată. Rezultatul ar arăta aproape la fel pentru vederea ordinară, carteziană, dar cele două curbe rămîn distincte, deoarece ordinea de înfășurare este diferită.

Modelul cartezian se prezintă fie atomistic, fie ca un flux continuu. Un cîmp continuu este tot cartezian, dar toate conexiunile sînt contigue; cu alte cuvinte, un cîmp este conectat numai cu elementele de cîmp foarte apropiate lui în spațiu și timp, neavînd nici o conexiune cu elemente la distanță. Nu aceasta este situația în ordinea înfășurată.

Strania matematică a mecanicii cuantice

Un al doilea model propus de Bohm pentru înțelegerea lumii particulelor este următorul. Înfășurăm o picătură rotind mașina de n ori. Introducem apoi o altă picătură într-un loc ușor diferit și o înfășurăm de n ori, timp în care prima picătură este înfășurată de $2n$ ori. Apare aici o distincție subtilă între o picătură care a fost înfășurată de n ori și una care a fost înfășurată de $2n$ ori. Ele par indiscernabile, dar dacă rotim una dintre ele de n ori, obținem o picătură iar după alte

n rotiri obținem pe cealaltă. Să repetăm procedura cu o poziție ușor diferită, supusă la n rotiri, cea de a doua la 2 n rotiri, iar cea inițială la 3 n rotiri. După ce s-au acumulat mai multe picături, întoarcem mașina înapoi, iar picăturile se înfățișează pe rînd vederii noastre; dacă aceasta se întîmplă suficient de rapid, vom percepe o particulă într-o mișcare continuă.

O atare descriere a particulei este total diferită de descrierea carteziană, în care particula se află succesiv în diferite poziții bine determinate. În noua descriere, particula este întregul ale cărui părți ne apar numai în manifestare; ochiul nostru vede picătura atunci cînd intensitatea, densitatea picăturilor de cerneală depășesc un anume grad. Întîlnirea particulelor este numai o abstracție manifestă pentru vederea noastră. Realitatea este ordinea înfășurată, care-i totdeauna globală și esențial independentă de timp; este independentă de timp, deoarece două elemente strîns corelate sînt pe punctul de a se înfășura una după alta, dar la origine ele sînt toate dispersate, amestecate. În acest fel, relația lor de bază nu are nimic a face cu spațiul și timpul. Noi nu putem percepe întreaga ordine înfășurată, ci numai un aspect al ei, care devine manifest. Astfel ia naștere o experiență de percepție. Dar aceasta nu ne dă dreptul să reducem întreaga ordine la partea ei devenită manifestă. După concepția carteziană, întreaga ordine este potențial manifestă, chiar dacă nu știm să actualizăm această potențialitate (prin folosirea eventuală a unor instrumente mai perfecționate). Altfel se petrec lucrurile în ordinea implicată. Picăturile de cerneală sînt numai un model, holograma fiind mult mai fină; de fapt, picăturile de cerneală nu există. Ceea ce este pe cale de a deveni vizibil este o foarte mică parte a ordinei înfășurate, de aceea se introduce

distincția dintre ceea ce este și ceea ce nu este manifest. Ceea ce a fost manifest se poate înfășura și deveni nemanifest sau se poate desfășura în ordinea manifestă iar apoi să se înfășoare din nou, în contrast cu mișcarea fundamentală dintr-un loc într-altul, care apare în concepția carteziană.

Pentru Bohm, cîmpul einsteinian este și el cartezian, deoarece Einstein insistă asupra conexiunii locale, contigue. Acțiunea la distanță se află în afara ideilor lui Einstein, crede Bohm. În schimb, Newton credea posibilă această acțiune, dar încerca să se descotorosească de ea. Bohm insistă asupra convergenței ideilor lui Descartes, Newton și Einstein asupra acestui punct, chiar dacă ei au putut fi în dezacord asupra altor numeroase puncte. (A se vedea, asupra poziției lui Einstein, și primul paragraf al acestui capitol.) În contrast cu modelele propuse de Descartes, Newton și Einstein, în ordinea implicată nu numai că avem a face tot timpul cu aspectul global (teoria cîmpului este și ea globală), dar considerăm că diferitele conexiuni ale întregului n-au nici o legătură cu localizarea în spațiu și timp, ci se asociază unui fenomen calitativ diferit, fenomenul de înfășurare.

În modelele anterioare celui cuantic anumite locuri sînt traversate fie de o particulă, fie de un cîmp de forțe sau de energii. Putem spune deci că, din punctul de vedere al ordinii implicate, nu există o distincție fundamentală între Einstein și Newton. Desigur, Einstein este altceva decît Newton, dar ei se deosebesc în egală măsură de ordinea implicată, unde important este parametrul reprezentat de gradul de implicare. Deosebirea dintre o picătură de cerneală care s-a rotit de n ori și alta care s-a rotit de $2n$ ori este insignifiantă în concepția carteziană, dar în ordinea implicată ea este fundamentală, deoarece aici sînt conectate acele lucruri care au aproximativ același grad de implicare,

oricît de departe ar putea fi dispersate în spațiu și timp. Bohm detaliază această idee cu ajutorul modelului picăturii de cerneală, unde relația fundamentală este gradul de implicare.

Să admitem că sînt necesare percepției noastre n rotiri pentru a înfășura o picătură și $n+1$ rotiri pentru picătura următoare. Să admitem acum că există o altă picătură, care are nevoie de n + un milion de rotiri ; vom spune că ea este foarte departe, foarte dispersată de prima picătură ; numai primele două picături vor fi considerate conectate, deoarece sînt apropiate în operația de înfășurare. Aceste conexiuni nu sînt locale, ci globale, deoarece înfășurarea e totdeauna a întregului. Mai e aici o idee înșelătoare : aceea a succesiunii în înfășurare. Această idee sugerează o ordine temporală ; de fapt însă succesiunea nu are loc în timp, termenii succesiunii fiind prezenți toți odată. Holograma este numai o imagine fixă a unei stări de mișcare care s-ar putea numi holomișcare *(holomovement)* și ale cărei mișcări de bază sînt plierea și desfășurarea. Orice existență este holomișcare manifestată într-o formă relativ stabilă. Atomii, celulele, omul sînt forme de holomișcare. Bohm atrage atenția că *manifest* este un cuvînt format de la *mani,* care înseamnă a ține cu mîna, sau ceva care poate fi ținut stabil cu mîna, ceva solid, tangibil, vizibil stabil. Norul poate fi privit ca o manifestare a mișcării vîntului. În mod asemănător, materia poate fi privită ca formînd nori în cadrul holomișcării. Matematica mecanicii cuantice (a se vedea conceptul de transformare unitară care apare aici) revine la descrierea matematică a holomișcării. Numai că, deocamdată cel puțin, nu există în mecanica cuantică nici o noțiune fizică de mișcare. Nu este deci clar (deocamdată !) ce realitate acoperă rezultatele matematice astfel obținute.

Ordinea implicată, materia și energia

În fizica modernă, cîmpurile și particulele au o utilizare mai degrabă sintactică decît referențială. Cîmpurile și particulele își dezvoltă semnificațiile în contextul matematicii în care ele sînt angajate. (Am discutat despre distincția dintre semnificația contextuală și cea conceptuală în *Conceptual and contextual hyposthases of abstract entities*, Noesis, vol. 1, 1973, p. 77—83). Aceasta nu înseamnă că ele n-ar fi ancorate în real, dar singura lor legătură cu realul se află la nivel experimental, în sensul concordanței dintre rezultatele obținute prin calcul cu cele care rezultă din experimente. Bohm nu este de acord cu interpretarea propusă de unii filosofi, după care din teoria cuantică ar rezulta că nu putem cunoaște realitatea. Pentru Bohm, realitatea este, prin definiție, ceea ce omul poate cunoaște. Cuvîntul *realitate* se asociază cu latinescul *res*, care înseamnă „lucru", iar lucrul este ceea ce e cunoscut. Cuvîntul *res* se asociază, la rîndul său, cu *rere*, care înseamnă „a gîndi", iar lucrul este ceea ce poate face obiectul gîndirii. Unii fizicieni contemporani susțin că realitatea omului se limitează la rezultatele unor operații efectuate cu instrumente științifice, dar în această privință se observă o oarecare confuzie și o anumită ezitare. Glumind, Bohm spune despre fizicienii contemporani că, duminică, atunci cînd ei se consideră filosofi, sînt dispuși să susțină că realitatea se limitează la rezultatele instrumentelor științifice ; în schimb, în timpul săptămînii, adică în zilele de lucru, ei spun că realitatea este alcătuită din mici particule solide, despre care tot ei știu totuși că au toate proprietățile undelor și multe proprietăți care numai ale unor particule n-ar putea fi. Din această confuzie ieși cu o încredere sporită în rezultatele matematice și în confruntarea lor cu experimentele.

Față de o atare atitudine, ordinea implicată propune o modificare. Realitatea este chiar această ordine, iar ecuațiile își propun s-o descrie. Bohm recurge aici din nou la metafora picăturilor de cerneală. Aceste picături converg spre formarea unei particule, iar apoi particulele apar în întregul spațiu. Dacă însă așezi unele obstacole în calea particulei, convergența ei se schimbă, metamorfozîndu-se într-o undă. Se înțelege astfel că toate proprietățile particulei se află în ordinea de ansamblu, în ordinea întregului, cu alte cuvinte particula nu poate fi înțeleasă de una singură. Realitatea constă tocmai în acest comportament de ansamblu. Matematica actuală a teoriei cuantice tratează particula drept ceea ce se numește starea cuantificată a cîmpului, este deci vorba de un cîmp împrăștiat în spațiu dar, în mod misterios, înzestrat cu un cuantum de energie. Fiecare undă din cîmp are un anumit cuantum de energie, proporțional cu frecvența sa. În raport cu cîmpul electromagnetic într-un spațiu vid, fiecare undă are ceea ce se numește un punct de energie zero sub care nu poate trece, chiar dacă nu mai există energie disponibilă. Dacă ar fi să se însumeze toate undele într-o regiune oarecare a spațiului vid, am fi tentați să credem că se obține o cantitate infinită de energie, deoarece sînt posibile o infinitate de unde. În același timp, am putea suspecta această ipoteză, mizînd eventual pe ideea că prin însumarea unor unde din ce în ce mai mici energia totală care se obține este totuși finită (fenomenul de convergență la serii cu termeni pozitivi). Dar poate că totuși există o lungime minimă pe care o undă o poate avea ; în acest caz, numărul total al undelor ar fi finit (într-un spațiu finit) iar energia ar fi de asemenea finită.

Teoria generală a relativității conduce la ideea celei mai scurte lungimi de undă,

deoarece, în conformitate cu ea, cîmpul gravitațional determină ceea ce se înțelege prin lungime și metrică. Se ajunge la ideea unei lungimi sub care cîmpul gravitațional nu ar mai putea fi definit, datorită acestui punct zero al mișcării ; în acest fel, nu am mai putea defini nici lungimea. Măsurătorile eșuează la dimensiuni suficient de mici, anume la cele de ordinul lui zece la puterea minus 33 cm sau mai mici ; aceasta este o distanță foarte mică, deoarece distanțele cele mai mici care intrau în raza de explorare a fizicienilor se situau în jurul a zece la puterea minus 16 cm. Din cantitatea de energie existentă în spațiu și din valorile celor mai scurte lungimi de undă posibile rezultă, prin calcul, că energia într-un centimetru cub ar depăși imens energia totală a întregii materii cunoscute din univers. Cum este posibil aceasta ?

Teoria actuală consideră că vacuumul conține toată această energie care este apoi ignorată, deoarece nu poate fi măsurată cu un instrument. Există o filosofie după care este real numai ceea ce poate fi măsurat cu un instrument. Dar există particule care nu pot fi văzute cu nici un instrument. În starea actuală a fizicii, trebuie să admitem că spațiul vid are toată această energie, iar materia corespunde unei ușoare creșteri a energiei, ea este ca o mică ondulație a acestui imens ocean de energie, dar o ondulație manifestă, avînd o relativă stabilitate. Pentru Bohm, ordinea implicată are în vedere o realitate considerabil mai vastă decît ceea ce numim materie.

Aici apare distincția lui Bohm între manifest și nemanifest. El nu plasează oceanul de energie în primul rînd în timp și spațiu, ci în ordinea implicată, ordine nemanifestă, în contextul căreia ondulația materiei este manifestă.

„Jocul fizicii" se desfășoară între ecuații și instrumente, crede Bohm, care este însă convins că dincolo de ceea ce instrumentele pot măsura există anumite implicații ale datelor măsurate, implicații care privesc baza cunoașterii fizice. Instrumentele nu pot da seama despre această realitate, deoarece ele „plutesc" în ea, așa cum peștele, mișcîndu-se în ocean, nu-l percepe pe acesta din urmă. Există între fizicieni un consens în a limita realitatea la ceea ce instrumentele lor măsoară. Însă în acest caz teoria însăși alunecă într-un anume pozitivism. Oamenii își imaginează că fizicienii, cu instrumentele lor, măsoară particule, deoarece văd niște presupuse urme ale acestora. Dar urmele nu garantează pentru particule, așa cum urma aparentă a unui animal nu oferă certitudine pentru existența animalului ; urma putea fi așezată deliberat acolo, pentru a induce în eroare.

Bohm crede că este nevoie de o adevărată gimnastică logică pentru a înțelege lumea cuantică. Reacția tipică a unui student în mecanică cuantică este, la început, una de neînțelegere iar după un an-doi poate ajunge la concluzia că totul se reduce la un sistem de calcule, deși, pentru fizicieni, motivația acestei investigații nu se poate lipsi de încrederea în ideea că particulele sînt „cărămizile" cu care e construit universul.

Ordinea implicată a lui Bohm este tolerantă față de modelele statistice ale mecanicii cuantice, dar nu acceptă reducerea acestor modele la un simplu algoritm de testare a modului în care instrumentele noastre operează. Fizicianul este de obicei interesat în predicție și control iar statistica i se oferă ca un mijloc de predicție și control al numerelor mari. Bohm crede însă că statistica trebuie folosită mai profund, pentru cunoaș-

terea realității. Reprezentarea universului sub formă de mașină i se pare lui Bohm confuză. Fizica cuantică este confruntată cu o situație antinomică. Pe de o parte există încrederea în realitatea particulelor, pe de altă parte fizicienii nu sînt capabili să treacă dincolo de realitatea instrumentelor pe care ei le folosesc. Există, în această privință, o foame de claritate, pe care metafora mașinii nu-i capabilă s-o satisfacă. Bohm pune punctul pe *i*, precizînd : căutăm nu doar predictibilitate, ci realitate, pe care vrem s-o înțelegem, ceea ce este mult mai mult decît a obține rezultate predictibile și controlabile.

Provocat de interlocutorul său, Bohm se referă la folosirea de către Karl H. Pribram a modelului hologramei, în scopul înțelegerii creierului. Creierul ar putea funcționa pe baza unei ordini implicate, manifestîndu-se în conștiință prin memorie. Dar aici se ascunde o ordine nemanifestă, implicînd spațiul și timpul. Timpul însuși este o ordine de manifestare. Este posibil să avem o ordine implicată în raport cu timpul și spațiul și să spunem că în orice perioadă de timp poate fi înfășurat întregul timp. Realitatea ar fi dată de holomișcare, în așa fel încît un moment de timp conține informație despre întregul timp. Însă momentul este aici atemporal, conexiunea între momente nerealizîndu-se în timp, ci în ordinea implicată. Conștiința este un proces material, ea se află, ca și materia, în ordinea implicată, dar, ca și aceasta, se manifestă într-o anumită ordine explicată.

De la conștiință, Bohm trece la omenire, pe care o vede traversată de un proces de fragmentare generator de haos și violență. O atare fragmentare își are un analog în lumea fizică, dar ordinea implicată ne poate scoate din ea. Fragmentarea, tendințele atomiste sînt prezente în realitatea manifestă, în timp ce în realitatea nemanifestă totul se află în interacțiune. Dar realitatea nemanifestă a omenirii

este conștiința ei, este ansamblul de fenomene intelectuale și emoțional-afective ; acestei idei, Bohm îi atribuie nu o simplă valoare metaforică, ci una efectivă. Problemele de bază ale omenirii sînt aceleași în oricare parte a planetei noastre ; îndepărtarea fricii, a invidiei, a confuziei, a izolării, nevoia de speranță sînt modalitatea în care conștiința individuală percepe problemele globale. Construim spațiul și timpul nu într-un mod subiectiv și arbitrar, ci în așa fel încît construcția să fie adecvată realității materiei. Spațiul și timpul devin astfel o ordine convenabilă obiectivelor noastre în realitatea manifestă. Spațiul și timpul nu constituie ordinea fundamentală în realitatea nemanifestă, dar este loc pentru ele aici ca o relație de legătură.

Bohm accentuează solidaritatea dintre ceea ce este manifest și ceea ce este nemanifest. A le rupe este ca și cum ai vrea să consideri existența norilor eludînd aerul, sau particula fără întregul ocean de energie, sau picătura de cerneală a lui Bohm fără întregul context asociat. De aici ajungem imediat la problema interacțiunii ființelor umane. Dacă aceste ființe sînt supuse unei presiuni, atunci adevărul se confundă pentru ele cu tot ceea ce îi ajută să scape de presiune. Dar reala origine a dezordinii și haosului se află în incapacitatea de a depăși modalitățile fragmentate și atomistice. Conștiința universală a omenirii, formă supremă a nemanifestului, îndeplinește un rol primordial în depășirea acestei crize.

Bohm despre timp

Bohm crede că ideile noastre actuale nu fac încă față problemelor puse de timp. Una dintre dificultățile de bază în această privință este exprimată de paradoxul lui Zenon. Într-adevăr, nici acum nu reușim să articulăm satisfăcător timpul cu mișcarea. O succesiune

de cadre obținute cu un aparat de filmat nu înseamnă încă mișcare, deoarece mișcarea nu se reduce la cîteva salturi dintr-un loc în altul. Am putea aborda problema timpului în modul următor: în raport cu momentul prezent, trecutul se află în urmă, dar de fapt el este prezent în noi cu ajutorul memoriei; în ceea ce privește viitorul, el este o proiecție a prezentului și un răspuns al memoriei. Dacă am admite că trecutul și viitorul nu există ca atare, atunci nici prezentul, ca linie despărțitoare între ele, n-ar putea să existe. Undeva s-a strecurat, deci, o greșeală. Trebuie să spunem că trecutul, prezentul și viitorul nu există atunci cînd sînt considerate cu gîndirea prezentă, dar aici nu mai este vorba decît de o abstracțiune. În perspectiva holomișcării, întregul timp se află în fiecare moment. Una dintre trăsăturile de bază ale timpului este secvența prin care urmează mereu o mișcare care conține, în trecutul ei, mișcările anterioare. Apare astfel un șir natural, de tipul secvenței chinezești a cutiilor conținute la rîndul lor în cutii. Momentul prezent poate fi considerat drept cutia al cărei conținut este alcătuit din toate momentele precedente; acesta este conținutul de gîndire al cutiei. Am mai putea spune că orice cunoaștere prezentă este o cunoaștere despre trecut. Prezentul nu pare să se cunoască pe sine, deoarece este nevoie de un răgaz pentru a fi înregistrat și pentru a deveni astfel o parte a gîndirii și cunoașterii.

Rezultă astfel că încercînd, pe baza trecutului, să realizăm o predicție a viitorului, rezultatul n-ar putea fi decît o predicție a trecutului-viitorului, adică a cunoașterii care va exista într-un anumit moment viitor. Afirmăm deci că, cunoscînd ceea ce cunoaștem în prezent, predicția noastră realizează că în viitor vom fi capabili să cunoaștem cutare lucruri. Prezentul este, ca și pînă aici, nespecificabil și nedescriptibil. (De corelat aceste

reflecții ale lui Bohm cu filosofia lui Augustin asupra timpului și cu ideile lui Eric Jantsch, expuse în cartea noastră *Timpul*).

Una dintre trăsăturile de bază ale materiei este recurența sau, în cazul unei regularități mai mari, periodicitatea. Dacă există în dezvoltare o tendință recurentă, atunci putem spune că deși nu cunoaștem prezentul și viitorul imediat, ele sînt suficient de recurente pentru a le putea infera, într-o bună măsură, pe baza trecutului. Acesta este tipul de situație luat în considerare în cunoașterea științifică și în tehnologie. Structura holomișcării este într-o anumită măsură recurentă (dar sînt posibile și surprize !) și, deci, permite o predicție care să inspire încredere, chiar dacă nu o certitudine absolută (deoarece cunoașterea noastră implică nu numai aspecte necesare, ci și aspecte contingente). Este interesant să se reconsidere, în lumina acestor idei ale lui Bohm, teoria lui A. D. Xenopol privind distincția dintre fenomenele de repetiție și cele de succesiune. Ne ocupăm de filosofia lui Xenopol, din punctul de vedere al logicii recurenței, într-un alt capitol al cărții de față.

Recurența nu este deci determinată exclusiv de mintea omenească, ci ține și de structura holomișcării. Tocmai acest fapt conferă recurenței o semnificație superioară. Recurența este nu numai o proprietate a gîndirii, ci și una a materiei : recurența anotimpurilor, a stejarului, persistența unei structuri acolo unde totul este în continuă schimbare. Să observăm însă că Bohm nu face distincție explicită între recurența finită și cea (măcar potențial) infinită, deși prin exemplele pe care le dă sugerează că se referă la cea de-a doua. Într-un studiu recent (*Artă și știință*, Editura Eminescu, 1986) încercăm să argumentăm că repetiția infinită nu este posibilă decît ca rezultat al unei lecturi.

Bohm insistă asupra semnificației prefixului *holo*. Întregul se află în fiecare dintre părți. Lumea se află într-un grăunte de nisip, temporalitatea este inclusă într-un moment. Datorită memoriei, trecutul se scufundă în prezent, exemplu tipic de holomișcare. Lumina, în orice parte a ei, conține întregul trecut al acelor unde sosite din toate părțile pentru a întîlni partea respectivă. Aceeași parte conține o anumită implicație privind viitorul, chiar dacă nu o implicație completă. După cum se vede, partea implică întregul, fără ca aceasta să însemne neapărat că partea ar furniza toate detaliile asupra întregului. Holomișcarea fiecărei părți *se referă* la întreg, fără a-l implica complet și în detaliu pe acesta din urmă. În particular, prezentul nu poate da o reprezentare completă a trecutului și viitorului, deși le implică și se referă la ele. Tot așa, o hologramă parțială se referă la întreg, dar este mai puțin detaliată și mai puțin folositoare decît întregul. Informația părții este inferioară informației furnizate de întreg.

Conștiința noastră este un aspect al holomișcării. Însă noi ne aflăm incluși în holomișcare, deci nu putem interacționa cu ea, în particular n-are sens să spunem că interacționăm cu propria noastră conștiință. Așa cum fiecare monadă a lui Leibniz se referă la întreg (dar în diferite grade de completitudine și perfecție), conștiința *se referă* la ansamblul holomișcării, este activă în această privință, nu se mulțumește (ca monadele lui Leibniz) doar să oglindească holomișcarea.

Este universul de natură holografică?

În 1947, Dennis Gabor a descoperit principiul matematic al holografiei, iar ulterior a primit pentru aceasta premiul Nobel; însă o demonstrație convingătoare a fenomenului a

putut fi obținută numai după invenția laserului. Imaginea neverosimilă a hologramei poate fi privită din diferite unghiuri și pare a fi suspendată în spațiu. Ea a fascinat pe cercetători, stimulînd analogii dintre cele mai îndrăznețe. Unii au spus că prin holografie supranaturalul pătrunde în știință. Să vedem deci despre ce este vorba.

Contribuție remarcabilă a fizicii moderne, holograma are la bază o idee ingenioasă, care a fost preluată imediat de biologie. Iată cum o descrie biologul Lyall Watson. Dacă lași să cadă o pietricică într-un lac, ea va produce un șir de valuri regulate, care se propagă în cercuri concentrice. Dacă lăsăm să cadă două pietricele identice în puncte diferite ale lacului, cele două șiruri de valuri asemănătoare se vor propaga unele spre celelalte, în ambele sensuri. Acolo unde se produce o întîlnire a unor valuri provenind din puncte diferite, ele vor interfera. Dacă piscurile acestor valuri intră în contact, ele vor acționa împreună și vor produce un val de o înălțime dublă. În schimb, la joncțiunea dintre piscul unui val și fundul altui val, cele două valuri se vor neutraliza reciproc, producînd o porțiune calmă a apei. Diferitele combinații posibile ale celor două situații au drept rezultat final o distribuție complexă de ondulații ale apei.

Un fenomen asemănător se produce cu undele luminoase. Lumina cea mai pură de care dispunem este aceea produsă de un laser care trimite un fascicul de raze în care toate undele sînt de aceeași frecvență, ca aceea produsă de o pietricică ideală într-un lac perfect. Cînd două raze ale laserului interferează, ele produc o alternare de ondulații luminoase și întunecoase care poate fi înregistrată pe o placă fotografică. Dacă o rază, în loc să vină direct de la laser, este reflectată mai întîi de un obiect cum ar fi o față omenească, configurația rezultantă, deși foarte complexă,

poate totuși să fie înregistrată. Se obține astfel o hologramă a feței umane.

Pe o placă fotografică, lumina vine din două surse : direct de la obiect și indirect, prin intermediul unei oglinzi care deviază spre placă un fascicul de raze provenind de la obiectul considerat. Rezultatul nu mai seamănă cu obiectul, dar imaginea obiectului poate fi reconstituită cu ajutorul unei surse coerente de lumină cum este un fascicul de laser. Se obține astfel o imagine tridimensională proiectată în spațiu, la o oarecare distanță de placa fotografică.

Proprietatea fundamentală a holoramei constă în aceea că, *dacă hologramă este sfărîmată, atunci orice parte, oricît de mică, a ei reconstruiește întreaga imagine.*

Să rezumăm deci. Holografia este o metodă de fotografiere fără lentilă, în care cîmpul de unde luminoase împrăștiate de un obiect este înregistrat pe o placă sub forma unei configurații de interferențe. Dacă înregistrarea fotografică — hologramă — este plasată într-un fascicul coerent de lumină cum este laserul, modelul original de unde luminoase este regenerat, sub forma unei imagini tridimensionale, deși, în absența lentilei focalizatoare, placa prezintă o aparentă dezordine.

Însă principiul holoramei nu se reduce la cele de mai sus, ci are în spate o întreagă cronologie în care matematica ocupă un loc esențial. Astfel, calculul diferențial și integral fundat de Leibniz și Newton este folosit de Dennis Gabor pentru a descrie o fotografiere tridimensională potențială : holografia. Dar materializarea rezultatului din 1947 al lui Gabor a putut fi realizată abia în 1965, cînd Emmett Leith și Juris Upatnicks construiesc holograme cu ajutorul fasciculelor laser, așa cum am relatat mai sus.

De aici, „ștafeta" holoramei este preluată și transferată la ansamblul realității fizice și biologice. În 1969 chirurgul neurolog Karl

Pribram propune holograma ca un model de o deosebită capacitate în explicarea funcționării creierului, iar în 1971 fizicianul David Bohm, fost colaborator al lui Einstein, lansează ideea după care organizarea întregului univers ar putea fi de natură holografică. Așa cum am văzut în etapele anterioare ale acestui itinerar, holograma i-a sugerat lui Bohm ideea unui nou tip de descriere a realității : ordinea înfășurată. Este vorba de o ordine ascunsă, exprimînd natura profundă a realității, distinctă de ordinea desfășurată, alcătuită din manifestări secundare. Ordinea desfășurată este fragmentată, în timp ce ordinea înfășurată se prezintă ca un flux care nu poate fi înțeles prin descompunere în părți, ci numai prin comportamentul său de ansamblu. A luat astfel naștere o nouă paradigmă în explicarea naturii : paradigma holografică. După ce am urmărit-o în fizică, s-o urmărim în biologie, în special prin ideile lui Karl Pribram (*Languages of the Brain*, 1971), după care „structura de adîncime" a creierului este esențial holografică. Aceasta înseamnă că informația este în așa fel distribuită în creier încît fiecare fragment poate reproduce informația întregului. Ideea lui Pribram a primit un suport puternic de laborator, care a pus în evidență faptul că structurile cerebrale văd, aud, gustă, miros și palpează printr-o analiză matematică a frecvențelor temporale și spațiale.

Creierul ca hologramă

Deși modelul holografic a generat răspunsuri fecunde, el a ridicat totuși o întrebare care devenise o obsesie pentru Pribram : Cine privește holograma ? Cine este „omulețul ascuns în omuleț" („the little man inside the little man"), „fantoma din mașină" („the

ghost in the machine"), cum se exprimă Arthur Koestler ?

Dacă o atare întrebare i-a pus în încurcătură pe toți, de la Aristot încoace, nu cumva ea este o întrebare greșită, sau cel puțin greșit formulată ? se întreabă Pribram. Nu cumva lumea nu este alcătuită din obiecte, ci are o structură holografică ? Pribram era frapat de ideea că matematica creierului ar putea fi o formă mai primitivă de lentilă, fără de care am putea cunoaște o lume organizată prin frecvențe, o lume fără timp și fără spațiu, o lume constînd numai din evenimente. Bohm observă și el că de la Galileu încoace știința a obiectivat natura, privind la ea prin lentile. Reprezentările cerebrale n-ar putea fi o anumită stare a universului ?

La începutul secolului al XVIII-lea, Leibniz a descris un sistem de „monade" care prefigurează viziunea holografică modernă, prin faptul că fiecare monadă încorporează informația întregului. Calculul integral inițiat de Newton și Leibniz se află la baza rezultatelor lui Gabor privind holograma. Dar, în esență, ipoteza holografică poate fi urmărită departe în trecut, de exemplu la Plotin. Cum a putut ea să apară cu mii de ani înainte de matematica necesară pentru a o înțelege ? se întreabă Pribram. Nu cumva în starea holografică, în domeniul frecvențelor, 4 000 de ani în urmă îl reprezintă pe mîine ?

Karl Pribram caută să explice structura proceselor de învățare, dezordinile asociate, imaginația, semnificarea, percepția, intuiția, paradoxele funcționării creierului. Pribram se referă la mecanismul matematic al creierului („the brain's intricate mathematical devices"), despre care crede că ar putea depinde de interacțiunile care au loc la joncțiunea celulelor (sinapselor), prin intermediul unei rețele de fibre fine situate pe axonii ramificați. Impulsurile nervoase se manifestă în această

rețea prin unde încete dotate cu capacitatea de a înlesni funcționarea matematică a creierului.

O altă ipoteză a lui Pribram afirmă că în creier informația este distribuită ca o hologramă. Pribram propune o imagine optică, după care conexiunile cerebrale revin la drumuri traversate de lumină, asociate cu conexiuni mult mai limitate, de tipul unui calculator digital. Reprezentarea holografică explică, în particular, faptul că memoria nu este localizată, ci împrăștiată în întregul creier.

Un anumit tip de efect stereo al intrărilor senzoriale (auditive, kinestezice etc.) permite percepției punctuale să se extindă în spațiu, ca și cum doi vorbitori stereo se echilibrează reciproc, astfel încît sunetul pare să fie lansat dintr-un punct situat la jumătatea distanței dintre ei.

Pribram crede că neuropeptidele, moleculele mari relativ recent descoperite, se vor dovedi un factor regulator al transmițătorilor cerebrali, marcînd astfel o cotitură în înțelegerea funcționării creierului.

Ideile lui Pribram afectează și statutul metaforei. Totul este, după el, dominat de izomorfism. Probabil că suportăm efectele unei holograme sociale, care include interconexiunile indivizilor. Orice metaforă devine adevărată, dar chiar prin aceasta metafora dispare. Sincronicitatea, coincidența semnificativă devin naturale într-un univers holografic dotat cu sens. Chiar o distribuție întîmplătoare se bazează pe principii holografice și deci este determinată. „Incertitudinea apariției unor evenimente este numai superficială...“ Dincolo de aparițiile întîmplătoare se ascund unele simetrii fundamentale.

Implicațiile principiilor de mai sus sînt nenumărate. Se știe că anxietatea subminează capacitatea de învățare. O înțelegere mai

adîncă a creierului ca analizor complex de frecvențe poate determina un respect mai mare pentru diferențele individuale care se manifestă în stilul de învățare. Boala și sănătatea depind de accesul la domeniul primar al realității, dar nici factorii de mediu, ca nutriția, lumina, ionizarea și sunetul, nu sînt neglijabili, ei influențînd sănătatea la nivelul frecvențelor. O situație interesantă apare în ceea ce privește atenția. Calitatea atenției pare să fie mai importantă decît deprinderea efectivă a autocontrolului fiziologic.

Teoria holografică aduce aminte de ideea lui Pierre Teilhard de Chardin privind reprezentarea noosferei sub forma unei pînze planetare invizibile a conștiinței în evoluție. La frecvențe care în mod normal nu sînt percepute, apar aspecte noi ale realității. În artă, universaliile ar putea reflecta relații fundamentale de simetrie, frecvențe, relații de fază la care creierul nostru răspunde. Muzica clasică este folosită tot mai mult pentru a modifica starea de conștiință (a se vedea în această privință și cartea lui Corneliu Cezar, *Introducere în sonologie*, Editura Muzicală, 1984).

Ipoteză holografică permite un nou mod de înțelegere și corelare a unor fenomene clinice care anterior erau asociate cu o artă a psihoterapiei. Eroarea era în modul nostru de comunicare : transmiterea unui mesaj într-un spațiu interpersonal. Reacțiile la ideile lui Pribram și Bohm au fost nenumărate. Evan Harris Walker a conturat o mecanică cuantică a fenomenelor psihice, acordînd o atenție specială evenimentelor cerebrale subatomice (*Quantum mechanical tunneling in synaptic and ephaptic transmission*, International Journal of Quantum Chemistry, vol. 11, p. 102—127). Melvin Werbach crede că holograma conferă pentru prima oară o bază

științifică unei viziuni holistice. Terence și Dennis McKenna (*The invisible landscape*, Seabury, 1975) au extrapolat teoria holografică a creierului, enunțînd posibilitatea ca acizii dezoxiribonucleici și chiar particulele subatomice să funcționeze după principii holografice.

O serie de articole fundamentale în problema în discuție au fost publicate în revista „Brain/Mind Bulletin".

Momentul Magellan al medicinei

Distincții ca științe ale naturii — științe ale omului, obiect—subiect, intern—extern, pe care secolul trecut le absolutizase, capătă acum un statut mult mai nuanțat și mai complex. Circularitatea, aflată uneori sub stigmatul cercului vicios, se dezvăluie acum drept manifestarea supremă a cunoașterii umane. Nu mai studiem doar obiecte, ci în primul rînd procese. Willis Harman (*Symposium on Consciousness,* Penguin, New York, 1977, p. 3) crede că știința nu este o descriere a „realității", ci o ordonare metaforică a ei. O discuție pasionantă a acestor probleme ne este propusă de Larry Dossey (*Space, Time and Medicine,* Shambhala, Boulder & London, 1982). De ce, confruntați cu fenomene identice, observatori diferiți raportează observații diferite ? Variațiile care apar în percepția umană a lumii, chiar în cazul unor observatori aflați în condiții aproape identice, au preocupat pe mulți autori (a se vedea, de exemplu, Lyall Watson, *Delusion : Collective Unconscious,* in „Lifetide", Simon & Schuster, New York, 1979, p. 206). Aparatul nostru perceptual impune anumite distorsiuni ale realității, observă Dossey. Poate că e mai corect să spunem că acest aparat influențează modul în care noi

„citim" realitatea... atîta vreme cît nu apare un conflict între model și realitatea citită. În multe situații, observă Dossey, vedem ceea ce am fost antrenați să vedem, ceea ce obișnuim să vedem. În consecință, modelele noastre despre lume se constituie ca un fel de recipient care impune forma sa lucrurilor pe care le vedem.

Pînă în anul 1492, de exemplu, credința că pămîntul este plan se constituia într-un model perfect coerent cu experiența. Însă cînd a devenit posibil să se călătorească la mari distanțe, cum au făcut-o Columb și Magellan, datele observate nu mai erau compatibile cu ipoteza planarității planetei noastre, nu mai puteau fi explicate pe baza ei. După cum se știe, s-a trecut atunci la elaborarea altei ipoteze privind forma pămîntului. Fenomenul este deosebit de frapant în practica medicală; însă aici a apărut și discrepanța dintre modelul furnizat de concepțiile medicale tradiționale și observațiile clinice propriu-zise, acestea din urmă nemaiputînd fi explicate pe baza celui dintîi. Un atare model poate influența ceea ce vedem, dar în același timp este, într-o anumită măsură, determinat de ceea ce vedem. În studiile actuale asupra inducției a fost mult discutată această natură dublă a inducției; am discutat-o și noi în *Paradoxul* (a se vedea, în special, p. 141—142 din această carte). Este vorba de paradoxurile lui Carl Hempel și Nelson Goodman, în virtutea cărora procedarea prin inducție nu este un simplu vector de la particular spre general, ci și o lectură a particularului pe baza unui model preexistent. Cu alte cuvinte, itinerarul particular-general este parcurs în ambele sensuri, circularitatea sa devenind sursa unei posibile parcurgeri iterate de un număr indefinit de ori, deci potențial infinite atît la stînga cît și la dreapta, deoarece este fără început și fără sfîrșit.

Dossey este de părere că medicina se află astăzi într-un moment la fel de crucial ca cel pe care l-au constituit, pentru studiul planetei noastre, călătoriile lui Columb și Magellan. Modelul molecular a putut explica un timp datele experienței. Însă așa cum navigatorii și cartografii secolului al XV-lea au descoperit sfericitatea pămîntului, astăzi sîntem obligați să recunoaștem că sănătatea omului este un fenomen care nu poate fi explicat, în întreaga sa complexitate, prin simplul comportament molecular. Este nevoie de o informație suplimentară, relativă la eul sau, mai bine zis, la sinele nostru. Conștiința noastră intervine aici fundamental. Desigur, ea nu a lipsit nici pînă acum din considerațiile cercetătorilor, dovadă fiind teoriile psihosomatice ale sănătății. Dar acestor teorii le lipsea o dimensiune, deoarece nu se preocupau decît foarte puțin de modul în care conștiința influențează trupul, oprindu-și atenția aproape exclusiv asupra influenței trupului asupra conștiinței. Tocmai din acest motiv, corpul uman a fost mereu reprezentat de o manieră mecanicistă. O mare parte a gîndirii medicale a fost dominată de o mentalitate reducționistă, pe baza căreia tot ceea ce se întîmplă în om, inclusiv evenimentele cele mai complexe din mintea sa, poate fi explicat prin procesele electrochimice de bază. În locul acestei viziuni preconizînd un determinism simplist dinspre somatic spre psihic, își face acum loc o reprezentare mai echilibrată, pe baza căreia putem vorbi despre o interacțiune între corp și conștiință.

Asimilarea corpului cu o mașină face parte din viziunea tradițională a medicinei. Dar, în această reprezentare, ideea de mașină contează mai degrabă prin substanțialitate decît prin funcționalitatea ei, prin dominarea cantitativului asupra calitativului. Metafora mașinii a căpătat o semnificație cu totul nouă în logica matematică modernă și, odată cu ea, în lingvistică și în alte domenii, fiind

modul tipic de reprezentare a viziunii sistemice. Nu despre această mașină abstractă este vorba în concepțiile mecaniciste.

Logica mecanicistă asimilează comportamentul uman cu procesele calculabile în sensul numeric al cuvîntului (calculabilitatea, în logica modernă, sistemică, nu mai este una exclusiv numerică, ci are o natură simbolică). Cel care a stat măcar o dată în spital și a fost supus unui control medical total știe că acolo este plimbat dintr-un cabinet într-altul, în fiecare loc fiind supuse examinării, analizelor, o altă parcelă, un alt organ al corpului său. Treptat, pe fișa sa medicală se acumulează un lung șir de date numerice, care aproape șterg diferența dintre fenomenele fizice și cele fiziologice. Această exacerbare a viziunii analitice, care reduce omul la o alăturare de componente, toate caracterizabile numeric, a căpătat un puternic impuls începînd cu secolele al XVI-lea și al XVII-lea, prin Descartes și Newton. În lumea occidentală, nu era încă răspîndită, înainte de Descartes, ideea că procesele naturale, pe de o parte, numerele și matematica, pe de altă parte, s-ar afla într-o relație intrinsecă. Este adevărat că universalitatea viziunii numerice fusese afirmată încă de vechii greci, în special prin Pitagora, dar ideea unei conexiuni intime între numere și natură nu era încă puternică în conștiința celor mai mulți oameni.

Jacob Bronovski (*A Sense of the Future*, MIT Press, Cambridge, Mass., 1977, p. 42) merge pînă acolo încît fixează în noaptea de 10 noiembrie 1619 începutul tradiției unei legături puternice între numere și natură. În acea noapte, Descartes ar fi avut revelația faptului că cheia înțelegerii universului se află în ordinea sa logică iar această logică n-ar putea fi decît de tip matematic. Acest model logic, de precizia unui ceasornic, propus de Descartes, creatorul geometriei analitice, dezvoltare

strălucită a corespondenței dintre aritmetică și geometrie, deci dintre numere și spațiul natural, a fost elaborat în continuare de geniul lui Isaac Newton. Descoperind legea atracției universale, Newton a creat o explicație de o simplitate, profunzime și eleganță fără precedent, pe baza căreia devenea posibilă anticiparea a numeroase evenimente ale naturii. În modelul lui Descartes, omul ocupă un loc central, fiind investit cu precizia, ordinea și raționalitatea pe care Descartes le atribuia întregului univers. Dar Descartes distingea două părți ale omului, mintea și corpul — *res cogitans* și *res extensa*; corpul putea afecta mintea, nici o acțiune fiind însă posibilă în celălalt sens.

Liniar și circular

De numeroase ori revine, în viziunea lui Noica, ideea circularității cunoașterii filosofice. Gîndul lui Pascal „Nu m-ai căuta dacă nu m-ai fi găsit" îi apare drept condiția formală a cunoașterii filosofice. Este interesant că aceeași reflecție a lui Pascal revine și în interesantul eseu al lui Mihai Șora, *A fi, a face, a avea* (Editura Cartea Românească, 1985), iar anterior fusese invocat, în revista „Orizont", de Șerban Foarță cu pretenția că tipul respectiv de paradox ar fi scăpat atenției noastre, în *Paradoxul* (Editura Albatros, 1984). Numai că paradoxul inducției, datorat lui Hempel și Goodman (discutat de noi) este exact de tipul acesta (verificarea acestui fapt este un exercițiu dintre cele mai simple, pe care-l lăsăm pe seama cititorului), ceea ce revine tot la fenomenul circularității, deoarece, adăugînd vectorului uzual, dinspre căutare spre găsire, vectorul pascalian, dinspre găsire spre căutare, nu facem decît să creăm un itinerar circular (care, chiar prin natura sa cir-

culară, poate fi parcurs într-o repetare indefinită).

Dar Noica nu se oprește aici. Recunoscînd cercul drept condiția formală a filosofiei și condiția de posibilitate a conținutului ei, Noica are ambiția de a răpi atît științei cît și artei capacitatea de cunoaștere circulară. Filosofia singură nu este (pentru Noica) evaziune ; ea pleacă de la și se întoarce la ceea ce este. Este necesar, aici, să reproducem un pasaj mai lung (*Trei introduceri la devenirea întru ființă*, Editura Univers, 1984, p. 60—61) : „Toate celelalte forme de cultură — s-o spunem încă o dată — sînt adevărate evaziuni, de vreme ce se desfășoară ca o mișcare sau o ascensiune liniară, în orice caz nu în cerc. Prin știință uiți și pierzi realul de la care ai plecat ; el devine cu totul altceva : relație, formulă matematică, simbol ; acest altceva va interesa de acum înainte și el se va desfășura pentru sine, uitînd și de om... Prin artă, la fel, pierzi sensibilul de la care ai plecat ; iar ea se va realiza de acum înainte pentru sine, va crea o *altă* lume, prin care poți, dar nu e imediat necesar, s-o înțelegi mai bine pe aceasta... Filosofia singură te întoarce *aci*. Dacă ai plecat de la ordinea și explicația posibilă a științificului, vei reveni la ordinea reală a acestuia, adică la lumea privită sub unghiul științei".

Ultima parte a citatului de mai sus este cu deosebire semnificativă. Consecvent cu poziția sa față de filosofia științei, pe care o vom discuta ulterior, Noica dă exemplul lui Kant, Descartes și Leibniz care, plecînd de la știință, nu mai pot ieși din ea : Kant ajunge la o metafizică a fizicii, Descartes la un *Mathesis universalis* iar Leibniz la o *Scientia generalis*. Cu alte cuvinte, pornind de la știință, nu mai poți transgresa universul închis al acesteia, tot așa cum, pornind cu o viteză inferioară vitezei luminii nu mai poți spera să dobîndești o viteză egală sau superioară acesteia.

Problema este prea importantă pentru a nu-i acorda întreaga atenție. Ceea ce Noica nu recunoaște științei și artei — capacitatea de cunoaștere circulară — constituie chiar esența dezvoltării lor recente. Unui răspuns general și abstract îi preferăm un exemplu care se referă direct la om și anume la legătura dintre starea sa de sănătate și modul în care este controlat timpul. Indirect, această chestiune a fost discutată sub diferite aspecte în cartea noastră *Timpul* (Editura Albatros, 1985), dar acum vom aduce în discuție cercetarea, deja menționată, a lui Larry Dossey (*Space, Time & Medicine,* Shambhala, Boulder & London, 1982), în care ideea centrală o constituie observația (bazată pe evoluția recentă a științelor) că multe boli — probabil cele mai multe — ar putea fi cauzate, în întregime sau în parte, de o percepție inadecvată a timpului. Pînă aici, nu se vede legătura cu problema circularității, dar ea se cristalizează de îndată ce menționăm că, pentru Dossey, percepția liniară, unidirecțională și ireversibilă a timpului este o permanentă sursă de boală, în timp ce o viziune circulară (adăugăm noi : elicoidală) asupra timpului are de multe ori un efect terapeutic decisiv. După cum se va vedea, această viziune circulară asupra timpului este strîns legată de o viziune circulară subiect-obiect concomitentă cu atenuarea opoziției dintre acești doi termeni. Abundența de fenomene periodice cu care natura ne asaltează a creat, încă la omul primitiv, o reprezentare ciclică a timpului, iar culturile primitive care mai persistă confirmă toate aceste atitudini.

Mircea Eliade a analizat acest fenomen în *The Myth of the Eternal Return* (Princeton University Press, 1954), arătînd că omul primitiv credea în realitatea unui obiect sau a unui act numai în măsura în care acesta imita sau repeta un arhetip. Devenind însă periodic, deci circular, timpul era abolit, deoarece

totul se referă la un moment mitic primordial, duratele fiind suspendate. Timpul profan este derizoriu la omul primitiv ; ceea ce contează este timpul diferitelor ritualuri sau al unor acte importante legate de ceremonii, vînătoare, pescuit, război etc. Dispare astfel obsesia ireversibilității timpului. Eliade devine categoric în această privință (*op. cit.*, p. 85—86), observînd că dacă nu-i acordăm nici o atenție, timpul nu există, iar dacă devine totuși perceptibil (atunci cînd omul se depărtează de arhetip și intră în durată), omul are posibilitatea de a-l neutraliza. Omului primitiv îi este astfel atribuită o mentalitate diametral opusă aceleia formulate de cronicarul Miron Costin cu mii de ani mai tîrziu. Omul primitiv își modelează singur timpul, în loc ca el să se afle la discreția timpului.

Dar dacă timpul există în măsura în care sîntem preocupați de el, atunci ceasul, sub orice formă, devine un mijloc prin care timpul capătă existență ; mai mult, ceasul liniarizează timpul, creează obsesia timpului și, pe lîngă diferitele sale funcții, el devine și un simbol al morții (G. Gottlieb, în *The Meaning of Death*, ed. H. Feifel, McGraw Hill, New York, 1959, p. 157—188). Simpla privire a ceasului este o privire asupra timpului, o preocupare de trecerea acestuia și, implicit, o acceptare a dominării noastre de către timp. Dacă pe omul primitiv îl preocupa durata de ardere a unei lumînări sau de fierbere a unei oale de orez, durată prin care citea în primul rînd caracterul ciclic al fenomenelor, pendulul inventat de olandezul Christiaan Huggens în secolul al XVII-lea a îndreptat atenția omului modern spre un timp de forma unei ape curgătoare, care nu poate transgresa liniaritatea și unidirecționalitatea ei.

Dacă Newton considera caracterul ciclic al timpului ca o proprietate intrinsecă a naturii, Leibniz, Barrow și Locke adoptă o reprezentare liniară a timpului, reprezentare de care

este contaminată de altfel întreaga știință clasică. Timpul, prin simplul fapt că devine măsurabil, se liniarizează ; dar această liniarizare este obținută cu ajutorul unui fenomen ciclic, deoarece orice ceas are la bază o periodicitate naturală. Însă Dossey crede că viziunea liniară sau circulară asupra timpului nu depinde de instrumentul folosit pentru a-l percepe. În societatea indiană premodernă Hozy — viziunea circulară, oglindită în limba Hopi, în care nu există cuvinte pentru fenomene de anterioritate și precedență iar verbele nu au timpuri — nici un ceas nu ar fi putut schimba această mentalitate a unui prezent continuu.

Liniaritatea ca sursă de boală

Ideea despre timp a omului primitiv se regăsește, prin analogie, în reprezentările propuse de fizica modernă. Așa cum am mai observat, reprezentările temporale primitive sînt cel mai bine caracterizate de Mircea Eliade. Continua reîntoarcere dezvăluie o ontologie necontaminată de devenire (ca în expresia populară, care corespunde și unei idei a lui Hegel, „Nimic nou sub soare"), caracterul repetitiv al evenimentelor menținînd lumea într-o permanentă legătură cu momentul ei auroral de ipotetic început. Larry Dossey ne atrage atenția că o descriere similară a timpului apare la Louis de Broglie (în *Albert Einstein : Philosopher — Scientist,* ed. P. A. Schilpp, The Open Court Publishing Co., La Salle, Illinois, 1949, p. 113) : „Spațiul și timpul nu mai au un caracter absolut... În spațiul-timp, ceea ce pentru fiecare dintre noi se desface în trecut, prezent și viitor se prezintă în bloc, întregul ansamblu de evenimente, pentru noi succesive, care alcătuiesc existența unei particule materiale fiind reprezentat printr-o linie, linia-în-lume *(the world-line)* a particulei. Fiecare observator, pe

măsură ce timpul său se scurge, descoperă, ca să spunem așa, noi felii de spațiu-timp, care lui îi apar ca aspecte succesive ale lumii materiale, deși în realitate mulțimea evenimentelor care constituie spațiul-timp există înainte ca el să le cunoască".

În sprijinul aceleiași idei, Dossey se referă și la T. S. Eliot (*Tradition and the Individual Talent*, în „The Silent Zero, in Search of Sound", trad. E. Sackheim, Grossman, New York, p. XIII), care regăsește un fenomen similar în artă : „...nici un poet, nici un artist al nici unei arte nu-și poate configura singur sensul... ; ceea ce se întîmplă cînd o nouă operă de artă este creată se întîmplă simultan cu toate operele de artă care au precedat-o". Ne aflăm astfel în prezența unei realități antinomice, în care recrearea în timp, deci implicit „anularea" timpului, coexistă cu intuiția imposibilității întoarcerii înapoi în timp și a repetării unor evenimente trecute. Dossey observă că această trăsătură a creativității de a implica o lume atemporală se regăsește intactă și în creația științifică.

Într-un prezent etern se află si copilul care n-a împlinit încă un an (R.G.H. Sin, *Chi*, M.I.T. Press, Cambridge, 1974, p. 154). Spre vîrsta de doi ani apare cuvîntul *azi*, după încă o jumătate de an apare cuvîntul *mîine* și abia spre vîrsta de trei ani este însușit și cuvîntul *ieri* (bineînțeles, este vorba aici de o apreciere medie, de natură globală), pentru ca *dimineața* și *după-amiaza* să se cristalizeze pe la vîrsta de 4 ani iar *zile* pe la 5 ani. Între 5 și 6 ani are loc un progres decisiv în însușirea unor distinctii temporale, pentru ca o maturizare esențială să se producă spre vîrsta de 16 ani.

Ajungem astfel la legătura dintre timp și starea de sănătate. Dossey pretinde că chiar și bolile cele mai banale, cum ar fi o simplă migrenă, prezintă aspecte ascunse legate de timp și spațiu. Senzația de durere *D* poate

fi descrisă cu o formulă de tipul $D = (kS)/T$, unde S este gradul stimulului vătămător (deci producător de durere), T este durata în care acționează acest stimul iar k este un factor constant de proporționalitate. Explicația este simplă : senzația de durere este cu atît mai puternică cu cît stimulul vătămător își concentrează acțiunea pe o durată mai mică, deoarece în acest caz intensitatea sa va fi mai mare. Timpul are deci aici un rol decisiv. Dossey observă, în continuare, că, așa cum cîinele lui Pavlov ajunge să saliveze și cînd nu este cazul, și noi oamenii ajungem să ne grăbim, să ne alarmăm fără un motiv serios ; clopoțelul lui Pavlov este de astă dată înlocuit cu ceasul deșteptător, cu cafeaua de dimineață și cu nenumărate alte evenimente intrate în rutina de fiecare zi. Toate parcă ne strigă : timpul nu stă în loc ; îți trece viața ; grăbește-te. Drept urmare, așa-numitele ceasuri interne ale organismului nostru intră și ele în viteză. Inima bate mai repede, respirația este accelerată, presiunea sîngelui crește. Apare o adevărată „boală a grabei", imunitatea organismului față de infecții și față de cancer scade. Iată deci cum o percepție dominant liniară a timpului se constituie într-o sursă de panică, întreaga noastră structură psiho-somatică reacționează prin crize cardiace, ulcere etc., potențînd și mai mult reprezentările liniare inițiale.

Percepția temporală este deci decisivă atît în senzația de durere cît și în generarea și evoluția stărilor de boală. M. Friedman și R. H. Rosenman *(Type A Behaviour and Your Heart,* Alfred A. Knopf, New York, 1974) au analizat boala grabei la care ne-am referit mai sus, elaborînd și portretul-robot al bolnavilor respectivi. Un atare bolnav, chiar și cînd stă pe scaun este în continuă mișcare, își mișcă mîinile și picioarele, capul și degetele, întreaga ființă este mereu într-o stare de precipitare. Manifestarea lui vocală este de asemenea

foarte insistentă, generînd tensiune și incomoditate printre cei din jur. Este ambițios, dornic de realizare, obsedat mereu de scopuri care trebuie atinse. Obține de multe ori succes, este uneori admirat pentru energia sa, dar, în același timp, furnizează un procent ridicat al celor care cad victimă a unui accident vascular. Putem astfel vorbi de un adevărat *sindrom temporal*. Este bine stabilit că boala grabei se asociază frecvent cu un nivel ridicat al colesterolului și al insulinei, al hidrocortizonului și al adrenalinei în sînge.

O situație specială o prezintă oamenii care află că suferă de o boală incurabilă, cum este cancerul. Există, în acest caz, o relație între percepția temporală și durata de supraviețuire ? Chestiunea este departe de a fi elucidată, dar Dossey furnizează unele indicații. Reacția tipică a acestor bolnavi este starea de panică. „Cît timp îmi mai rămîne ?" devine întrebarea obsesivă. Dossey crede că, la astfel de bolnavi, se poate aplica o terapeutică de modificare a percepției temporale, cum arată de altfel și alte cercetări (O. Carl Simonton, Stephanie Matthews-Simonton, James Creighton, *Getting Well Again*, J. P. Tarcher, Los Angeles, 1978 ; Jeanne Achterberg, G. Frank Lawlis, *Imagery of Cancer*, Institute for Personality and Ability Testing, Champaign, Illinois, 1978).

Factorul uman

De ce, dintre atîtea aspecte ale stării de boală, aspectul temporal se detașează ca importanță ? Răspunsul pe care-l dă Dossey este următorul : cu cît o boală se agravează, cu atît aspectele temporale marchează mai profund percepțiile noastre ; perspectiva unui sfîrșit apropiat ne preocupă mai intens, reprezentarea viitorului este considerabil afectată. Apare astfel o stare de frică, de anxietate care

antrenează în lanț consecințe fiziologice dintre cele mai neplăcute. Cu alte cuvinte, agravarea stării de boală afectează profund percepția noastră temporală, pentru ca aceasta din urmă să determine o nouă agravare a stării de boală. Acest ciclu se repetă indefinit, cu consecințele funeste bine cunoscute.

Există deci o solidaritate între somatic și psihic, între corp și intelect, fapt care implică o solidaritate corespunzătoare între conștiință și univers. Tocmai în această ordine de idei se situează marea contestație la care se referă Dossey. De peste 50 de ani s-a acceptat tacit ideea că sănătatea noastră este amenințată de factori exteriori. Succesul antibioticelor în eradicarea unor bacterii patogene specifice și posibilitatea de imunizare preventivă față de unele boli au consolidat această viziune după care boala este rezultatul unei agresiuni dinafară asupra corpului uman. O atare mentalitate s-a asociat cu o altă prejudecată, aceea a unor relații cauzale directe care conduc la starea de boală. Astăzi însă aproape nici o boală nu mai poate fi explicată printr-o simplă legătură liniară de la cauză la efect. Chiar și în ceea ce privește bolile infecțioase, văzute pînă mai ieri ca rezultatul exclusiv al agresivității unor microorganisme asupra capacităților defensive ale organismului uman, își face loc o viziune circulară, cibernetică, implicînd mecanisme de homeostază, în care conexiunea inversă (pozitivă sau negativă) este esențială. Pe o bază cauzală simplistă nu am putea explica, de exemplu, de ce numai unele dintre persoanele care cad victime unei infecții streptococice fac febră. Această provocare a cauzalității a fost examinată de S. Vaisrub (*Groping for causation,* Journal of the American Medical Association, vol. 241, 1979, no. 8, p. 830).

A fost mai comod să se caute cauza oricărei boli în lumea biologiei moleculare, de-

oarece aici părea să fie mai multă lumină; exact ca în anecdota cu cel care, pierzînd o cheie într-un loc, o caută totuși într-un alt loc, unde vizibilitatea este mai bună. Numai că, în cele mai multe boli, cheia pare să fie pierdută concomitent în mai multe locuri iar unul dintre aceste locuri este ceea ce Dossey numește *factorul uman*, adică emoțiile și sentimentele : bucurii și tristeți, stări de elan sau de depresiune, de frică, anxietate sau frustrare, de speranță sau de disperare, de satisfacție sau de nemulțumire. Desigur, în această lume de stări sufletești lumina nu a fost niciodată atît de bună ca în „regatul cărnii", adică al biologiei moleculare. Dar a putut biologia moleculară să conducă singură la terapii decisive în bolile grave care afectează astăzi omenirea ? Răspunsul este deocamdată negativ. Fără a pierde speranța unui tratament farmacologic al cancerului, al bolilor cardiace, al hipertensiunii, al bolilor infecțioase, a devenit totuși clar că factorul uman nu mai poate fi privit ca unul periferic, de ordinul al doilea în apariția acestor boli. Este adevărat că nu cunoaștem încă mecanismele psihofiziologice intime care mediază impactul factorilor psihosociali asupra activității neuronale, hormonale, imunologice etc., dar o serie de cercetări stabilesc cu certitudine acțiunea factorului uman.

Să ne referim, de exemplu, la bolile de inimă. Sînt unanimi recunoscuți ca factori de risc creșterea colesterolului în sînge, creșterea tensiunii arteriale, fumatul, diabetul. Toate tind să mărească probabilitatea contractării unei boli de inimă. Însă C. D. Jenkins (*Psychological and social precursors of coronary disease*, The New England Journal of Medicine, vol. 284, 1971, p. 244—255) arată că în mai mult de jumătate din noile cazuri de ateroscleroză cardiacă nu se observă prezența nici unuia dintre cei patru factori enumerați. O explicație este furnizată în 1973 de un raport privind situația din statul Massachusetts :

supraviețuirea unui bolnav de ateroscleroză cardiacă este determinată în primul rînd de satisfacția profesională și de starea generală de mulțumire în viață. Cum anume sînt „traduse" astfel de fenomene psihice în modificări fiziologice de tipul scăderii colesterolului în sînge? Iată o întrebare de o deosebită complexitate, la care azi nu mai sîntem blocați de o beznă totală. De exemplu, se știe că anxietatea, stressul, starea de tensiune stimulează o creștere a nivelului catecolaminelor (substanțe provenind din glanda adrenală), care produc modificări profunde în modul în care organismul controlează nivelul colesterolului în sînge.

Dar cum putem reduce anxietatea, starea de nemulțumire personală? Numeroase anchete au arătat că, printre oamenii de o anumită vîrstă, îmbolnăvirea și mortalitatea sînt sensibil mai mari printre văduvi decît printre cei căsătoriți. Fenomenul este însă de natură mai generală: prin asociere cu alți membri ai speciei sale, un individ dobîndește mai mult succes în reproducerea genelor sale decît în starea de izolare. Acest fenomen este vizibil atît la om cît și la alte viețuitoare. Cel mai vechi simptom al sănătății a fost succesul în reduplicarea și perpetuarea genelor. Indivizii sănătoși au o tendință naturală spre asocierea cu alți membri ai speciei lor. De altfel, principiul asocierii îl găsim chiar în structura dublu elicoidală a acizilor dezoxiribonucleici.

La fiecare cinci ani devenim alții

În prefața sa la cartea lui Dossey, Fritjof Capra este de părere că numitorul comun al crizelor pe care le parcurge astăzi omenirea include o criză a procesului de cunoaștere, rezultînd din faptul că persistăm într-o viziune cartezian-newtoniană aplicată unei realități care nu mai poate fi înțeleasă în termenii și-

inței clasice. La numele lui Descartes și Newton l-am asocia pe cel al lui Aristotel, a cărui logică bazată pe principiile identității, necontradicției și terțului exclus constituie un cadru fundamental pentru reprezentările propuse de Descartes și Newton. Matematica promovată de Aristotel, Descartes și Newton, fără de care nu putem concepe știința clasică, s-a constituit într-un model exemplar al universului, pe care nici o provocare nu părea să-l amenințe. Încă în secolul al XIX-lea începe însă un proces de erodare a acestui model. Geometria neeuclidiană, teoria mulțimilor infinite, fizica relativistă și fizica cuantică, apoi biologia ne aduc tot mai insistent în atenție fenomene care se desfășoară dincolo de scara percepției umane imediate, fie în microcosm (infinitul mic), fie la dimensiuni cosmice (infinitul mare). Obișnuințele noastre intuitive și logice sînt puse la grea încercare. Apare din ce în ce mai stringentă necesitatea de a le suplimenta cu modalități noi de apropiere a realității, de înțelegere a lumii. O serie întreagă de dihotomii absolutizate pînă mai ieri (adevărat-fals, obiect-subiect, întreg-parte etc.) sînt puse sub semnul întrebării. Viziunii aristotelice, carteziene și mecaniciste, care-și păstrează în anumite condiții și limite întreaga ei legitimitate, dar care eșuează dincolo de aceste limite, i se opune o perspectivă sistemică și ecologică. Acest proces poate fi urmărit sistematic și în detaliu. Unele aspecte le-am discutat anterior, altele vor fi urmărite, după Dossey, în cele ce urmează.

Care este situația principiului identității? Aplicat individului uman, el este supus unei grele încercări. Ideea individualității și unicității genetice a fiecărui exemplar uman (cu excepția gemenilor identici) este și ea discutabilă, deoarece ea presupune o separare netă a unui individ de ceilalți indivizi și de tot ceea ce se află în jurul său. În *Song of Myself*, Walt Whitman observa că „orice atom

care-mi aparţine, îţi aparţine". Cu fiecare generaţie, efectul genelor noastre slăbeşte, ne dizolvăm genetic. Genele sînt alcătuite în primul rînd din acizi dezoxiribonucleici (ADN), însă o moleculă de ADN nu trăieşte mai mult de cîteva luni. Aceasta înseamnă că în decurs de cîteva luni întreaga noastră structură genetică este reînnoită. Tiparul genelor poate rămîne neschimbat timp de o sută de milioane de ani (excepţiile se referă la aşa-numitele mutaţii genetice), materialul genetic însă, adică miile de atomi de carbon, hidrogen, oxigen şi de altă natură care compun genele se află într-un schimb continuu cu lumea exterioară.

Nu numai genele participă la acest proces de reînnoire, ci şi întregul nostru corp. În decurs de un an, sînt înlocuiţi 98% din cei aproximativ 10 la puterea 28 de atomi care alcătuiesc corpul uman. Ritmul acestui proces de reînnoire variază de la un organ la altul; astfel, pielea se schimbă complet în decurs de o lună iar ficatul se regenerează în şase săptămîni. Se poate spune că în decurs de cinci ani toţi atomii care ne alcătuiesc sînt înlocuiţi, cu alte cuvinte în urmă cu şase ani noi cei de azi nici măcar n-am existat, în ceea ce priveşte „zestrea de atomi". Sîntem ca un costum de haine care-şi schimbă mereu stofa, dar mai lent croiala. Înţelegem astfel de ce nu are sens să vorbim despre corpul uman ca despre o entitate fixă şi statică. Ne schimbăm mereu atomii cu mediul înconjurător, ceea ce face dificilă separarea noastră de acest mediu şi precizarea frontierei dintre noi şi mediu. Rezultă că şi moartea este un proces îndelungat, nu un act care are loc la un anumit moment.

G. Murchie *(The Seven Mysteries of Life,* Houghton Mifflin, Boston, 1978, p. 320) a urmărit modul în care respiraţia participă la fluxul necontenit de materie între organisme vii. În actul de respiraţie intervin, la un individ, aproximativ 10 la puterea 22 de atomi,

același număr exprimînd aproximativ cardinalul mulțimii de viețuitoare care respiră aerul planetei noastre. Ca dimensiune, fiecare respirație se află, ca și omul însuși, la jumătatea drumului dintre atom și lume ; cîte 10 la puterea 22 de atomi în fiecare dintre cele 10 la puterea 22 de respirații conduc la 10 la puterea 44 de atomi de aer care adie în jurul planetei noastre. Rezultă că în fiecare moment în care primim aer în piept, inhalăm, virtual, cîte un atom din fiecare respirație care are loc în atmosfera planetei noastre. În același timp, în fiecare expirație trimitem înapoi fiecărei alte respirații (deci fiecărei alte persoane) cîte un atom. Dacă ținem seamă de faptul că acest proces individual dublu de inspirație și expirație se repetă de 20 000 de ori pe zi la fiecare dintre cele cîteva miliarde (de exemplu patru) de oameni ai planetei, rezultă că fiecare respirație individuală conține 10 la puterea 15 atomi respirați de restul omenirii în cele cîteva săptămîni anterioare și peste un milion de atomi respirați de fiecare persoană de pe planeta noastră.

În aceste condiții, nu mai putem considera, ca Descartes și Newton, că organismul uman funcționează ca o mașină sau ca un ceasornic, în care bunul mers depinde exclusiv de calitatea pieselor sale. O importanță deosebită o prezintă natura interacțiunii cu lumea. În particular, se constată că inerția corpurilor materiale este datorată nu atît structurii lor interne cît interacțiunii cu întregul univers. Se simte aici influența decisivă a ideilor mecanicii cuantice. Fritjof Capra *(The Tao of Physics,* Shambhala Publications, Boulder, 1975, p. 210) observă că unitatea materiei cu mediul ei ambiant, observată la nivel macroscopic, este prezentă și la nivel subatomic. Este considerabil atenuat contrastul dintre particule și spațiul care le înconjoară. Cîmpul cuantic devine entitatea fizică fundamentală, sub forma

unui mediu continuu prezent peste tot. Particulele sînt condensări locale ale cîmpului, concentrări care vin și pleacă, pierzînd natura lor individuală și dizolvîndu-se în cîmpul înconjurător. Același fenomen se repetă la nivel uman, prin fluxul de elemente chimice între corpul uman și mediul său.

Circularitatea ca destin

În mod tradițional, s-a considerat că lumea fizică și cea biologică ascultă de legi esențial distincte de cele care guvernează universul uman. O expresie tulburătoare a acestei viziuni apare în lucrarea *Hasard et nécéssité* a lui Jacques Monod, pentru care omul este o victimă a naturii, el se află marginalizat într-un univers, surd la muzica sa, indiferent la speranțele și suferințele sale. Determinismului biologic al lui Monod i se opune viziunea unificatoare a unui alt laureat al premiului Nobel, Ilya Prigogine, care, prin teoria sa asupra structurilor disipative, a reușit să argumenteze, într-un limbaj deopotrivă al chimiei și al matematicii, că biologicul și socialul se asociază în mod organic și că omul este o parte a naturii tot așa cum natura este o parte a omului. Ideii tradiționale după care omul participă la un proces de degradare ireversibilă (prevăzut de al doilea principiu al termodinamicii, conducînd la concluzia morții termice a universului) care tinde spre o stare de echilibru asociată cu un haos total, Prigogine îi opune studiul *excepțiilor* de la această degradare ireversibilă. Excepțiile decurg din faptul că procesele vitale manifestă o tendință opusă, de depărtare de starea de echilibru. Manipulînd o matematică modernă și puternică, Prigogine arată că principiul al doilea al termodinamicii, valid pentru univers în ansamblu, eșuează în unele locuri și, la o depărtare suficientă de starea de echi-

libru, efectele fluctuațiilor întîmplătoare pot fi considerabil amplificate, generînd forme ale unei noi complexități. Configurațiile care rezultă se comportă ca o „structură disipativă", ele interacționează cu mediul local, consumînd energia acestuia și eliminînd înapoi în mediu produsele secundare ale acestei utilizări energetice. Prigogine ne avertizează că materia nu este inertă, ci vie și activă iar viața se schimbă mereu prin adaptare la condiții de neechilibru.

Fluxul de energie din cadrul unei structuri disipative poate determina perturbații sau fluctuații care, dacă iau amploare, pot conduce la schimbări importante. Cu cît este structura mai complexă, cu atît mai mare este fluxul de energie necesar pentru supraviețuirea sa, iar perturbația internă care rezultă este și ea corespunzătoare. Iarăși apare circularitatea : complexitatea crescîndă generează nevoia unui consum crescînd de energie din mediul ambiant, ceea ce conduce la o fragilitate crescîndă ; dar tocmai această trăsătură a structurii disipative este la baza evoluției ei ulterioare spre o complexitate mai mare. Explicația se află în faptul că, dacă perturbația internă este suficient de mare, sistemul poate trece printr-o bruscă reorganizare, reușind să se mențină numai cu prețul unei complexități mai mari. Cu alte cuvinte, unde nu e perturbare nu e schimbare. Șansa unei structuri de a evolua spre o complexitate superioară este condiționată de punerea ei la încercare. Fragilitatea ei, capacitatea ei de a fi pusă în primejdie constituie cheia creșterii. M. Ferguson *(The Aquarian Conspiracy,* J. P. Tarcher, Los Angeles, 1980, p. 165—166) atrage atenția asupra faptului că aceste idei apar în înțelepciunea populară : starea de stress poate forța noi soluții, starea de criză conduce deseori la împrejurări favorabile ; procesele creative au uneori nevoie de haos înainte de a

conduce la o formă nouă ; indivizii umani se călesc uneori prin suferință iar unele societăți pot uneori ieși mai întărite dintr-o sciziune.

Ajungem astfel la oameni. Prigogine crede că naturii îi este inerent paralelismul dintre universul microscopic și cel al experienței umane. Pentru Prigogine, moleculele nu numai că interacționează, dar manifestă un comportament coerent, adaptat nevoilor nivelului lor superior. Comportamentul componentelor microscopice se repercutează la nivelul macroscopic. Semnificația întregului este corelată cu comportamentul părților.

Toate aceste idei ale „poetului termodinamicii" (cum l-a numit pe Prigogine comitetul de acordare a premiului Nobel) nu puteau să nu-l fascineze pe Larry Dossey care, după incursiunea schițată mai sus, ne amintește că, încă înainte ca teoria structurilor disipative să devină complet conturată, F. Barron *(The Psychology of Imagination,* Scientific American, September 1958) a intuit aplicabilitatea la experiența umană a unor legi extrase din chimia, fizica și matematica microuniversului. Structurile disipative apar la toate nivelele naturii, unificînd astfel fenomene anterior eterogene, așa cum teoria lui Maxwell a unificat teoria electricității cu aceea a magnetismului iar Einstein a adus în aceeași albie energia, materia, gravitația și lumina, precizînd relația dintre ele.

Cu Prigogine se produce o unificare a viului și neviului, a umanului cu non-umanul. Se conturează o nouă viziune a omului în univers. După cum spune Prigogine, noi vedem în natură ceea ce vedem în noi înșine. Reapar astfel circularități noi, fiind totodată întărite circularitățile discutate anterior. Dar circularitatea fundamentală este aici tocmai aceea dintre om și natură, văzută nu ca între ceva intern și ceva extern, ci ca un proces care face parte integrantă din constituirea lu-

mii. „Gînduri au toți oamenii, poate au și alte viețuitoare, dar idei nu are decît cel care întoarce gîndul asupra gîndului", observă Constantin Noica *(Devenirea întru ființă,* Editura Științifică și Enciclopedică, 1981, p. 16). Însă în lumina structurilor disipative ale lui Prigogine întoarcerea gîndului uman asupra lui însuși este inevitabilă. Circularitatea este nu o șansă sau o alegere, ci un destin.

Medicina și structurile disipative

Teoria structurilor disipative, propusă de Prigogine, are consecințe majore asupra modului de a privi sănătatea și boala ; aceasta este o idee centrală în concepția lui Larry Dossey. Unele fapte și observații care nu lipseau din medicina tradițională, dar erau oarecum marginalizate, sînt aduse acum în centrul atenției. Înțelepciunea populară abundă în observații aproape banalizate, ca : „Suferința te călește" ; „Lupta cu greutățile îți dă forțe noi" ; „Răcesc mai ușor cei care nu-s antrenați cu frigul". Teoria lui Prigogine produce și motivația profundă a acestei înțelepciuni populare, care se regăsește și în procedeele tradiționale de imunizare (introducerea deliberată în corpul uman a unei cantități mici de microorganisme alterate, pentru a se crea, într-o formă ușoară, boala cu care corpul trebuie să se antreneze, pentru a o neutraliza într-o eventuală evoluție spre o formă mai gravă ; corpul este stimulat să producă anticorpi care-l protejează). Într-adevăr, boala este o perturbare prin care organismul poate dobîndi o complexitate superioară. O boală mai serioasă ne pune la încercare întregul organism ; un pericol pentru viață, după o mentalitate mai veche, dar o posibilitate de a trece la o strategie superioară în apărarea sănătății noastre, spune teoria structurilor disipative.

Dossey dă exemplul celui care, în mod imprudent, ia o aspirină puternică și în același timp consumă alcool. Aceasta poate produce o perturbare gravă (indigestie, durere și chiar o hemoragie la stomac), însă din experiența ei se poate extrage o înțelegere mai complexă a sănătății și bolii, mai multă prudență și înțelepciune. Cei care au supraviețuit unei boli grave, care i-a adus în vecinătatea morții, capătă o înțelegere mai complexă, mai profundă a vieții, a valorii stării de sănătate, ei ajung la o înțelepciune pe care altfel poate n-ar fi dobîndit-o. Dar teoria structurilor disipative merge mai departe, constatînd că sănătatea este condiționată de perturbare, amîndouă formînd o unitate fără de care nu se poate constitui sistemul nostru imunitar.

În înțelepciunea orientală, bambusul supraviețuiește deoarece are flexibilitatea necesară pentru a se încovoia în fața vîntului. Bambusul devine astfel un simbol al supraviețuirii prin adaptare la perturbare. Fără această suplețe, poziția rigidă verticală ar fi cedat la o încercare mai serioasă. Poate că și celebra metaforă a trestiei gînditoare, propusă de Pascal, admite și o interpretare în acest sens, chiar dacă ea nu a fost avută în vedere de autorul ei.

Devine astfel mai importantă, pe plan social, strategia omului sănătos decît aceea a omului bolnav, deoarece în special cînd se află în stare de sănătate omul își sabotează, uneori conștient, capacitatea de a face față la perturbări. Capacitatea homeostatică de a reacționa la perturbări ale climei, ale alimentației etc. este considerabil diminuată prin stări de stres, viață dezordonată, oboseală cronică, fumat, obezitate, nerespectarea regulilor de igienă. Așa-numita medicină preventivă trece, în lumina teoriei lui Prigogine, pe primul plan al importanței, deoarece abia cînd am ieșit dintr-o stare de boală, dar n-am apucat încă să intrăm într-o altă stare de boală, avem o

șansă mai mare de a ne reordona viața, trecînd la un nivel superior de complexitate a înțelegerii și comportamentului nostru. Cealaltă medicină, a pilulelor și prafurilor de tot felul și, la limită, a intervenției chirurgicale, constituie, din punctul de vedere al teoriei structurilor disipative, doar o a doua linie de apărare, o anexă, o rezervă la care trebuie recurs în mod foarte selectiv. Este astfel condamnată practica recurgerii la antibiotice în cazul unei simple răceli sau a tranchilizantelor pentru potolirea unei simple indispoziții sau migrene. Dossey este de părere (ca medic, el dă mereu exemple din experiența sa cu bolnavii) că aici se ascunde o situație mai gravă, care ține de două atitudini în fața bolii. Unii, din păcate destul de mulți, cred că mijlocul principal de luptă împotriva bolii este medicamentul ; alții, în conformitate cu teoria lui Prigogine, realizează că împotriva bolii lupți în primul rînd prin comportamentul tău psihosomatic.

Desigur, nu totdeauna perturbarea este urmată de o ordine superioară. Toți cunoaștem cazuri în care o boală în aparență minoră duce la o complicație neprevăzută, care se dovedește fatală. Evoluțiile de acest tip sînt însă excepționale. Lewis Thomas *(The Lives of a Cell,* Viking Press, New York, 1974, p. 75) ne atrage atenția că organismul uman are o capacitate extraordinară de a face față perturbărilor, de cele mai multe ori fără măcar de a conștientiza pericolul. De exemplu, simplul fapt al folosirii periuței de dinți prelungește invadarea sîngelui cu microbi ; dar durata de viață a unui astfel de microb este mai mică de patru minute.

De o manieră generală, se constată, observă Dossey, că terapiile care sînt asociate cu conștientizarea unității noastre psihofizice facilitează reordonarea întregului comportament ; iată un rezultat pe care pilulele și intervenția chirurgicală greu îl pot obține. Unitatea

dintre somatic și psihic este fundamentală în orice abordare în spiritul teoriei structurilor disipative. În acest sens trebuie înțeleasă și ideea lui Prigogine despre o *fizică umană*. Dossey ne amintește, în această ordine de idei, că teoria structurilor disipative, răsplătită cu Premiul Nobel (în 1977), se bazează pe demonstrații matematice și pe verificări pe calculator.

ŞTIINŢA PROVOACĂ FILOSOFIA ; DISTINCŢIA DISCRET-CONTINUU

Pornind de la ipoteza lui Riemann

Ipoteza lui Riemann, lansată de autorul ei în 1859 într-o lucrare de opt pagini, considerată şi azi cea mai importantă din întreaga istorie a teoriei numerelor, continuă să rămînă o provocare adresată lumii matematice. Deşi pe alocuri confuză şi cu multe lacune în demonstraţii, această lucrare a influenţat puternic aproape tot ce s-a făcut de atunci încoace în studiul numerelor prime şi, prin intermediul acestuia, în unele probleme de o mare importanţă practică, de exemplu în criptografie. Amintim că ipoteza lui Riemann afirmă că toate soluţiile (cu unele excepţii cunoscute) unei anumite ecuaţii avînd ca necunoscută o variabilă complexă ($\Sigma(1/n^z\ ;\ n = 1,\ 2,...) = 0$) se află pe dreapta de abscisă 1/2 paralelă cu axa ordonatelor. Trei matematicieni de la Universitatea din Wisconsin, S.U.A., au verificat cu ajutorul calculatorului că primele trei milioane de soluţii confirmă ipoteza lui Riemann. Dar ecuaţia în discuţie are o infinitate de soluţii, iar în faţa infinităţii nici calculatorul nu mai poate face nimic.

S-a putut însă arăta că (în afară de unele cazuri banale) *toate* soluţiile căutate (adică toate zerourile funcţiei zeta a lui Riemann) au abscisa cuprinsă între zero şi unu. În 1974, Norman Levinson a demonstrat că cel puţin o

treime din totalitatea soluțiilor se află pe dreapta $x = 1/2$. Dar, așa cum s-a putut arăta, șansa de a întîlni efectiv soluții care să nu se conforme ipotezei lui Riemann este extraordinar de mică, fără ca aceasta să însemne că asemenea soluții nu există. Ne aflăm astfel într-o situație foarte inedită a raționamentului prin inducție (mai bine zis, în fața unui contraexemplu la tentația de extrapolare de la finit, fie el oricît de mare, la infinit); semnificațiile ei filosofice nu pot fi neglijate. Însă, în cele ce urmează, nu asupra acestui aspect ne vom focaliza atenția, ci asupra altuia, la fel de pasionant. Avem în vedere legătura dintre ipoteza lui Riemann și teoria numerelor prime. Această legătură nu poate să nu surprindă. Ipoteza lui Riemann se referă la un obiect din domeniul Analizei matematice, o serie de funcții care implică, evident, un proces de trecere la limită. Mai mult, studiul acestui obiect este organic legat de unele fenomene din teoria integralei și din teoria ecuațiilor diferențiale, domenii prin excelență ale continuului. Pe de altă parte, teoria numerelor prime este un capitol tipic de matematică discretă, așa cum este de altfel, prin problematica ei, întreaga teorie a numerelor.

Este astfel adusă în atenție conexiunea dintre două aspecte fundamentale, complementare, ale realității și ale instrumentelor de investigație: continuul și discretul. Dacă influența discretului asupra continuului pare firească, deoarece al doilea ne este accesibil investigației prin cel dintîi, este aproximat de cel dintîi așa cum totdeauna căutăm să aproximăm un fenomen mai complicat prin altul, mai simplu, cum am putea explica influența continuului asupra discretului? Ipoteza lui Riemann nu prezintă o situație singulară în acest sens. O noțiune simplă, ca aceea a factorialului unui număr natural n (produsul numerelor naturale de la 1 la n), este urma discretă a funcției gama a lui Euler, funcție de-

finită cu ajutorul unei integrale improprii. Celebra conjectură formulată de Gauss și Legendre pe la 1800, după care numărul numerelor prime inferioare lui x este aproximativ egal cu $x/\log x$ (eroarea tinzînd la zero cînd x tinde la infinit) a fost demonstrată abia în 1896, în mod independent de către Jacques Hadamard și Ch. de la Vallée Poussin, dar nu printr-o referire directă la numere prime, ci prin intermediul unui raționament de teoria funcțiilor de variabilă complexă, în aparență fără nici o legătură cu numerele prime. (Abia în 1948 Atle Selberg și Paul Erdös găsesc o demonstrație în care legătura cu numerele prime este explicită, dar caracterul elementar al acestei demonstrații este contracarat de lungimea ei excesivă).

În toate situațiile de mai sus se constată că unele fenomene discrete nu pot fi aprofundate decît în contextul unor fenomene mai profunde, de natură continuă. Discretul apare aici ca o urmă a continuului, sau ca un caz particular al unui fenomen care numai într-un univers continuu se prezintă natural și în întreaga sa complexitate. Libertatea combinatorie a numerelor naturale în general, a numerelor prime în special este supusă restricțiilor unui context mai vast în care se inserează numerele naturale, acest context fiind uneori continuul real, adică mulțimea numerelor reale sau dreapta reală (cum i se mai spune), alteori planul complex, adică mulțimea numerelor complexe. Este ca și cum continuul ar fi o cămașă de forță care se aplică asupra discretului.

Este însă necesar să distingem între reprezentarea intuitivă a discretului și continuului și reprezentarea lor conceptuală. În *Dicționar de filosofie* (Editura Politică, 1978), discretul este echivalat cu discontinuul iar acesta, la rîndul său, cu ideea de întrerupere. În mod corespunzător, continuul revine la o distribuție neîntreruptă. Sub formă discontinuă (mole-

cule, atomi etc.), materia prezintă neomogenitate și variabilitate, în timp ce o distribuție continuă (de masă, de energie sau de orice altceva) prezintă omogenitate și inepuizabilitate. Apare imediat problema : cum reușește matematica să modeleze aceste distincții, să le transforme dintr-o formă intuitivă într-una conceptuală riguroasă ? Iată una dintre cele mai interesante provocări la adresa matematicii. Urmărind-o, vom intra în acel laborator al matematicii care se află în contact imediat cu lumea fenomenală și vom putea vedea în ce fel se nasc noțiunile matematice din experiența noastră senzorială. Vom constata că matematica nu a dat acestei provocări un singur răspuns, ci mai multe răspunsuri. Vom constata că, la o examinare mai apropiată, chiar distincția intuitivă discret-continuu are mai multe înfățișări care reclamă modele matematice diferite. Această situație generează și o anumită confuzie terminologică, pe care matematica, în ciuda reputației ei de a fi foarte ordonată și precisă, nu a reușit s-o evite. Vom mai constata că distincția discret-continuă este esențială în orice act de cunoaștere, că are un suport biologic și psihologic și că prezintă încă multe aspecte insuficient elucidate, care pun în dificultate tentativele de modelare matematică.

Natura intimă a lucrurilor

Ține distincția discret-continuu și de natura lucrurilor sau numai de modalitatea noastră de a le percepe și înțelege ? Este materia discretă sau continuă ? Dar timpul, este el discret sau continuu ? Iată întrebări fundamentale, care au preocupat pe oamenii de știință și pe filosofii tuturor timpurilor. Discretul și continuul par să fie două ipostaze obligatorii, în același timp solidare și opuse, ale oricărui proces de o oarecare complexitate, fie

el natural sau social. O atare viziune antinomică este atestată de un mare număr de forme particulare pe care le capătă distincția continuu-discret; cîmp și particule, undă și corpuscul, numere reale și numere întregi, integrale și serii, analogic și digital, ontogenie și filogenie, ereditate și variabilitate, vorbire și limbă, tradiție și inovație, iată numai cîteva versiuni ale corelației continuu-discret în fizică, matematică, informatică, biologie, lingvistică și cultură, în general toate confirmînd că discretul și continuul, în ciuda opoziției lor, interacționează și au o nevoie organică unul de celălalt.

Dar oare exemplele menționate se referă *în același fel* la categoriile discretului și continuului? Nu cumva acești doi termeni exprimă situații dintre cele mai diferite? O analiză mai riguroasă a lor se impune. Ea devine inevitabilă, atunci cînd încercăm, așa cum o vom face în cele ce urmează, să urmărim modul în care matematica a propus diferite modele ale distincției intuitive discret-continuu. Nu trebuie să ne lăsăm înșelați de cuvinte; uneori, modelele în discuție se ascund sub o terminologie derutantă.

Proprietatea unei mulțimi de *a fi discretă* se definește în matematică prin condiția de a nu conține decît puncte izolate. Un *punct izolat* al unei mulțimi A este chiar ceea ce sugerează acest cuvînt: un punct din A cu proprietatea că există o vecinătate a sa în care nu se mai află nici un alt punct din A (ideea de vecinătate capătă un înțeles precis în topologie). Nu este greu de văzut că numerele naturale 1, 2, ..., n... formează o mulțime discretă; într-adevăr, intervalul centrat în n, de lungime egală cu unu, nu conține nici un număr natural altul decît n, deci n este un punct izolat al mulțimii numerelor naturale. Mulțimea numerelor de forma $1/n$ (unde n este un număr natural oarecare) este și ea discretă (chiar dacă acest

fapt surprinde puțin intuiția, deoarece se produce o aglomerare a elementelor mulțimii în vecinătatea lui zero). Într-adevăr, să considerăm un număr pozitiv a inferior lui $1/n(n+1)$. Nu este greu de văzut că intervalul $((1/n) - a, (1/n) + a))$, adică intervalul centrat în $1/n$, de lungime $2a$, nu conține nici un număr de forma $1/p$ (cu p întreg pozitiv), altul decît $1/n$. Deci $1/n$ este un punct izolat în mulțimea considerată. În topologie se definește topologia discretă pe o mulțime A drept acea topologie care este formată din toate părțile lui A. Denumirea se justifică tocmai prin ceea ce s-a înțeles mai sus prin mulțime discretă; într-adevăr, în topologia discretă pe A, orice parte a lui A este discretă (adică formată exclusiv din puncte izolate", dat fiind faptul că fiecare punct este propria sa vecinătate.

Modelul matematic prezentat mai sus convine discretului fizic al particulelor elementare, dar nu este adecvat altor reprezentări intuitive ale discretului. Așa se întîmplă cu reprezentarea discretului prin secvențialitate. Hegel consideră că ceea ce se opune calității nu este cantitatea, ci numărul, care implică scriere, deci discretizare, natură punctiformă. Secvențialitatea, adică posibilitatea de așezare într-un șir, nu este totdeauna compatibilă cu inexistența unor puncte neizolate. De exemplu, putem forma un șir avînd ca termeni toate numerele raționale, dar mulțimea acestor numere nu este discretă, mai mult, nu conține nici un punct izolat. Secvențialitatea este o formă privilegiată a discretului, datorită faptului că are o bază biologică. Se știe astăzi că procesele secvențiale (unde intră, drept cazuri particulare, limbajul și logica) sînt controlate cu precădere de emisfera cerebrală stîngă, cele nesecvențiale (deci concomitente, i-mediate, holistice) fiind în special tutelate de emisfera cerebrală dreaptă. În acest sens, putem spune că percepția conti-

nuului este controlată cu precădere de emisfera cerebrală dreaptă, despre care în mod tradițional se considera că este sediul principal al emoției, afectivității și senzorialului audio-vizual de tipul celuia cristalizat în muzică și arte plastice. Faptul că sănătatea somatică și psihică este condiționată de echilibrul dintre activitățile celor două emisfere cerebrale arată că și echilibrul dintre discret și continuu corespunde unei nevoi biologice și psihice.

O serie de alte fapte trebuie evocate aici, privind istoria ontologiei. Parmenide și Heraclit au conceput gîndirea ca un flux continuu, a cărui cristalizare în vorbire reclamă o anumită stabilitate. Pentru a putea transmite un enunț este necesară o anumită fixitate, cel puțin a cuvîntului. Însă cuvîntul și limbajul sînt discontinue, unitățile lingvistice fiind separate prin spații albe. Segmentarea în unități determină repetiția diferitelor unități. Dar această segmentare este de resortul științei, de aceea mulți filosofi consideră că toate categoriile științei sînt domeniul prin excelență al discretului, după cum categoriile filosofice constituie privilegiul continuului. Pentru Ferdinand de Saussure, continuul sonor al vorbirii este o „nebuloasă" cîtă vreme nu e supus analizei științifice. Într-o abordare prestiințifică, orice mărime semiotică este continuă : discretizarea este opera științei. În schimb, Bertrand Russell considera că în lucruri actuale nu există decît discretul, continuul fiind o stare ideală. Anthony Ralston (la care ne vom mai referi) consideră, ca și mulți alți autori, că situațiile fizice pe care matematica își propune să le modeleze sînt sisteme discrete. De exemplu, mișcarea unui corp este în fapt agregarea mișcărilor moleculelor sale discrete. Însă numărul acestor molecule este atît de mare, încît numai considerarea lor ca un agregat duce la rezultate

semnificative. Astfel ajungem să aproximăm discretul prin continuu.

Faptul că în matematică natura lucrurilor este considerată discretă, iar în discipline umaniste ea este considerată continuă arată caracterul de ipoteză al aserțiunilor respective. Deosebirea de punct de vedere se explică prin considerente privind deosebirea de problematică dintre cele două categorii de discipline. În disciplinele fizico-matematice plecăm de la percepții continue (cum sînt cu precădere cele audio-vizuale), în timp ce în lingvistică și în alte discipline umaniste și sociale problema fundamentală a fost multă vreme degajarea unităților de bază, prin decuparea unei realități relativ abstracte, situate dincolo de observația imediată. Ipotezele noastre asupra naturii discrete sau continue a lucrurilor sînt mereu revizuite, în funcție de capacitatea explicativă mai mult sau mai puțin satisfăcătoare pe care ele o manifestă. Repetiția, formă continuă a discontinuului, trebuie contrapusă schimbării, formă discontinuă a continuului. Deși a enunțat un principiu de continuitate, Leibniz s-a referit la incompatibilitatea dintre continuul unui sistem teologic și discontinuul secvențialității, în timp ce Kierkegaard le-a reconciliat. Freud a asociat discontinuitatea în frază cu lapsusul, discontinuitatea în viață cu actul ratat, discontinuitatea în structura familială cu uciderea tatălui și cu urmele pe care le lasă. Dar, formulînd principii care permit discontinuul, Freud nu poate evita aporiile continuului, după cum rezultă din psihologia sa colectivă.

Conexiune și neîntrerupere

Într-o reprezentare foarte răspîndită, distincția discret-continuu este asimilată intuitiv cu aceea dintre întrerupt și neîntrerupt. Este deci interesant să urmărim în ce fel și în ce

măsură a reușit matematica să modeleze această distincție fundamentală pentru numeroase domenii ale cunoașterii.

Discretul este echivalat cu discontinuul. Terminologic, se vorbește în matematică despre continuu și discontinuu atît în legătură cu mulțimile cît și în legătură cu funcțiile. Ideea matematică de funcție (uniform) continuă, în forma ei modernă (care se învață azi în penultima clasă de liceu) revine la faptul că variația valorii funcției devine oricît de mică dorim, de îndată ce variația argumentului devine suficient de mică. Formularea riguroasă a acestei situații a fost realizată încă în prima parte a secolului al XIX-lea. Timp de decenii, matematicienii au fost convinși că proprietatea matematică de continuitate a unei funcții reale pe un întreg interval real este echivalentă cu proprietatea funcției de a nu putea trece de la o valoare la alta fără să treacă prin toate valorile intermediare (așa-numita proprietate a valorii intermediare). Această convingere ni se insinuează ori de cîte ori trasăm graficul unei funcții continue și constatăm că într-adevăr această trasare se poate face fără a ridica mîna de pe foaia de hîrtie, deci cu respectarea proprietății valorii intermediare. Însă faptul empiric de a trasa graficul unei funcții nu este posibil decît dacă funcția admite (cu excepția unui număr finit de puncte) derivată continuă. Înțelegem astfel cît de restrînsă este zona activității noastre empirice, în raport cu marea generalitate și varietate a funcțiilor matematice pe care le putem concepe. Abia pe la 1875, datorită unui exemplu furnizat de Gaston Darboux, s-a văzut că cele două proprietăți nu sînt echivalente. De atunci, proprietatea valorii intermediare este numită proprietatea lui Darboux. Pentru a înțelege relația dintre continuitate și proprietatea lui Darboux, este necesar să aprofundăm în prealabil ideea de mulțime neîntreruptă. Cele mai interesante

modele matematice ale acestei idei sînt de natură topologică. Aprecierea acestor modele trebuie făcută în raport cu situația pe care o avem în vedere. Să nu ne lăsăm furați de terminologie, dar nici să nu credem că terminologia este întîmplătoare.

După cum vom vedea, modelele matematice ale neîntreruperii sînt uneori incompatibile. Faptul acesta ne avertizează că ideea intuitivă de neîntrerupere nu acoperă totdeauna aceeași realitate. Problema adecvării unui model sau altul, în fiecare caz în parte, rămîne deschisă. Să ne referim mai întîi la ideea de conexiune. Ea înregistrează faptul intuitiv sugerat de expresia *a fi dintr-o singură bucată*. În mod corespunzător, o mulțime neconexă este formată din mai multe bucăți. Un disc este evident o mulțime dintr-o singură bucată, dar două discuri situate la o anumită distanță alcătuiesc o mulțime care nu mai este dintr-o singură bucată. Față de aceste situații clare, există alte situații mai puțin clare. Două discuri tangente exterior, considerate fără circumferințe, alcătuiesc sau nu o mulțime dintr-o singură bucată? Reuniunea graficului funcției $\sin(1/x)$ (pentru x cuprins strict între 0 și 1) cu o parte oarecare a intervalului de lungime 2, centrat în origine, situat pe axa ordonatelor, este dintr-o singură bucată? Simpla observație nu mai poate decide aici, simțim nevoia unei precizări a ideii de bucată. Aceasta se realizează prin conceptul matematic de componentă conexă, rezultînd din considerarea unei relații de echivalență pe baza căreia două puncte sînt echivalente dacă există o mulțime conexă care le conține. Dar ce este o mulțime conexă? Definiția este negativă, constînd în imposibilitatea descompunerii mulțimii în două părți nevide care nu numai că sînt disjuncte, dar nu-s nici lipite, în sensul că nici una dintre ele nu conține un punct de acumulare pentru cea-

laltă (adică un punct în vecinătatea cărula se aglomerează puncte ale celeilalte). O mulțime este dintr-o singură bucată dacă se reduce la o singură componentă conexă; altfel, are atîtea bucăți cîte componente conexe are. Pe baza acestor criterii, se poate arăta că, în ceea ce privește cele două mulțimi considerate mai sus, prima (reuniune a două discuri deschise) este formată din două bucăți, deci este neconexă (dar ar deveni conexă de îndată ce măcar unul dintre cele două discuri ar fi considerat împreună cu circumferința sa), dar a doua (definită cu ajutorul unui sinus) este formată dntr-o singură bucată, deci conexă.

Ce se întîmplă însă pe dreaptă, deci cu mulțimile unidimensionale? Se poate arăta că aici o mulțime formată din cel puțin două puncte este conexă exact atunci cînd constă într-un interval. Evident, un interval este un exemplu foarte convingător de „mulțime neîntreruptă", deci distincția conex-neconex modelează în acest caz în mod reușit deosebirea neîntrerupt-întrerupt.

Convenind să echivalăm bucățile unei mulțimi cu componentele ei conexe, este semnificativ să amintim conceptul topologic de mulțime total discontinuă: este o mulțime care, privită ca un spațiu topologic, are toate componentele conexe reduse la cîte un singur punct. Este vorba deci de cazul extrem de discontinuitate pe care o poate prezenta o mulțime. În spațiul euclidian, exemplele cele mai simple de mulțimi total discontinue le constituie mulțimile finite, dar acestea sînt exemple destul de banale. Pe dreaptă, un exemplu nebanal de mulțime total discontinuă este celebra mulțime a lui Cantor, care se obține din intervalul [0, 1] după ce eliminăm intervalul (1/3, 2/3), apoi intervalele rămase sînt împărțite în cîte trei intervale egale și din nou se elimină treimile de la mijloc, continuîndu-se în acest fel indefinit. Se con-

stată fără dificultate că mulțimea lui Cantor este total discontinuă. Faptul acesta contrastează cu un altul : mulțimea lui Cantor este de puterea continuului, cu alte cuvinte se află în corespondență biunivocă (sau bijectivă) cu mulțimea numerelor reale. Realizăm astfel cît de derutantă este terminologia matematică, atît de lăudată pentru lipsa ei de ambiguitate. O aceeași mulțime este pe de o parte total discontinuă, pe de altă parte de puterea continuului.

Putem acum reveni la problema legăturii dintre continuitate și proprietatea lui Darboux, pentru a semnala un rezultat deosebit de semnificativ în ceea ce privește legătura cu „mulțimile neîntrerupte". Fiind dată o mulțime A de numere reale, pentru ca orice funcție reală definită și continuă pe A să aibă proprietatea lui Darboux este necesar și suficient ca A să fie o mulțime conexă (deci un interval sau o mulțime formată dintr-un singur punct). Cu alte cuvinte, între neîntreruperea mulțimii valorilor unei funcții și neîntreruperea mulțimii pe care această funcție este definită și continuă există o legătură organică.

Întreg și parte ; necuantificabilul

Substantivele unei limbi se repartizează în două clase, după cum ele se asociază sau nu cu un mod inerent de a-și descompune referința. Astfel, substantive ca *măr, insectă, carte, pisică* au drept referent cîte o *mulțime* de *obiecte* sau de *indivizi* de o relativă omogenitate, această pluralitate a referentului exprimîndu-se prin opoziția de număr : *măr — mere, insectă — insecte, carte — cărți, pisică — pisici.* În lingvistică se spune că aceste substantive sînt *numărabile,* dar, evident, termenul este întrebuințat aici într-o accepțiune diferită (chiar dacă nu total dife-

rită) de aceea din teoria mulțimilor. Cert este că aceste substantive ascultă, toate, de o relație de tipul *element-mulțime*. Ele exprimă realități cuantificabile, discrete, subordonate unei logici a gloatelor (pentru a folosi un termen vechi, care subliniază eludarea deosebirilor dintre indivizi, în abordările de tip ansamblist; în terminologia matematică românească este cunoscută sintagma *teoria gloatelor*, folosită la începutul secolului nostru pentru a se desemna ceea ce ulterior avea să se numească *teoria mulțimilor*). În legătură cu substantivele numărabile, folosim aprecieri ca *mulți, multe, puțini, puține, un, o, niște, unii, unele*.

De o altă natură sînt substantive ca *lapte, miere, unt, foc, aer, apă*, desemnînd diferite tipuri de substanță, diferite stări ale materiei sau substantive ca *ură, dragoste, modestie*, desemnînd diferite stări sufletești, sentimente, atitudini. Acestea nu comportă o formă de plural sau, dacă totuși o atare formă este obținută (uneori pe o cale oarecum forțată), este vorba de o schimbare de sens. Nimeni nu confundă pe *apă* ca tip de substanță cu *apă* din opoziția *apă-ape*. Substantivele de acest al doilea tip nu se asociază cu o referință de tip ansamblist. Uneori se spune că referința lor este cumulativă (suma părților care sînt *miere* este *miere*). Pentru astfel de substantive folosim aprecieri ca *mult, multă, puțin, puțină*. În lingvistică, aceste substantive se numesc uneori *nenumărabile* (aici accepțiunea depărtîndu-se considerabil de aceea din teoria mulțimilor, unde predicatul logic *nenumărabil* se referă tot la relația *element-mulțime*).

Care este modelul matematic al substantivelor de al doilea tip? Este evident că aceste substantive se asociază mai degrabă cu o reprezentare continuă decît cu una discretă, dar în ce sens trebuie să înțelegem aici distincția *discret-continuu*? Un răspuns inte-

resant la această întrebare a fost dat de logicianul polonez Stanislaw Lesniewski (1886—1939), care a elaborat, începînd din 1916, o teorie a relațiilor de tip *parte-întreg*, relații de altă natură decît cele de tip *element-mulțime*. Această teorie este cunoscută sub numele de *mereologie* (de la *meros*, care în limba greacă înseamnă *parte*); aparține lui Lesniewski și a trecut deja examenul unor aplicații relevante în biologie (J. H. Woodger, *The axiomatic method in biology*, Cambridge Univ. Press, 1937), în fonologie, în ceea ce privește problema trecerii de la continuul sonor acustic-fonetic la discretul sonor al fonologiei (Tadeusz Batog, *The axiomatic method in phonology*, Routledge & Kegan Paul, London, 1967) și în sintaxă (V. F. Rickey, *A survey of Lesniewski's logic*, Dept. of Mathematics, Bowling Green State Univ., Ohio, 1976).

La baza mereologiei se află functorul *pr* care înseamnă *parte proprie*: *a pr b* înseamnă că *a* este o parte proprie a lui *b*. Relația *pr* este tranzitivă (acest fapt o distinge de relația de apartenență din teoria mulțimilor, relație care, după cum se observă ușor, nu este tranzitivă) și antisimetrică (dacă *a pr b*, atunci nu putem avea *b pr a*). Dacă ne-am opri aici, atunci relația *pr* nu s-ar deosebi cu nimic de relația de incluziune strictă din teoria mulțimilor; însă Lesniewski introduce o axiomă conform căreia numai obiectele individuale au părți. Mai urmează alte cîteva axiome care introduc „elementul" mereologic sub forma părții nu neapărat proprii și „clasa" mereologică (asociată întregului); două alte axiome specifică faptul că întregii mereologici sînt unici și că ei există dacă numele asociat este nevid. Sistemul lui Lesniewski a fost simplificat pînă la o singură axiomă (B. Sobocinski, *Studies in Lesniewski's mereology*, „Yearbook of the Polish Society of Arts and Sciences Abroad", 5, 1954,

p. 34—43 ; C. Lejewski, *A single axiom for the mereological notion of proper part*, „Notre Dame Journal of Formal Logic", 8, 1967, p. 279—285 ; P. J. Welsh, *Primitivity in mereology*, „Notre Dame Journal of Formal Logic", 19, 1978, p. 25—62 ; 355—385).

R. E. Clay (*Single axioms for atomistic and atomless mereology*, „Notre Dame Journal of Formal Logic", 16, 1975, p. 345—351) a dat un sens noțiunilor de *atom* și de *mereologie atomistică* ; acestea evocă, chiar prin denumirea lor, noțiunile de atom și de măsură atomică din teoria măsurii. O confruntare a acestora din urmă cu ideile lui Clay se impune. În raport cu o măsură m, un atom A se definește prin proprietatea de a fi de măsură strict pozitivă, astfel încît orice parte măsurabilă a lui A sau este de măsură nulă sau are aceeași măsură ca și A. Probabil așa trebuie să ne imaginăm și atomul lui Democrit ; ca o piatră care nu poate fi dislocată în pietre mai mici. O măsură este atomică dacă există în raport cu ea măcar un atom ; altfel, este neatomică. Despre o măsură neatomică se știe că are o proprietate de tip Darboux : pentru orice mulțime măsurabilă A și pentru orice număr a cuprins între zero și măsura lui A există o parte a lui A de măsură egală cu a. Există însă și măsuri atomice care au această proprietate de tip Darboux. Proprietatea lui Darboux a măsurilor atomice se află într-un anumit izomorfism cu proprietatea lui Darboux din teoria seriilor cu termeni pozitivi (seria de termen general $a_n > 0$ are proprietatea lui Darboux dacă pentru orice număr a cuprins între zero și suma seriei există o subserie a cărei sumă este egală cu a ; a se vedea articolul nostru *On the Darboux property for atomic measures and for series with positive*

terms, „Revue roumaine de mathématiques pures et appliquées", vol. 11, 1966, nr. 6, p. 641—646).

Mereologia ca generalizare a geometriei

Mereologia poate fi considerată drept partea cea mai generală a geometriei (G. Küng, *Lesniewski's systems*, in W. Marciszewski ed., *Dictionary of Logic*. M. Nijhoff Publishers, 1981, p. 168—177), așa cum se poate vedea la autori ca Alfred Tarski (*Les fondements de la géométrie des corps*, in „Logic, Semantics, Metamathematics" Clarendon, Oxford, 1956) și T. F. Sullivan (*Affine geometry having a solid as primitive*, „Notre Dame Journal of Formal Logic", 12, 1971, p. 1—61 ; *The name solid as primitive in projective geometry*, „Notre Dame Journal of Formal Logic", 13, 1972, p. 95—97 ; *The geometry of solids in Hilbert spaces*, „Notre Dame Journal of Formal Logic". 14, 1973, p. 573-580 ; *Tarski's definition of point in Banach spaces*, „Journal of Geometry", 3, 1973, p. 179—189) care au folosit mereologia pentru fundamentarea teoriei corpurilor solide.

Această includere a geometriei într-o viziune mereologică, deci de tipul relațiilor *parte-întreg*, viziune atît de diferită de aceea a relațiilor *element-mulțime*, poate fi corelată cu concepția lui René Thom, după care geometria elementară oferă, mai mult decît alte discipline matematice școlare, posibilitatea de a forma gîndirea elevilor, de a le stimula inițiativa și imaginația. René Thom invocă natura rutinară a celor mai multe probleme de algebră și trigonometrie propuse în manualele școlare, probleme care revin de obicei la manipulări de formule pe care elevii le preiau fără a le cunoaște proveniența. Geometria sintetică intuitivă (atît cea plană cît și cea în spațiu) ne pune, cu aproape fiecare

problemă, în fața unei situații care pretinde o veritabilă căutare, un act de imaginație, o idee cum ar fi aceea de a recurge la o anumită construcție auxiliară. În rezolvarea unei probleme de geometrie există mai totdeauna o tatonare, un șir de încercări eșuate, urmate uneori de o încercare reușită.

Nu vom discuta aici, sub toate aspectele ei, concepția lui René Thom privind matematica școlară. O vom face într-o altă parte a acestei cărți. Vom reține numai legătura ei cu problema discretului și continuului, care ne preocupă acum. În primul rînd, geometria stimulează capacitatea de observare a universului înconjurător sub aspectul său cel mai pregnant, care este cel vizual. Se spune chiar că geometria presupune capacitatea de a vedea în spațiu, fără de care ne-am orienta mai greu în imaginarea acelor construcții auxiliare adecvate care intervin în rezolvarea unei probleme de geometrie. Am putea spune deci că prin locul important pe care-l acordă intuitivului și, în particular, vizualului, geometria solicită într-o măsură mai mare decît algebra contribuția emisferei cerebrale drepte. Dar acest fapt se află în directă legătură cu percepția relațiilor parte-întreg, care prevalează în geometrie față de percepția relațiilor element-mulțime. Cu alte cuvinte, fără a nega posibilitatea de a considera un cilindru sau o piramidă ca o mulțime de puncte avînd drept submulțime un con, respectiv un trunchi de piramidă, nu aceste relații de tip ansamblist și analitic sînt cele care ne ghidează în intuițiile și inițiativele noastre, în tentativa de a rezolva o problemă de geometrie, ci cele de tip mereologic, holistic. Atribuindu-i lui René Thom acest mod de a vedea, ne bazăm și pe o altă idee a sa, asupra căreia a insistat în numeroase ocazii. În contrast cu mulți autori care consideră că modelele discrete au o capacitate explicativă superioară celor continue, René Thom pledează pentru superioritatea

modelelor continue, condiționînd succesul modelelor matematice în discipline ca biologia sau lingvistica de utilizarea matematicii continuc. În această idee a sa se află, în bună măsură, legitimarea folosirii topologiei diferențiale în științele vieții și în cele social-umaniste. Teoria catastrofelor se încadrează tocmai în această ordine de idei, în care intuiția fizică are un rol hotărîtor, conceptele de bază fiind cele întîlnite în mecanica clasică : varietăți diferențiabile, cîmpuri de vectori, sisteme dinamice. Spațiul-timp cu patru dimensiuni este direct implicat.

Pentru a înțelege însemnătatea și noutatea punctului de vedere al lui René Thom trebuie să amintim faptul că în lingvistică și, în bună măsură după exemplul ei, în celelalte discipline umaniste și sociale au fost folosite aproape exclusiv modele discrete. Așezarea disciplinelor social-umaniste în raza de acțiune a modelelor discrete nu a fost numai o chestiune de comoditate, ci și una de principiu. L-am menționat, în această privință, pe Ferdinand de Saussure, după care știința începe prin desprinderea de continuul perceptiv și intuitiv și tranziția spre discret. Tendința de a baza explorarea unei discipline pe o reprezentare sub formă de limbaj nu face decît să dezvolte mai departe ideea lui F. de Saussure. Intră aici studiul eredității ca limbaj în care acizii nucleici sînt cuvinte pe alfabetul celor patru tipuri de nucleotizi. Tot aici intră studiul acțiunilor umane ca secvențe finite pe un anumit alfabet de acțiuni elementare (Maria Nowakowska, *Language of motivation and language of actions*, Mouton, Haga, 1973). Exemplele pot continua indefinit (a se vedea articolul nostru *Learning, as a generative process*, „Revue roumaine de linguistique — Cahiers de linguistique théorique et appliquée", vol. 16, 1979, nr. 2, p. 117—130). În toate aceste cazuri se pleacă de la ipoteza posibilității de a cuantifica anumite acțiuni, fe-

nomene, procese, cu ajutorul unui alfabet. În acest fel se instaurează nu numai o viziune ansamblistă ci și, în cadrul acestei viziuni ansambliste, a unei reprezentări liniare, secvențiale, care condiționează orice structură de limbaj. Față de o atare viziune, reprezentarea întreg-parte este de cu totul altă natură.

Putem deci spune că distincția intuitivă cuantificabil-necuantificabil, așa cum se reflectă ea în mereologia lui Lesniewski, opune relația întreg-parte *tuturor* relațiilor de tip ansamblist. În acest fel, pînă și mulțimea numerelor reale, prin simplul fapt că are statut de mulțime alcătuită din elemente legate de mulțime prin relația de apartenență, se situează în zona cuantificabilului, deci într-un anume sens a discretului.

Întorcîndu-ne acum la discuția despre geometrie, putem înțelege scrupulele unor autori la care nevoia de rigoare se asociază cu viziunea ansamblistă. Faptul acesta se reflectă și în terminologie. Cazurile de egalitate a triunghiurilor devin cazurile de congruență a triunghiurilor, deoarece triunghiurile sînt asimilate cu mulțimi de puncte, iar egalitatea a două mulțimi înseamnă faptul că ele conțin exact aceleași elemente. Fără a nega avantajele unor disocieri de acest fel, rămîne totuși de văzut dacă ele compensează minusul de intuitivitate pe care-l înregistrează geometria plasată într-o atare perspectivă.

Discretul științific și continuul poetic

Continuînd și dezvoltînd ideile lui Pius Servien, am argumentat în *Poetica matematică* faptul că semnificația științifică este discretă iar semnificația poetică este continuă, în sensul că prima se prezintă ca un șir de puncte răzlețe, iar a doua ca o linie neîntreruptă. O singură secvență poetică are mai multe semnificații (anume, o mulțime de puterea conti-

nuului de semnificații) decît toate secvențele științifice la un loc (mulțimea tuturor semnificațiilor științifice este numărabilă). Legitimarea acestor asertiuni se sprijină pe următoarea ipoteză formulată de Pius Servien *(Le langage des sciences,* „Actualités scientifiques et industrielles", Paris, 1938 ; o versiune românească a *Esteticii* lui Servien, care dezvoltă de asemenea ideile pe care le avem în vedere aici, a apărut la Editura Științifică în 1975). Limbajul științific (în forma sa ideală) este lipsit de omonimie, avînd în schimb o sinonimie infinită. Prin contrast, limbajul poetic (în forma sa supremă) este lipsit de sinonimie, fiind însă înzestrat cu o omonimie infinită. Să încercăm să explicăm despre ce este vorba.

În limbajul științific, prin intermediul componentei artificiale, căutăm să eliminăm orice ambiguitate, tinzînd deci către absența totală a omonimiei. Pe de altă parte, orice enunț științific poate fi reformulat într-o infinitate de feluri, fără a i se modifica semnificația. (De exemplu, o teoremă se poate enunța într-o infinitate de feluri, iar o demonstrație se bazează de multe ori pe diferite parafrazări ale ipotezelor sau ale concluziei. Adunarea și scăderea unui aceluiași termen, pentru a pune în evidență o anumită expresie, sau scrierea unei inegalități în care apare un modul sub forma a două inegalități fără modul sînt tocmai astfel de înlocuiri ale unui enunț cu un altul, echivalent cu primul). Rezultă astfel că, notînd cu S mulțimea semnificațiilor științifice și cu F mulțimea frazelor din limbajul științific, există o funcție f care aplică pe F pe S, deci care asociază fiecărei fraze x din F o semnificație unică $s(x)$ din S, fiecare element din S fiind corespondentul unui element din F. Cu alte cuvinte, există o corespondență bijectivă între S și o parte a lui F. Însă elementele din F sînt secvențe finite pe un același alfabet A, de asemenea finit, deci F este o mulțime numărabilă ; cu atît mai mult orice parte a lui F

este cel mult numărabilă. De aici rezultă că mulțimea S este numărabilă.

Ce se întîmplă în limbajul poetic ? Aici, fiecare frază este sesizată cu o semnificație care depinde de timp. Într-o situație-limită ideală putem accepta că la fiecare moment semnificația unei fraze poetice este un unicat, deci diferită de toate semnificațiile aceleiași fraze la diferite momente anterioare. Însă orice interval temporal (fie el finit sau infinit) conține o infinitate nenumărabilă (mai precis, de puterea continuului) de momente distincte. Rezultă astfel că o singură frază este sesizată, chiar numai de o singură persoană, cu un continuum de semnificații.

În *Poetica matematică* am arătat că această distincție de cardinalitate între limbajul științific și cel poetic (distincție care ia forma numărabil-continuu) se prelungește cu o distincție de natură topologică. Aceste cercetări au fost continuate de mai mulți cercetători ; am prezentat rezultatele lor în cartea *Din gîndirea matematică românească* (Editura Științifică și Enciclopedică, 1975, p. 194—206). Dintre ele, vom reține aici pe aceea efectuată de I. I. Revzin *(On the continuous nature of poetic semantics,* Poetics, vol. 10, 1974, p. 21—26). Punctul de plecare al lui Revzin îl constituie faptul că demonstrația de mai sus a naturii continue a semanticii poetice se sprijină nu pe structura internă a limbajului poetic, ci pe modul în care acest limbaj este sesizat. Cu alte cuvinte, natura continuă a semanticii poetice este de fapt un atribut al *lecturii* limbajului poetic. Revzin și-a pus problema dacă nu se poate identifica acest atribut al continuității ca o proprietate imanentă (nu derivată) a semanticii poetice, independent de relația textului cu cititorul. Să nu pierdem din vedere faptul că în demonstrația de mai sus continuitatea semanticii poetice a fost o consecință a continuității parametrului *timp.*

Însă nenumărabilitatea mulțimii de semnificații poetice poate fi explicată pornind de la structura internă a discursului poetic. Să presupunem, într-adevăr, că elementele acestui discurs (de exemplu cuvintele sale) sînt reprezentate în raport cu un număr de n mărci semantice, care pot fi combinate în diferite moduri. Numărul combinațiilor posibile cu aceste mărci este, după cum se știe, egal cu 2 la puterea a n-a. Rezultă că aceeași putere a lui 2 constituie numărul semnificațiilor teoretice posibile ale discursului poetic considerat. Mărcile semantice sînt distribuite pe diferite niveluri de generalitate. Astfel, un prim nivel ar putea conține două mărci, *abstract* și *concret*, al doilea nivel ar conține patru mărci (*conceptual* și *neconceptual* ca varietăți ale lui *abstract* și *terestru* și *non-terestru* ca varietăți ale lui *concret*), un al treilea nivel ar putea conține opt mărci (printre care *senzorial*, *nesenzorial*, *animat*, *inanimat*), un al patrulea nivel ar avea $2^4 = 16$ mărci (printre care *uman*, *non-uman*, *uniregn*, *pluriregn*), al cincilea nivel ar avea $2^5 = 32$ mărci (printre care *vegetal* și *mineral*) etc. Numărul nivelurilor este practic nelimitat, deci mulțimea mărcilor semantice este infinită, dar numărabilă. Însă mulțimea părților unei mulțimi numărabile nu este numărabilă ; dacă admitem ipoteza continuului (care afirmă că cel mai mic număr cardinal nenumărabil este cel al continuului), rezultă că numărul cardinal al mulțimii de combinații posibile de mărci semantice este, într-un discurs poetic, de puterea continuului. Însă, datorită structurii conotative a discursului poetic, orice combinație posibilă de mărci semantice corespunde unei posibile semnificații a discursului poetic ; deci mulțimea acestor semnificații este continuă.

După cum vedem, continuitatea devine astfel o consecință a organizării interne a discursului poetic. Pornind de aici putem regăsi și structura topologică a limbajului poe-

tic (a se vedea p. 202—204 din cartea noastră *Din gîndirea matematică românească).*

Să observăm, împreună cu I. I. Revzin, că asocierea distincției *științific-poetic* cu distincția *discret-continuu* a fost intuită și postulată de matematicieni ca A. N. Kolmogorov (a se vedea cartea lui I. I. Revzin, *Strukturno tipologiceskie issledovanie,* Moscova, 1962, p. 296) și de poeți ca O. Mandelstam. Este însă clar faptul că, independent de calea folosită, atributul continuității se referă la o ipostază-limită ideală a limbajului poetic, la o ipoteză explicativă privind organizarea și funcționarea acestui limbaj și nu la o realizare efectivă a sa.

Matematica discretă o detronează pe cea continuă ?

În culegerea de eseuri editată de Lynn Arthur Steen, intitulată sugestiv *Matematica mîine (Mathematics Tomorrow,* Springer Verlag, New York, 1981) atrage atenția, în legătură cu problema discretului și continuului, care ne preocupă acum, articolul lui Anthony Ralston, profesor de informatică matematică la Universitatea de stat din Buffalo — New York, autor și editor al mai multor cărți de specialitate. Titlul partizan al eseului lui Ralston, *Declinul Calculului diferențial și integral, creșterea Matematicii discrete (The Decline of Calculus — The Rise of Discrete Mathematics,* p. 213—220 în culegerea menționată) ne provoacă la o replică.

Mai întîi, observăm asimilarea Analizei matematice cu matematica continuă, eludîndu-se faptul că întreaga teorie a șirurilor și a seriilor, fundamentală în Analiză, este un capitol de matematică discretă. Ralston precizează că include în matematica discretă acele ramuri ale matematicii care se bazează în întregime sau în primul rînd pe obiecte discrete : Com-

binatorică, Teoria grafurilor, Algebra abstractă, Algebra liniară, Teoria numerelor și Probabilități discrete. Desigur, Ralston nu a intenționat să dea o listă exhaustivă a domeniilor matematicii discrete. Argumentul său principal, în favoarea matematicii discrete, este dezvoltarea tot mai mare a calculatoarelor electronice și, implicit, a acelei matematici care intervine, direct sau indirect, în elaborarea și analiza algoritmilor a căror implementare sînt programele de calculator. Din acest punct de vedere, într-adevăr, matematica cea mai importantă tinde să fie nu Calculul diferențial și integral care figurează în mod tradițional în programele de învățămînt ale multor institute de învățămînt superior, ci diferite domenii de matematică discretă.

Această ultimă constatare corespunde realității și își are o explicație istorică. Secolul al XIX-lea și secolul nostru au cunoscut o dezvoltare vertiginoasă a Analizei matematice, situație care l-a condus pe marele matematician John von Neumann (creatorul teoriei matematice a jocurilor și unul dintre pionierii construirii calculatoarelor electronice moderne) să constate, în 1951, că Analiza matematică este, dintre toate ramurile matematicii, cea mai elaborată din punct de vedere tehnic și cea care a repurtat cele mai mari succese. Consecințele acestei situații sînt încă vizibile în revistele internaționale de referate în domeniul matematicii, reviste care și acum se văd obligate să consacre mai multe pagini Analizei și ramurilor adiacente decît domeniilor discrete ale matematicii.

Este important să observăm că dezvoltarea calculului diferențial și integral, a teoriei ecuațiilor diferențiale și integrale, a teoriei funcțiilor de variabilă complexă și a analizei funcționale, toate ramuri ale Analizei, a fost în mare măsură stimulată de dezvoltarea fizicii, chimiei și ingineriilor energetice care au dominat dezvoltarea științei și tehnicii în secolele

anterioare. Această situație a creat o puternică tradiție a învățămîntului de Analiză matematică în universități și politehnici, în institute de învățămînt superior în general. Aceasta era situația în momentul în care, în urmă cu cîteva decenii, au început să se dezvolte ingineriile informaționale (la baza cărora se află informatica, adică știința calculatoarelor, și teoria informației, inițiată de Claude Shannon). Învățămîntul, cu binecunoscuta-i inerție (un singur exemplu : analiza epsilon, inițiată de Cauchy în prima jumătate a secolului al 19-lea, a avut nevoie de peste o sută de ani pentru a putea pătrunde în programele matematice școlare și universitare) nu a fost capabil nicăieri în lume să reacționeze cu promptitudine la noua situație. Dar orice întîrziere în această privință este profund dăunătoare. Tocmai acesta este avertismentul principal pe care ni-l adresează Anthony Ralston ; el ne atrage atenția că apariția și dezvoltarea calculatoarelor digitale nu este un eveniment științific oarecare, ci probabil cel mai important eveniment în domeniul științei și tehnologiei, de la apariția tiparului.

Consecințele sociale ale acestui eveniment sînt atît de mari, încît este o iluzie să credem că învățămîntul își poate permite mult timp să nu înregistreze, cu amploarea corespunzătoare, mutația care s-a produs. Ingineriile informaționale au devenit acum la fel de importante (după unii, mai importante) ca și ingineriile energetice și, spre deosebire de acestea din urmă, care se sprijineau exclusiv pe științele naturii, se bazează atît pe științele naturii cît și pe unele discipline social-umaniste ca lingvistica și semiotica (am dezvoltat acest aspect în articolul *A primordial domain of the revolution in science and technology : The humanistic engineering*, în volumul colectiv *The revolution in science and technology and contemporary social development*, Editura Academiei R.S.R., 1974, p. 207—219). Ralston invocă

pe Wallace Givens (1966): „Există un fapt simplu și fundamental privind calculatoarele, un fapt care, în deceniile și secolele următoare, va afecta profund nu atît ceea ce matematica a acumulat, cît ceea ce este considerat important în matematică. Acest fapt este finitudinea".

Din acest citat și din ansamblul exemplelor date, înțelegem că Ralston are tendința de a asimila discretul cu finitul, estompînd întinsele zone ale discretului nefinit. Adevărul este că nici finitul nu este, în *toate accepțiunile,* discret; astfel, o mulțime finită A înzestrată cu topologia în care A și partea vidă sînt singurele mulțimi deschise, nu conține nici un punct izolat. Excluzînd însă o atare situație artificială, finitul este forma cea mai manifestă, mai pregnantă, a discretului, dar în același timp discretul nefinit (de exemplu, sub forma șirurilor infinite) este forma cea mai profundă a sa.

Ralston recunoaște că Analiza matematică va continua să se dezvolte și să repurteze multe succese, provocată fiind numai poziția ei dominatoare în matematică și în aplicațiile ei. Matematica discretă detronează Analiza, pare să fie ideea sa principală. Vom continua să ne ocupăm de ea în paragraful următor.

Discretul algoritmic, după D. E. Knuth

Este răspîndit obiceiul de a pune titluri șocante pentru a obține un efect de ordin retoric. Așa a procedat și A. Ralston cînd a ales pentru articolul său (la care ne-am referit anterior) un titlu despre *declinul calculului diferențial și integral.* De fapt, în articol el afirmă chiar contrariul, cînd accentuează că întreaga Analiză matematică clasică va continua să se bucure de mult succes. Dar, pretinde Ralston, succesul matematicii discrete va fi, în următoarele decenii, mai mare decît cel al ma-

tematicii continue ; poziția dominantă pe care aceasta din urmă a avut-o în matematică și în aplicațiile ei va înceta, pe locul întîi al atenției trecînd matematica discretă.

Desigur, în dezvoltarea unei științe diferitele ei compartimente se dezvoltă inegal. De exemplu, despre secolul al XIX-lea s-a afirmat uneori că a fost, pentru Analiza matematică, secolul teoriei funcțiilor de o variabilă complexă. Este cert, de asemenea, că apariția și dezvoltarea calculatoarelor constituie un extraordinar stimulent al dezvoltării, în secolul nostru, a matematicilor discrete. (Continuul este, într-o abordare rațională, o stare-limită a discretului, deci are o existență doar potențială, virtuală, care contrastează cu natura efectivă și constructivă a proceselor la care se referă un program de calculator). Însă de aici pînă la a elabora și reelabora mereu ierarhii ale diferitelor compartimente ale unei științe este o cale lungă. Aceste ierarhii au fost mereu contrazise și răsturnate. Cu atît mai mult este oțioasă încercarea de a departaja după importanță discretul și continuul, entități care nu pot fi concepute decît împreună, într-o tensiune antinomică. Să luăm una dintre noțiunile cele mai tipice pentru matematica continuă, noțiunea de integrală, pe care o învață azi elevii ultimei clase de liceu. Ce este de fapt o funcție integrabilă ? La ce altceva revine această proprietate decît la un anumit comportament al unor sume finite asociate funcției considerate ? Invers, cît de profund am putea pătrunde în studiul matematicii discrete dacă ne-am refuza posibilitatea de a ne prevala de diferite procese de trecere la limită ? Cum ar fi arătat studiul numerelor prime fără sprijinul Analizei ? Cum am putea înțelege numărul rațional fără ipostaza sa de număr real și cum l-am putea înțelege pe acesta din urmă fără aproximările sale raționale ?

Dincolo de aceste argumente care vizează modul organic în care reprezentarea discretă

și cea continuă sînt inculcate percepției umane a realității, numeroase alte argumente sprijină aceeași idee a echilibrului dintre discret și continuu. Ambele tipuri de matematică sînt în atenția unui număr imens de cercetători ; în multe cazuri, un același articol aparține în mod egal topologiei și algebrei, analizei și combinatoricii.

Însă, de fapt, obiectul principal al articolului lui Ralston este altul. El constată că, așa cum am observat în paragraful anterior, învățămîntul matematic nu a înregistrat încă mutația produsă de calculator și nu acordă matematicii discrete (cerute de informatica matematică) suficientă atenție, nu o așează încă în programele de învățămînt, pe un loc la fel de important ca cel ocupat de Analiză. În mod explicit, Ralston are în vedere în primul rînd studiul procedeelor cu caracter algoritmic. Prin aceasta, Ralston surprinde o anomalie pe care n-avem voie s-o subestimăm. Este adevărat că el are în vedere programele de învățămînt din Statele Unite ale Americii, dar anomalia este generală. Gîndirea algoritmică este, fără îndoială, o parte esențială a matematicii discrete, care-și face loc tot mai mult în toate domeniile de activitate (a se vedea și lucrarea noastră *Gîndirea algoritmică*, Editura Tehnică, 1981). Dar în ce constă specificul acestei gîndiri în raport cu gîndirea matematică în general ? Un experiment interesant a fost efectuat, în acest sens, de Donald E. Knuth, unul dintre cei mai importanți cercetători în informatica matematică (a se vedea articolul său *Algorithms in Modern Mathematics and Computer Science* în volumul colectiv cu același titlu editat de A. P. Ershov și D. E. Knuth în seria „Lecture Notes in Computer Science", nr. 122, Springer Verlag, Berlin, 1981, p. 82—99). Knuth a ales 9 cărți importante de matematică dintre cele mai variate (autorii lor : Thomas, Lavrentiev, Kelley, Euler, Zariski,

Kleene, Knuth, Polya, Bishop) și a analizat ce anume se întîmplă la pagina 100 a fiecăreia dintre aceste cărți. Rezultatele au fost înregistrate în raport cu următoarele aspecte: manipulări de formule, reprezentări ale realității, comportament al valorilor unei funcții, reducerea la unele probleme mai simple, studiul unei forme de infinitate, generalizare, raționament abstract, structuri ale unor informații, algoritmi. Considerînd un tablou în care fiecărei linii îi asociem (în ordinea indicată) pe unul dintre cei 9 autori specificați și fiecărei coloane cîte unul dintre aspectele specificate (în ordinea indicată), Knuth a notat cu xx prezența masivă a unui aspect și cu x prezența sa moderată.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	××	××	××						
2	××		×		××				
3	×					××	××		
4	××		××	×		××			×
5	×			×	××	×	××	××	
6	×					××	××		×
7	××	×		×					
8	××		××	××	××				
9	××		××	××		×	××	××	×
10	×	××		××			××	××	××

Linia a zecea a tabloului este consacrată gîndirii algoritmice. Knuth observă că din cele 9 cărți considerate sînt absente două tipuri de gîndire esențială în informatică (poate, deci, că ele dau diferența specifică dintre informatică și matematică): *gîndirea complexității unei operații* (matematica lui Bishop e constructivă, dar nu conține toate ingredientele unui algoritm, deoarece ignoră „costul" construcțiilor sale) și *ideea de operație de atribuire (assignment operation)*: =, care schimbă

valorile cantităților (cu alte cuvinte, lipsește noțiunea dinamică de *stare* a unui proces : Cum am ajuns aici ? Ce se întîmplă acum ? Ce urmează să se întîmple ?). Structurile de date, atît de importante în informatică, implică esențial capacitatea de a raționa asupra stărilor unui proces, fără de care nu putem înțelege nici interacțiunea unor procese diferite. Cel mai simplu exemplu de operație de atribuire este de tipul $n := n + 1$. Ea apare timid la Euler, dar, pretinde Knuth, J. von Neumann nu era încă în posesia acestei operații în primele sale scrieri privind programarea calculatoarelor.

Ofensiva discretului

Există azi în știință o ofensivă a discretului și a finitului, determinată în mare măsură de dezvoltarea calculatoarelor electronice. În fața acestei ofensive, matematica a fost surprinsă numai pe jumătate pregătită. Așa se face că în multe țări departamentele de matematică n-au reușit să ofere o primire corespunzătoare noului venit. Rezultatul ? Crearea unor departamente de informatică separate de cele de matematică. Desigur, această separare are și alte cauze, pe care nu le discutăm aici. Multe inițiative privind intensificarea preocupărilor de matematică discretă vin din partea informaticienilor. Pentru a avea o imagine a acestui fenomen, este suficient să ne referim la numeroasele periodice dedicate matematicii discrete, care au început să apară în ultimii 15 ani. Revista „Discrete Mathematics" cuprinde toate domeniile teoretice ale matematicii discrete : Combinatorică, Teoria grafurilor, Teoria rețelelor, Teoria codurilor, Teoria laticelor, Teoria mulțimilor ordonate, Geometrie combinatorie, Teoria matroizilor, Logica, Teoria automatelor, Matrici, Poliedre, Probabilități discrete etc. Însă multe dintre dome-

niile matematicii discrete (cum ar fi Combinatorica, Teoria grafurilor, Logica etc.) își au revistele lor speciale. Revista „Discrete Applied Mathematics" este dedicată unor domenii aplicative ale matematicii discrete : Optimizarea discretă, Teoria utilității, Structuri preferențiale, Biologie matematică, Sociologie matematică, Chimie matematică, Teoria jocurilor, Teoria orarelor etc. Numeroase reviste sînt dedicate Algebrei : „Journal of Algebra", „Journal of Pure and Applied Algebra", „Linear Algebra Applied", „Linear and Multilinear Algebra", „Algebra i Logika", „Comm-Algebra". Vin apoi revistele de teoria numerelor, cum ar fi „Acta Arithmetica".

O deosebită amploare au luat publicațiile născute direct din nevoile de matematică discretă ale informaticii. O serie specială, „Lecture Notes in Computer Science", este publicată de editura Springer, reviste ca „Fundamenta Informaticae", „Acta Informatica", „Communications of the Association for Comput. Mach.", „Journal of the Association for Comput. Mach.", „Computational Linguistics & Computer Languages", „Computing, Informations Processing Letter", „Theoretical Computer Science", „SIAM Journal of Comput.", „Networks", „RAIRO Informatique Théorique", „Izd. Akad. Nauk SSSR Tehn. Kibernet.", „SIAM Journal of Discrete Methods", „Prague Bulletin of Mathematical Linguistics", „Prague Studies of Mathematical Linguistics", „Artificial Intelligence", „Pattern Recognition", „Machine Intelligence", „BIT", „IEEE Trans. Comput.", „Comput. Surveys", „RAIRO Inform.", „Journal of Algorithms", „International Journal of Man. Machine Stud.", „Kibernetika" (Kiev), „Information and Control", „Kybernetika" (Praga). De un mare interes este periodicul „Bulletin of the European Association for Theoretical Computer Science", imagine vie a activității febrile din Europa în informatica matematică. Iată rubricile acestui

periodic : Informații, Contribuții tehnice, Bibliografie, Reuniuni recente, Anunțuri de noi reuniuni, Calendarul evenimentelor, Recenzii de cărți, Probleme și soluții, Rezumate de teze de doctorat etc.

Calculatorul electronic, cu vitezele sale în continuă creștere, creează matematicii o perspectivă nouă, deoarece o serie de calcule care înainte nu puteau fi decît concepute, dar nu efectuate, devin astăzi posibile. Cel mai mare număr prim cunoscut înainte de apariția calculatoarelor era un număr de 39 de cifre : $p = 170.141.183.460.469.231.731.687.303.715.884.105.727$. Însă factorialul lui $p-2$ nu a fost evaluat de nici un calculator. Numai pentru a-l scrie ar fi nevoie de mai multă hîrtie decît în toate cărțile lumii. Între aceste limite, calculatorul permite totuși să se cunoască numere prime din ce în ce mai mari. Aici trebuie să ținem seamă și de faptul următor : caracterul prim sau neprim al unui număr nu este totdeauna efectiv, constructiv. Astfel, H. Steinhaus a semnalat că dacă se scade o unitate din puterea de exponent 257 a lui 2, atunci se obține un număr neprim de 78 de cifre ; dar divizorii acestui număr încă nu sînt cunoscuți (cel puțin aceasta era situația pînă prin 1978). Este lesne de înțeles că probleme de acest fel, numeroase în domenii ca teoria numerelor, teoria grupurilor finite, teoria grafurilor, profită tot mai mult de ajutorul calculatorului. Diferite ipoteze privind proprietăți care depind de numărul natural n pot fi testate pentru valori din ce în ce mai mari ale lui n, fie pentru a se mări plauzibilitatea lor, fie pentru a le infirma. În această privință, însă, trebuie manifestată multă prudență.

Milioanele de cazuri în care ipoteza lui Riemann a fost verificată cu ajutorul calculatorului nu au condus la validarea acestei ipoteze. Un alt exemplu : în 1914, J. E. Little-

wood a arătat că o anumită ecuație este verificată pentru toate numerele inferioare unei valori numite azi *constanta lui Littlewood*, dar există o infinitate de numere superioare acestei constante, pentru care ecuația nu mai este verificată ; numai că această constantă a lui Littlewood este mai mare decît puterea de exponent 100 a lui 10, putere care întrece numărul tuturor atomilor din universul vizibil. Cît timp va mai trebui să treacă pentru ca un rezultat de acest fel să poată fi obținut cu ajutorul calculatorului ? Un ultim exemplu din teoria numerelor se va referi la o conjectură datînd încă din antichitate : există o infinitate de perechi de numere prime gemene, adică de numere prime care diferă prin 2 (cum ar fi 17 și 19, sau 29 și 31 sau 41 și 43). Relativ recent, matematicianul chinez Jing-Run Chen a demonstrat că există o infinitate de perechi de numere consecutive impare p, $p + 2$, unde p este prim iar $p + 2$ are cel mult doi factori primi. Demonstrația lui Chen este foarte lungă și folosește mai tot ce se știe mai important în teoria numerelor. Dacă însă ipoteza privind infinitatea mulțimii de numere prime gemene este falsă, atunci calculatorul oferă o șansă de producere a contraexemplului mult așteptat.

Discret, continuu și iar discret

Deosebit de spectaculoasă este influența calculatorului asupra Analizei matematice. Analiza numerică a intrat astfel într-o nouă etapă, în care calculul aproximativ se plasează în centrul atenției. Într-adevăr, aproximarea continuului prin discret, a discretului prin finit devine din ce în ce mai eficace, prin creșterea considerabilă a capacităților de calcul. În locul tradiționalelor formule analitice în rezolvarea ecuațiilor diferențiale sau integrale, în

locul evaluării integralelor cu ajutorul funcțiilor primitive, atenția se îndreaptă tot mai mult spre ecuațiile cu diferențe ca aproximare a unor ecuații diferențiale, spre sume finite ca aproximații ale unor integrale. Prevalarea aspectului numeric a determinat o abordare directă, care nu mai trece prin arsenalul așa-numitelor funcții speciale, atît de importante în tradiția fizicii matematice. Apar astfel domenii noi, cum ar fi Metoda elementului finit, folosită mult în inginerie, de exemplu în construcțiile de clădiri, poduri sau baraje. În locul problemelor la limită, în spiritul tradițional al Analizei matematice, inginerii preferă tot mai mult metodele directe de minimizare sau rezolvare aproximativă, prin interpolare, a ecuațiilor diferențiale. În ansamblu, putem spune că dezvoltarea calculatoarelor digitale a modificat profund însuși modul de formulare (și cu atît mai mult de soluționare) a problemelor matematice care apar în inginerie.

Dar nu cumva ne învîrtim într-un cerc vicios ? După ce am definit derivata pornind de la diferențe și integrala pornind de la sume, acum facem calea întoarsă de la derivate la diferențe și de la integrale la sume. Am definit continuul ca limită a discretului și acum punem problema discretizării continuului. Cu alte cuvinte, drumul de la discret la discret trece prin... continuu. Nu este aceasta o complicare inutilă a lucrurilor ? Nu, nu este. Modelarea prin funcții continue a unor fenomene discrete foarte complicate este în primul rînd o necesitate conceptual teoretică. Viteza la un anumit moment nu e doar calculată, ci și definită prin derivată, tot așa cum integrala ne învață să dăm un sens noțiunii de arie a unui domeniu de un anume tip. Expresiile finite prin care discretizăm o derivată sau o integrală sînt incomparabil mai simple decît fenomenele discrete care au fost modelate cu ajutorul derivatei sau integralei. În principiu,

am putea, desigur, să modelăm fenomenele discrete cu aparatul matematicilor discrete, dar calculele implicate de o atare modelare ar fi atît de complicate, încît nu am putea să le facem față nici cu cele mai puternice calculatoare actualmente disponibile. Ce se va întîmpla însă în viitor, cu marile perspective deschise de microprocesoare? Anthony Ralston este de părere că nu putem încă anticipa data la care se va putea stabili o conexiune *directă* între realitatea fizică și practica de calcul. Nu este însă exclus ca între discretul realității și cel rezultat din aproximarea discretă a modelelor continue ale acestei realități să se mențină mereu un decalaj în favoarea celui din urmă, un decalaj care să justifice mereu importanța conceptual-teoretică, gnoseologică și practică a matematicii continue.

Unul dintre fenomenele cele mai importante legate de dezvoltarea matematicii discrete este faptul că de la calculul numeric s-a trecut la calculul simbolic. Era aceasta o consecință inevitabilă a progreselor logicii matematice (a se vedea rezultatele lui A. M. Turing privind noțiunea generală de calcul; mai multe detalii în lucrarea noastră *Gîndirea algoritmică*, Editura Tehnică, 1982) și informaticii. Prin această metamorfoză, obiectele supuse calculului nu mai sînt deci obligatoriu numere, ci entități de cea mai variată natură. Noțiunea de algoritm din logica matematică modernă conferă calculului o generalitate și o rigoare care-l impregnează de idee. Crearea unui algoritm pentru un anumit proces presupune pătrunderea în toate articulațiile acestuia, procedarea la o adevărată analiză moleculară a sa. Pentru a fi algoritmizat, un proces trebuie înțeles în modul său intim de funcționare. Acest moment creator care conduce la nașterea unui algoritm contrastează cu momentul utilizării algoritmului; are loc transferul de la idee la

rutină. Este răsplata pe care omul o primește pentru faptul de a fi creat un algoritm.

Gîndirea capătă un răgaz care o eliberează de servituțile unor activități intelectuale inferioare, pentru a se putea dedica altor probleme, de exemplu creării altor algoritmi. La vechea deviză a lui Dirichlet: *Să înlocuim calculul prin idei,* se adaugă o deviză nouă: *Să transformăm ideile în calcul.* Faptul că etapa de maturitate a unei discipline este calculul a fost de mult observat; dar atîta vreme cît calculul se limita la numere, raza de acțiune a acestui fenomen era limitată. Acum se poate spune că, în principiu, nici un domeniu nu mai rămîne în afara calculului. Simptomatică pentru noua situație este publicarea, începînd cu anul 1985, a revistei internaționale „Journal of Symbolic Computation" (la editura Academic Press), un adevărat forum al cercetărilor privind tratarea algoritmică a tuturor tipurilor de obiecte simbolice: obiecte în limbaje formale (termeni, formule, programe), obiecte algebrice (numere, polinoame, clase de resturi), obiecte geometrice etc. Zone vaste dintre cele mai variate, de la algebra calculatorie la demonstrarea automată a teoremelor, de la programarea automată la geometria algoritmică, de la fizică și chimie la inteligența artificială și teoria sistemelor, de la teoria numerelor și robotică la biologia celulară și moleculară, de la teoria codurilor la criptografie, de la psihologie și sociologie la muzică și arte vizuale au intrat în raza de acțiune a calculului simbolic.

Un exemplu deosebit de profund privind capacitatea explicativă a continuului în raport cu discretul (și chiar cu finitul) vine din Analiza nonstandard (despre care am discutat în *Paradoxul,* Editura Albatros, 1984, p. 50—53). Într-o economie de schimb, voința participanților de a vinde și cumpăra la prețuri competitive are un efect neglijabil asupra prețurilor

care se stabilesc pe piață. Acest fapt intuit de mult nu a putut fi stabilit în mod riguros și explicat în mod profund decît prin considerarea cazului în care numărul participanților tinde la infinit, iar mulțimea participanților este „scufundată" în continuul nestandard obținut ca prelungire a continuului real. În acest univers nestandard, se constată că efectul neglijabil despre care am vorbit mai sus trebuie înțeles în sensul că el este un infinit mic în accepțiunea riguroasă pe care o capătă această idee în Analiza nonstandard.

FILOSOFIA PROVOACĂ ȘTIINȚA

„Neutralitatea etică" a științei

Una dintre provocările cele mai îndrăznețe la adresa științei în general, a matematicii în particular, a venit din partea lui George Steiner *(Language and Silence,* Atheneum, New York, 1967 ; versiunea franceză la Editions du Seuil, Paris, 1969), autor cunoscut la noi mai cu seamă prin cartea *După Babel* (Editura Univers, București, 1983). Steiner pretinde că, deși au o putere inepuizabilă de fascinație, prin frumusețea lor de netăgăduit, științele naturii și matematica nu prezintă decît rareori un interes fundamental, deoarece contribuie foarte puțin la cunoașterea și stăpînirea capacităților și limitelor umane. Pentru a pune punctul pe *i* și a nu lăsa loc nici unei ambiguități, Steiner se exprimă într-o manieră directă, recurgînd la cîteva comparații deosebit de frapante (p. 19 ediția franceză, la care ne referim în tot ceea ce urmează) : „Există, fără îndoială, o viziune mai profundă și mai precisă a omului în operele lui Homer, Shakespeare și Dostoevski decît în statistici și în descrierile neurologiei. În genetică nu s-a descoperit încă ceva care să contrazică sau să depășească ceea ce Proust știa despre fatalitate și despre ereditate" ; iar după ce îl pune în contrast pe Othello cu... demonstrațiile sau proiectele fizicii, afirmă : „Nici o evaluare sociometrică a ambiției sau

manevrelor politice nu se poate compara cu ceea ce găsim, în această privinţă, la Stendhal". Steiner pretinde că ştiinţa a obţinut victoriile sale strălucite datorită prestigiului rezultînd din obiectivitatea şi neutralitatea ei etică ; dar tocmai această neimplicare în uman ar exclude cunoştinţele ştiinţifice din domeniul adevăratei cunoaşteri.

Acest mod de a vedea ar putea fi pus în legătură cu punctul de vedere al lui Marx, după care romanele lui Balzac oferă o imagine mai profundă şi mai bogată asupra relaţiilor de producţie din societatea capitalistă a timpului respectiv decît toate exegezele efectuate de economişti.

Cum să interpretăm poziţia lui Steiner ? Poate că cheia se află în acea „neutralitate etică" a ştiinţei, la care el se referă. Numai că aici se face o confuzie, de altfel foarte frecventă, între natura procesului de cercetare ştiinţifică şi relaţia omului de ştiinţă cu societatea. În efortul său de înţelegere a mecanismelor eredităţii, la nivel molecular, biologul trebuie să suspende acţiunea oricărui factor irelevant în problema care-l preocupă, după cum şi matematicianul se vede obligat la o atitudine similară, în efortul său de validare a unei anumite teoreme. Demersul ştiinţei se bazează în mod esenţial pe această capacitate de separare a unor aspecte considerate relevante de altele, străine de problema avută în vedere. Această suspendare a legăturilor cu restul lumii este însă numai provizorie, temporară şi priveşte exclusiv problema care se află în examinare. Faptul că o atare atitudine ar putea contamina, într-o anumită măsură, ansamblul personalităţii unui om de ştiinţă nu poate fi negat. Primejdia este reală şi ea a generat faimoasa metaforă a turnului de fildeş, simbolizînd izolarea de viaţa socială. Cercetarea ştiinţifică este o activitate acaparatoare, care invadează şi subconştientul şi care nu cruţă nici momentele de răgaz ale sa-

vantului. Omul de știință are uneori impresia că devine manipulat de propria sa curiozitate științifică, de propria sa pasiune pentru adevăr. Cercetarea nu se face de la ora cutare la ora cutare, în anumite zile da, în altele nu. Tocmai această situație a generat imaginea omului de știință distrat, ignorant și naiv în cele ale vieții, imagine care se regăsește în atîtea anecdote. Dar tocmai prin această subordonare față de un țel superior omul de știință este condus aproape în mod reflex spre o atitudine superioară, spre o corectă intuiție a justiției sociale și un respect profund față de tot ceea ce constituie o manifestare a valorii, fie ea științifică, artistică sau etică. Cu excepțiile inerente oricărui fenomen social de amploare, oamenii de știință au exprimat, de-a lungul istoriei, interesele superioare ale societății în care au trăit.

Nu este mai puțin adevărat că mecanismele complicate ale relațiilor dintre știință și putere pot conduce la manipularea descoperirilor științifice în direcții nedorite de către autorii lor. Energia nucleară, ingineria genetică și calculatoarele electronice sînt trei astfel de primejdii asupra cărora se îndreaptă numeroase avertismente. Una dintre consecințele progresului științific este creșterea capacității de distrugere. Dar nu știința trebuie abolită pentru aceasta, așa cum ar fi absurd să renunțăm la mijloacele rapide de transport din cauza numeroaselor accidente care se produc. Este adevărat că acum, pentru prima oară în istoria ei, omenirea dispune de capacitatea tehnică de a se autodistruge. Pentru prima oară în istorie ne vedem siliți să vorbim despre o posibilă sinucidere planetară. Unii acuză pentru aceasta știința și tehnica, pentru faptul de a fi pus la dispoziția omenirii mijloacele materiale necesare acestei sinucideri. Dar progresul tehnico-științific este oricum necesar pentru a depăși situația actuală în care nevoile umane cresc în progresie geometrică, dar satisfacerea lor

nu creşte decît în progresie aritmetică ; fără reducerea acestui decalaj, tot la o sinucidere planetară (e drept, mai lentă) ajungem.

Dar cu aceasta nu am discutat decît unul dintre aspectele argumentării lui Steiner. Trecînd la o altă afirmaţie a sa, după care ştiinţele naturii şi matematica nu aduc o contribuţie substanţială la cunoaşterea capacităţilor şi limitelor umane, trebuie să mărturisim că starea de perplexitate pe care ea ne-a produs-o ne-a determinat la o anumită prudenţă, pentru a ne asigura că nu este vorba de o neînţelegere. La această problemă ne vom referi în paragraful următor.

Inteligenţele specializate

Minimalizînd contribuţia ştiinţelor naturii şi a matematicii la cunoaşterea şi stăpînirea capacităţilor şi limitelor umane şi considerînd că rezultatele (recompensate cu mai multe premii Nobel) pe care genetica le-a obţinut în ultimele decenii în ceea ce priveşte înţelegerea mecanismelor eredităţii nu depăşesc cu nimic (şi nici nu contrazic) ceea ce Marcel Proust ştia despre fatalitate şi despre ereditate, George Steiner ilustrează un proces de o deosebită amploare, care se constituie într-una din componentele principale a ceea ce s-ar putea numi criza societăţii informaţionale actuale. Să încercăm să explicăm despre ce este vorba.

Criza informaţională a societăţii contemporane ar putea fi rezumată cu ajutorul unui paradox pe care Universitatea Naţiunilor Unite l-a adoptat ca titlu al unuia dintre recentele sale proiecte internaţionale : *Information overload and information underuse* (Povară informaţională şi subutilizarea informaţiei). Cu alte cuvinte, lumea suferă de prea multă şi, în acelaşi timp, de prea puţină informaţie. Sperăm să avem prilejul unor discuţii mai ample asupra acestei probleme. Deocamdată vom reţine

următorul aspect. O anumită tipologie a informației rezultă din asimetria funcțională a celor două emisfere cerebrale. În timp ce emisfera stîngă controlează cu precădere fenomenele de natură secvențială (în primul rînd limbajul și logica), emisfera dreaptă excelează în realizarea activităților nesecvențiale, de concomitență, de percepție holistică nemijlocită a realității ; aici intră intuițiile și emoțiile, afectivitatea în general. În mod corespunzător, există deci informații preponderent secvențiale (cum sînt rezultatele științifice) și altele preponderent nesecvențiale (cum sînt cele furnizate de operele de artă). Sănătatea psihosomatică a individului uman este condiționată de echilibrul acestor două tipuri de activitate. O polaritate asemănătoare se manifestă între înțelegerea teoretică și cea empirică, prima fiind bazată pe mecanismele de natură generativă ale creierului, deci într-o măsură mai mare pe ceea ce aparține speciei umane, fondului ereditar, în timp ce a doua rezultă din ceea ce individul dobîndește în interacțiune cu mediul. Rezultă de aici două alte tipuri de informații : teoretice și empirice.

Desigur, cele patru tipuri de informație nu prea există în stare pură, ci apar în diferite proporții în orice informație autentică. La interferența informației teoretice cu cea secvențială se află informația analitico-sintetică atît de răspîndită în științele fundamentale de orientare matematizantă. Din combinarea informației secvențiale cu cea empirică rezultă informația experimentală, frecventă în științele experimentale și în inginerie. Din întîlnirea informației nesecvențiale cu cea empirică rezultă informația experiențială (relativă la experiențele naturale ale eului) care se află la baza științelor umaniste și sociale. În sfîrșit, colaborarea teoreticului cu nesecvențialul conduce la informația holistică, fără de care nu putem concepe arta.

Un lung proces de diferențiere a condus la asocierea fiecărui domeniu de activitate umană cu unul sau unele anume dintre tipurile de informație menționate mai sus. Învățămîntul a urmat și el o linie asemănătoare. Această tradiție a creat diferite tipuri de inteligențe specializate, un același om putînd excela în unele tipuri de înțelegere și putînd fi deficitar în altele. Unii oameni conștientizează situația lor în această privință ; Geo Bogza mărturisea, în rubrica sa din „România literară", că se îndoiește de judecățile sale, nu însă și de simțămintele sale. Fără s-o recunoască, George Steiner este și el orientat cu precădere spre activitățile controlate de emisfera cerebrală dreaptă. Portretul-robot, sub aspect informațional, al acestui tip de personalitate este dominat de faptul că în orizontul său de așteptare informația secvențială ocupă un loc derizoriu ; nu prea se simte nevoia ei, nu prea apare foamea de informație secvențială (altfel decît sub forma ei strict utilitară), o informație care de altfel se dovedește pentru unii de cele mai multe ori ininteligibilă. Puținul care totuși străbate această rezistență și se oferă atenției devine considerabil sărăcit, deformat, simplificat pînă la caricaturizare (a se vedea în ce se transformă pentru mulți teoria relativității, relațiile de incertitudine sau teorema lui Gödel), lipsit de sevă și de autenticitate, de acel context natural în care faptele pulsează de viață și se oferă în toată subtilitatea lor.

Acesta este terenul pe care apar reflecții ca cele ale lui Steiner, pentru care cea mai mare parte a informației secvențiale se constituie în zgomot.

Provocarea lui Steiner

Surprinzătoare este afirmația lui Steiner după care științele naturii și matematica n-au contribuit decît foarte puțin la cunoașterea

și stăpînirea limitelor umane. Surprinzătoare, deoarece contestă acestor discipline tocmai una dintre realizările care constituie titlul lor de glorie. Nu vom face imprudența de a încerca să demonstrăm că, dimpotrivă, domeniile umaniste au o contribuție modestă în această privință. Ar însemna să cădem exact în greșeala lui Steiner de încercare a unei ierarhizări acolo unde nu există nici o ierarhie, ci o articulare a unor funcțiuni eterogene, care au o nevoie organică una de alta.

Limitele umane nu sînt limite în sine, ci o expresie a interacțiunii dintre om și lume. Pare un truism, dar cît este el de eludat, pus între paranteze ! A contribuit cu ceva fizica modernă la înțelegerea și stăpînirea limitelor percepției umane ? Aparent nu, deoarece umanul are alte legi decît materia inertă. Dar contextul umanului este dominat de fizic, de interacțiunea cu non-umanul. Specificul percepției umane rezultă din delimitarea ei față de infinitul mare dezvăluit de teoria relativității și de infinitul mic pus în evidență de fizica cuantică. Legile lumii cuantice sînt foarte diferite de cele care operează la scara umană, acestea din urmă fiind de asemenea diferite de cele ale cosmosului. Dar ceea ce se întîmplă la scară umană se află într-o continuă și profundă interacțiune cu ceea ce se întîmplă la nivel cuantic și la nivel cosmic. Mesajele care ne parvin în această privință sînt tot mai numeroase. Fără a cunoaște și controla această interacțiune, nu putem cunoaște și controla percepția umană a realității.

Nu este însă implicată aici numai fizica. Infinitul mic biologic și-a dezvăluit unele dintre secretele sale. Cunoaștem alfabetul eredității, știm că el are un caracter universal, nefiind deci specific omului. Cunoaștem „dicționarul eredității", știm de ce tip sînt transformările care determină configurația proteinelor, prin intermediul nucleotizilor, codonilor și

aminoacizilor, deci cunoaștem, în esență, mecanismul de stabilire a unui anume tip de metabolism. Cunoaștem mecanismul mutațiilor genetice. Progresele ulterioare ale geneticii au dus la constituirea ingineriei genetice, prin care putem nu numai controla, dar chiar manipula ereditatea. Această prea mare posibilitate de a controla ereditatea ridică probleme grave în fața umanității, deoarece comportă riscuri care nu pot fi eludate. Toate aceste informații de natură analitică și experimentală n-au cum să fie suplinite de reacțiile intuitiv-emoționale ale personajelor unui roman, după cum nici acestea din urmă nu pot fi suplinite de cele dintîi. Putem însă urmări relația dintre ele, lucru care, într-o anumită măsură, s-a și făcut.

În ceea ce privește rolul matematicii, este suficient să spunem că în toate domeniile menționate mai sus, fizica relativistă, fizica cuantică și genetica, aparatul teoretic necesar este foarte matematizat, deci indirect matematica modernă intervine esențial în înțelegerea și controlul limitelor umane.

Exemplele ar putea continua. Psihologia a pus în evidență limitele în care se situează diferite tipuri de senzații. Știm, de exemplu, cît de depărtate trebuie să fie două puncte în spațiu sau două momente în timp pentru ca ele să fie percepute ca distincte. Știm încă din secolul trecut că senzația este logaritmul excitației, deci că percepția umană domolește ritmurile naturii prin logaritmare. Lingvistica matematică a reușit să arate că libertatea în folosirea unei limbi naturale este limitată de anumite restricții invizibile direct, dar riguroase și inevitabile, cum ar fi legea statistică a lui Zipf-Mandelbrot, regula proiectivității sintactice sau relația dintre entropie și redundanță. Actul atît de banal al preferinței unei variante față de alte variante, într-o situație oarecare, se supune unei limite de natură globală privind imposibilitatea agregării într-un

sens intuitiv acceptabil a mai multor ierarhii rezultînd din preferințe diferite (teorema lui Arrow).

Putem spune deci că știința în general, știința modernă în special, au reușit, cu sprijinul puternic al matematicii, să ne dezvăluie o serie întreagă de restricții și limite ale organismului uman, ale percepției umane, ale comportamentului și limbajului uman ; putem în bună măsură controla aceste limite, uneori le putem chiar manipula. Nu este însă mai puțin adevărat că cele mai multe dintre aceste restricții nu se află sub observația directă a profanului ; ele sînt forme foarte ascunse de viclenie a naturii. Dificilă a fost nu numai identificarea lor, ci și exprimarea lor. De exemplu, legile lumii cuantice nu pot fi exprimate fără folosirea unei matematici foarte complicate. Multe dintre aceste restricții nu au un suport intuitiv, uneori se opun intuiției curente. Putem chiar spune că o bună parte din rezultatele matematicii moderne violentează intuiția comună. Toate aceste fapte sînt tot atîtea piedici, nu numai pentru un profan dar și pentru un intelectual antrenat cu precădere în percepții holistice intuitiv-emoționale și foarte stîngaci în urmărirea unui raționament mai lung, de natură silogistică, sau a unor observații bazate pe prea multe definiții și fapte experimentale.

De fapt, Steiner nu face decît să exprime în mod brutal o atitudine destul de frecventă în forme mai reținute. Dar replica noastră, puternic impregnată de „secvențial", riscă să nu se afle „pe aceeași lungime de undă" cu pledoaria sa atît de „nesecvențială".

Provocarea lui Noica

Modul în care Steiner opune științei literatura și arta își găsește un analog în modul în care Constantin Noica opune științei filo-

sofia. Să ne referim, de exemplu, la *Trei introduceri la devenirea întru ființă* (Editura Univers, 1984), unde primul capitol, „Certitudinile filosofiei față de incertitudinile științei" este o reluare a unui eseu al autorului din 1942. (Interesant acest an 1942, în care Dan Barbilian își ținea faimoasa lecție de deschidere privind axiomatica, urmată de replica lui Simion Stoilow, iar Grigore C. Moisil scria în Revista „V. Adamachi" despre perspectivele filosofiei axiomatice, în timp ce Petre Sergescu își ținea lecția de deschidere privind valoarea etică a științei). Reluarea neschimbată, după 42 de ani, a acestui eseu, raportat la tot ceea ce scrie azi despre știință marele nostru filosof (de exemplu, chiar în cartea menționată, în capitolul al treilea), arată că nu a intervenit nici o modificare esențială în viziunea sa privind relația știință-filosofie.

Ceea ce frapează în această viziune este în primul rînd chiar afirmarea unei opoziții tranșante între știință și filosofie, într-o perioadă în care granița dintre ele devine din ce în ce mai vagă. „Natura proprie" a filosofiei este opusă „naturii pur teoretice" a științei; „știința vrea cunoaștere obiectivă", în timp ce „fără o subiectivitate (...) filosofia e de neconceput"; „în știință e vorba despre lucruri chiar atunci cînd se vorbește despre om", în timp ce „în filosofie este vorba despre om, chiar atunci cînd se vorbește despre lucruri" etc. Totul în viziunea lui Noica, începînd chiar cu titlul eseului său aici în discuție, se radicalizează, știința și filosofia devenind stadii extreme opuse ale unui continuum despre care nu ni se spune nimic. Această radicalizare a opoziției dintre cei doi termeni poate fi observată, după părerea unor filosofi, și în plan diacronic; filosofia ar fi pierdut mereu teren în favoarea științei, primeia rămînîndu-i doar cîteva teritorii (problema ființei în primul rînd, după cum subliniază Noica). Totul s-ar petrece ca într-un joc de

sumă nulă (pentru a folosi terminologia teoriei matematice a jocurilor), în care partenerii — știința și filosofia — nu pot obține victorii decît una pe seama celeilalte.

Dincolo însă de această aparență (exemplul clasic pe care-l dau mulți este cel al psihologiei care, prin accentul tot mai mare pus pe experiment și pe metodă, s-ar fi transferat din filosofie în știință ; porniți pe această cale, nu ne mai putem opri, deoarece „filosofia exactă" a lui Mario Bunge arată că nici un colț al filosofiei nu se poate ascunde în fața asaltului analiticului), situația este mult mai complexă și mai difuză. Nu filosofia ca atare a pierdut teren, ci unii filosofi și oameni de știință care nu pot ține pasul cu progresele cunoașterii. Dacă știința secolului al XIX-lea putea fi urmărită în linii mari de către nespecialiști, măcar în semnificațiile ei fundamentale, știința secolului nostru creează profanului un puternic sentiment de frustrare. Unitățile de bază, în fizică și biologie, devin din ce în ce mai minuscule, mai ascunse privirilor noastre și chiar prelungirilor acestor priviri. Mai mult decît atît, logica prin care explicăm funcționarea acestor microuniversuri nu mai este aceea a vieții curente. În alte discipline, ca în lingvistică și în matematică, unitățile de bază devin din ce în ce mai abstracte. Totul pare sucit în aceste lumi pe care ni le dezvăluie cunoașterea contemporană. Ce felii anume din această cunoaștere primesc statut de știință și care dintre ele sînt incluse filosofiei, aceasta este în bună măsură o chestiune de convenție și nu merită să i se acorde un interes prea mare, deoarece ea a fost creată artificial de exacerbarea spiritului atomistic într-o evoluție care a dus la proliferarea unei puzderii de discipline capabile să spună tot mai mult despre tot mai puțin.

Mai este interesant și următorul fapt. Într-o viziune foarte răspîndită, distincția știință-artă se sprijină pe o distincție biologică, provenind din asimetria celor două emisfere cerebrale. Într-adevăr, obiceiul (pe cît de răspîndit, pe atît de simplificator) de a așeza știința sub semnul raționalului iar arta sub cel al emoționalului revine la o reprezentare a distincției știință-artă pe baza distincției dintre secvențialitatea controlată de emisfera cerebrală stîngă și nesecvențialitatea controlată de emisfera cerebrală dreaptă. Însă, de fapt, știința se prevalează tot mai mult de nesecvențial (intuitivul și holisticul sînt fundamentale în descoperirea științifică), iar arta se aliază tot mai mult cu secvențialul, artistul modern căutînd să conștientizeze regularitățile naturii și ale propriei sale creații.

În ceea ce privește distincția știință-filosofie, baza ei biologică este mai slabă, deoarece filosofia ca atare nu este localizată în nici un fel pe harta biologică a cunoașterii. Într-adevăr, pentru a ne referi la cîteva distincții despre care a fost vorba într-un paragraf anterior, vom observa (împreună cu R.S.Brumbaugh, *Metaphysical presuppositions and the study of time*, în „The Study of Time III", eds. J. T. Fraser, N. Lawrence, D. Park, Springer, 1978) că fiecare dintre cele patru zone fundamentale ale cunoașterii este populată cu filosofi dintre cei mai reprezentativi : Democrit și Descartes aparțin tipului analitic, Arhimede tipului experimental, Parmenide, Zenon și Platon tipului holistic iar Bergson și Hegel tipului experiențial.

Este filosofia științei filosofie?

Perspectiva pe care Noica o propune plasînd relația filosofie-știință într-un șir de opoziții binare poate fi acceptată ca un joc intelectual

de tipul celuia practicat de alți autori în ceea ce privește relația artă-știință. Este un mod de a alege un reper, un sistem de coordonate față de care un text acreditat inițial într-un anumit fel (științific sau filosofic) poate ocupa, la un examen mai atent, o poziție dintre cele mai neașteptate. Dar „axele de coordonate" puteau fi tot atît de bine numite nu Filosofie și Știință ci F și S sau X și Y. O atare interpretare nu pare a fi în spiritul gîndirii lui Noica. Este oare vorba de un portret-robot al filosofiei, pus față în față cu un portret-robot al științei ? Răspunsul nu poate fi afirmativ dacă avem în vedere filosofia și știința de azi. Noica exclude din filosofie întregul teritoriu pe care obișnuim să-l numim filosofia științei : „uneori cîte o știință vrea să se prelungească în filosofie („filosofie biologică", „filosofie a fizicii", „filosofie a medicinei" etc.), dar nu obține cu adevărat o filosofie, ci o enciclopedie a propriei sale discipline ; „enciclopedie" în sensul imediat etimologic al cuvîntului : se uită în jurul ei să învețe în ce orizont se află. Iar enciclopedia sau filosofia fizicii, a medicinei sau celelalte sînt tot atît de puțin „filosofie", pe cît sînt de puțin „psihologie", așa-numita psihologie a străzii sau a artistului". Am dat acest lung citat, deoarece el ne aduce, prin consecințele sale, în fața unor întrebări semnificative. În funcție de ce criterii putem aprecia dacă o anumită reflecție asupra fizicii este o prelungire a fizicii sau filosofie autentică ? Comparația cu psihologia străzii ar sugera că așa-zisa filosofie a științei ar avea un caracter ad-hoc, fiind un produs spontan al activității științifice. Suspectați de acest păcat vor fi desigur oamenii de știință, de exemplu Poincaré și Einstein, deoarece numai ei au ce anume prelungi. O mare parte din filosofia vechilor greci ar trebui privită cu suspiciune, deoarece autorii respectivi erau, de foarte multe ori, și

oameni de știință. Suspectă ar deveni, pentru motive similare, și filosofia unor Pascal, Descartes și Leibniz.

Practicată de oameni de știință, filosofia științei este o filosofie în cunoștință de cauză. Ea nu este totdeauna un produs spontan sau un produs derivat al gîndirii savantului, ci de multe ori rezultatul unei lungi meditații, aflate în centrul atenției sale. Prin ce are ea mai valoros, această filosofie nu-l pierde pe om, iar dacă-l suspendă (din necesități de metodă) pe unele porțiuni, îl recuperează ulterior. De exemplu, reflecția asupra timpului relativist și asupra timpului uman a condus, prin eforturi conjugate venind din fizică, matematică și psihologie (întreaga școală a lui Piaget) la constatarea că percepția umană a duratelor este guvernată de legi asemănătoare celor puse în evidență de teoria relativității pentru timpul fizic (am discutat pe larg această chestiune în cartea *Timpul*, Editura Albatros, 1985). Este vorba aici nu de un timp al omului-lucru, ci de timpul omului viu, făcut din senzații și intuiții, din amintiri și așteptări. Ce anume repartizăm, din acest rezultat, științei și ce anume filosofiei? Întrebare de interes minor, provocată în mod oarecum artificial de ambiția de a menține o graniță riguroasă între cele două teritorii ale cunoașterii. De la știință la filosofia științei, la filosofie, în general, nu-i decît un pas iar în multe cazuri nici acest pas nu este necesar. Numeroase adevăruri din matematică, fizică sau biologie sînt de o puternică semnificație în același timp științifică și filosofică iar problema granitei dintre aceste două aspecte este de-a dreptul otioasă. Teorema lui Gödel, în a cărei demonstrație constatăm că metalimbajul, împotriva voinței sale, se identifică cu limbajul-obiect (altfel spus, gîndirea de ordinul al doilea se identifică cu gîndirea de ordinul întîi) nu aparține ea în egală măsură științei și filosofiei? „În filosofie e vorba

de o reflexie a spiritului asupră-și" observă Noica. Dar nu despre același lucru este vorba în demonsrtația teoremei lui Gödel ? Nu în același sens trebuie interpretată conexiunea inversă (bucla) din cibernetica sistemelor vii, a sistemelor umane în mod particular ? Sau regulile autoreferențiale din gramatica limbajelor umane, fie ele naturale sau artificiale ?

În ce anume constă „criza științei" ? se întreabă Noica, referindu-se la exemplul indeterminismului, și răspunde : „Se ivește, odată cu el, o criză pentru că în mijlocul cîmpului teoretic al științei își vădește prezența un factor nechemat de nimeni și cu desăvîrșire extrateoretic : observatorul". Dar oare n-a găsit știința resursele necesare de a ieși din această criză (dacă o astfel de criză a existat) ? Nu constituie viziunea sistemică (aparținînd în egală măsură științei și filosofiei) o reprezentare pe deplin satisfăcătoare a interacțiunii dintre subiect și obiect ? Așa-numitele momente de criză marchează etape dintre cele mai interesante din evoluția științei, deoarece duc la primeniri metodologice esențiale. Pluralitatea geometriilor și a logicilor poate să pară, la prima vedere, o expresie a libertății axiomatice, așa cum susține Noica, dar motivarea ei profundă este dată de existența unor clase de fenomene care nu pot fi explicate prin referire la geometria euclidiană (a se vedea teoria relativității) sau la logica aristotelică (a se vedea mecanica cuantică, biologia modernă etc.). Vom înțelege astfel și un alt paradox enunțat de Noica, după care știința, chiar sub forma ei aplicată, nu poate ieși din teoretic, din abstract.

Omul este interacțiunea sa cu lumea

Ideea incapacității științei de a ieși din teoretic se bazează la Noica pe o reprezentare inedită a teoreticului, definit, între altele, prin

absența omenescului. Știința ar fi cunoașterea ca atare, deci o cunoaștere de ordinul întîi, filosofia ar fi cunoașterea spiritului care cunoaște, deci o cunoaștere de ordin superior. Filosofia ar fi o reacție la teoreticul științei. Cu alte cuvinte, singură filosofia reușește să introducă procesul de cunoaștere în cerc, autoreferința atît de specific umană. Să urmărim însă, fără nici o prejudecată, unele cercetări recente.

Care este substanța teoremei lui Gödel? Ea ne spune că un domeniu de activitate intelectuală de o oarecare complexitate reușește să transgreseze orice cadru care rezultă din încercarea de a formaliza domeniul respectiv. Mai putem spune în aceste condiții că „știința creează un univers teoretic închis" (C. Noica, *Trei introduceri la devenirea întru ființă*, Editura Univers, 1984, p. 20)? Nu este, dimpotrivă, demonstrată capacitatea de depășire a oricărei logici apriorice (sistemul formal considerat) prin logica firească a gîndirii umane? Înțelegem astfel interacțiunea dintre adevărul substanțial și cel formal; tocmai această interacțiune constituie sensul teoremei lui Gödel. Putem adopta o reprezentare cu doi parteneri, *A* și *B*. *A* propune pentru domeniul *D* un sistem formal S_1, *B* găsește în *D* un enunț *e*, nedemonstrabil în S_1. Atunci, *A* propune un sistem formal mai cuprinzător S_2, care include pe e_1, dar *B* găsește un enunț e_2 din *D*, nedemonstrabil în S_2. În etapa a *n*-a a acestui proces, *A* va reuși să găsească pentru *D* un sistem formal S_n în cadrul căruia este demonstrabil enunțul e_{n-1}, dar *B* va găsi imediat în *D* un enunț e_n nedemonstrabil în S_n. În acest joc de strategie, fiecare dintre parteneri este victorios în felul său. *A* reușește să arate că puterea formalizării nu se epuizează niciodată, în timp ce *B* ne convinge că logica umană nu se poate epuiza prin formalizare. Universul gîndirii

științifice este deci deschis, deoarece orice încercare de a-l închide prin formalizare eșuează ; iar regăsirea substanței teoremei lui Gödel în muzica lui Bach și în gravurile lui Escher (Douglas R. Hofstadter, *Gödel, Escher, Bach : an eternal golden braid*, Basic Books, 1979) confirmă faptul că nu este vorba aici de omul-lucru, ci de omul gînditor și creator, care-și gîndește propria sa gîndire.

Ce este interacțiunea dintre observator și fenomenul observat, în fizică, în psihiatrie, în comunicarea umană ? Ce semnificație are acțiunea unei prognoze asupra fenomenelor înseși la care ea se referă ? Dar teorema lui Arrow, după care agregarea unor decizii individuale depășește raționalitatea fiecăreia dintre aceste decizii luate separat ? Ce este fenomenul pus în evidență de J. C. Miller (*Living Systems*, McGraw Hill, New York, 1978), în cadrul căruia ființa umană, ea însăși, un sistem, se inserează într-o ierarhie de sisteme vii inferioare și superioare, mergînd de la organismele unicelulare pînă la sistemul global al omenirii, cu întregul său context cosmic, și se află în interacțiune cu toate aceste sisteme ? Aceste situații pun în evidență o perspectivă cu totul nouă, în care omul nu mai este opus lumii printr-o dualitate de tipul subiect-obiect, ci se definește odată cu această lume, prin toate interacțiunile care au loc.

Una dintre cele mai profunde viziuni care au permis să progresăm în înțelegerea ființei umane și a comportamentului uman este viziunea holonomică în virtutea căreia fiecare parte, oricît de mică ar fi, poartă funcționalitatea și mesajul întregului. Am prezentat pe larg în *Timpul* (Editura Albatros, 1985) conceptul de holon și ideile dezvoltate în această privință de J. S. Stamps, St. Lupasco, I. Prigogine și E. Jantsch. Știința clasică a avut tendința de a-l fragmenta pe om printr-o

proliferare a spiritului analitic avînd uneori ca rezultat transformarea omului-om în omul-lucru. Dar mai este oare valabilă această situație acum ? Într-un șir de cercetări, David Bohm (*Fragmentation in science and society,* in W. Fuller editor, *The Social Impact of Modern Biology,* Routledge and Kegan Paul, London, 1971 ; *Fragmentation and Wholeness,* Van Leer Jerusalem Foundation, 1976 ; *Wholeness and the Implicate Order,* Routledge and Kegan Paul, London, 1980) a pus în evidență faptul că omul nu se poate înțelege pe sine ca întreg decît dacă reușește să înțeleagă concomitent, în integralitatea și interacțiunea lor (deci nu doar fragmentar și disparat), toate fenomenele observabile sau inteligibile. O lecție exemplară de acest fel vine nu numai din fizică, ci și din biologie. O atare înțelegere a complexității este condiționată și de o percepție holistică, dinamică, sistemică la nivel social (național și mondial). Omul nu doar se află în interacțiune cu lumea, ci este și această interacțiune. Ca fizician, Bohm pune accentul pe sugestiile teoriei relativității și ale fizicii cuantice, dar la reprezentări dacă nu asemănătoare cel puțin consonante cu ale sale ajung, pe diverse căi, și alți autori ca Jacques Attali (*L'Ordre cannibale,* Grasset, Paris, 1979) ; *Les Trois Mondes ; pour une théorie de l'apres-crise,* Fayard, Paris, 1981), Nicholas Rescher (*Cognitive Systematization ; a system-theoretic approach to a coherent theory of knowledge,* Blackwell, Oxford, 1979), un elev al lui Lupasco, Edgar Morin (*Pour sortir du XX^{ème} siècle,* Fernand Nathan, Paris, 1981), Gregory Bateson (*Mind and Nature ; a necessary unity,* Dutton, New York, 1979), Magoroh Maruyama (*Heterogenistics ; an epistemological restructuring of biological and social sciences,* „Cybernetics", vol. 20, 1977, no. 1, p. 69—85) și Anthony J. N. Judge

(*Development through alternation,* Union of International Associations, Brussels, 1983).

Considerînd că autoreferința este privilegiul filosofiei, Noica neagă științei capacitatea de a stăpîni și controla paradoxul și, mai cu seamă, antinomia, în una din ipostazele lor cele mai specific umane. O atare viziune este consistentă cu reprezentările clasice ale lui Descartes și Newton și cu cele mai recente ale unor Georg Cantor și Bertrand Russell, care au împins paradoxul antinomic la marginea științei, considerîndu-l incompatibil cu aceasta. Dar, așa cum am schițat mai sus și cum ne-am străduit să arătăm în lucrarea *Paradoxul* (Editura Albatros, 1984), gîndirea științifică a secolului nostru a adus paradoxul antinomic, în mod special autoreferința, în inima gîndirii și acțiunii umane.

Este posibil un Monsieur Jourdain al științei ?

În căutarea unui profil propriu al filosofiei, Constantin Noica se oprește cu insistență asupra următoarei idei : „Nu poate face filosofie cineva care nu știe că face filosofie". „Numai filosoful face filosofie cu conștiința că face filosofie". (*Trei introduceri...*, p. 55). „Nu se poate face filosofie fără a ști că faci filosofie" (*Ibid.*, p. 60), în timp ce „poți face știință fără să-ți dai seama exact ce faci ; fără să fi vrut deliberat să faci știință" (*Ibid.*, p. 55), „poți face poezie fără să știi, după cum poți picta, țese artistic covoare și împodobi cadrul tău de viață, fără să-ți dai seama de ce faci (arta populară)" (*Ibid.*, p. 55). „Numai filosoful iese necesar din condiția obișnuită, numai el face proză știind că e proză. (Înțelepciunea populară sau cea a unui ins cu viață interioară sînt cel mult material pentru filosofie)" (*Ibid.*, p. 55).

Să încercăm să examinăm aceste afirmații. Desigur, intrarea în una sau alta dintre activitățile enumerate mai sus (filosofie, știință, poezie) nu se face abrupt, ci gradual. Ne vom opri în mod special asupra activității științifice. Există forme incipiente de activitate științifică pe care cineva le poate practica în mod spontan, fără a avea conștiința semnificației lor. Ne este greu să credem că nu are loc un fenomen similar în ceea ce privește filosofia și poezia. Dar să revenim la știință și să ne referim în mod explicit la matematică. Un talent puternic poate scurtcircuita un întreg itinerar care, pentru o inteligență normală, cere o inițiere îndelungată. Matematicianul indian Ramanujan, un geniu al teoriei numerelor, a început a practica încă în copilărie cercetarea în acest domeniu, fără a avea de la început conștiința semnificației acestui fapt. Un matematician a cumpărat odată, într-un oraș din Argentina, nu știu ce fleacuri de la tejgheaua unui vînzător foarte preocupat să ump'e multe foi cu tot felul de calcule. Matematicianul a intrat în discuție cu vînzătorul respectiv, un tînăr care, ca autodidact, ajunsese la preocupări de matematică superioară. Acest tînăr avea să devină un binecunoscut specialist argentinian în Analiza funcțională, Misha Cotlar, căruia, după multe ezitări, i s-a acordat titlul de doctor în matematici, deși nu trecuse prin nici o universitate. Fără îndoială, Cotlar a practicat o perioadă matematica fără a avea o conștiință cristalizată a semnificației preocupării sale.

Exemplele de acest fel pot continua. Cu cît ne adîncim în trecut, cu atît este mai ușor să le găsim. Multe dintre biografiile marilor matematicieni au cunoscut această fază a unei activități spontane, neconștientizate în semnificația ei, de cercetare științifică, în contextul timpului respectiv. Este însă limpede că această posibilitate de a face matematică fără să știi că o faci s-a redus simți-

tor și practic azi nu mai contează. Un nou Evariste Galois, care printr-o „muncă de cap", cum spunea Dan Barbilian, să ajungă, pe baza unei informații sumare, la o mare descoperire, este astăzi exclus. Nivelul atins azi în matematică nu mai permite unui om, oricît de geniai ar fi, să-și pună singur și să rezolve o problemă deschisă cît de cît importantă dacă el nu-și însușește în prealabil elementele disciplinei respective și dacă nu se informează asupra stadiului în care se află cercetarea problemei pe care vrea s-o atace. Dar aceasta înseamnă tocmai căpătarea conștiinței de matematician. Numai diletanții mai cred azi că problema lui Fermat ar putea fi rezolvată de un „inocent" exclusiv pe baza inspirației sale, a harului său. Este adevărat că multe probleme foarte grele au un enunț elementar, pe care-l poate înțelege și un copil ; această situație i-a indus în eroare pe unii care au crezut că dacă enunțul este elementar atunci nici rezolvarea nu poate pretinde prea multă cultură matematică.

Conjectura enunțată de Goldbach (Orice număr par diferit de 2 este suma a două numere prime) în urmă cu cîteva secole nu a fost încă nici confirmată, nici infirmată, iar pentru demonstrarea unui rezultat apropiat (Orice număr par suficient de mare este suma dintre un număr prim și un produs de cel mult două numere prime) un matematician chinez a folosit aproape tot ceea ce se știa mai important în teoria numerelor, demonstrația fiind foarte lungă. Să încercăm să explicăm această evoluție. Matematica este, prin excelență, o știință care procedează în etape, fiecare etapă sprijinindu-se esențial pe etapele anterioare. Construcția astfel obținută este rezultatul contribuțiilor multor autori. Chiar pentru o disciplină matematică apărută abia în urmă cu 20 sau 30 de ani bibliografia, fie ea și selectivă, numără de obicei sute de lucrări. Desigur, o inteligență matematică

ieşită din comun poate reface singură unele etape, dar în nici un caz nu va regăsi pe cont propriu o întreagă dezvoltare istorică a unei discipline matematice.

Care este situaţia în alte ştiinţe ? Mai poţi face azi fizică fără conştiinţa că faci fizică ? Dar chimie ? Dar biologie ? Bănuim că şi aici posibilitatea unui răspuns afirmativ s-a micşorat considerabil şi tinde la zero. Dezvoltarea unei ştiinţe poate fi comparată cu o succesiune de alergători, fiecare predînd ştafeta alergătorului următor. Cînd ştafeta a ajuns destul de departe, nici un alergător, oricît de rapid ar fi, nu poate recîştiga singur întreaga distanţă parcursă.

Există totuşi unele discipline care prezintă o situaţie specială. Un exemplu în acest sens este semiotica, unde numeroase contribuţii aparţin unor lingvişti, psihiatri, matematicieni, informaticieni, arhitecţi, muzicieni, filosofi care n-au avut niciodată conştiinţă de semioticieni sau au dobîndit-o foarte tîrziu. Faptul se explică atît prin tinereţea disciplinei (deşi creată în secolul trecut, de Ch. S. Peirce, a devenit o preocupare sistematică de amploare abia de vreo două decenii) cît şi prin natura obiectului ei (răspîndit peste tot şi tocmai de aceea greu vizibil) şi prin impopularitatea ei printre practicanţii celorlalte discipline.

Pentru Constantin Noica, afirmarea imposibilităţii de a face filosofie fără a avea conştiinţa acestui fapt constituie formularea unui punct de vedere asupra modului în care trebuie înţeleasă filosofia ; un punct de vedere restrictiv, dar stimulator. Ceea ce am supus mai sus discuţiei a fost numai *monopolul* pe care l-ar avea filosofia, ca unic teritoriu nevizitat de Monsieur Jourdain.

Ce este exactitatea?

Se poate da un răspuns exact la această întrebare? Citim în *Mic dicționar enciclopedic*, ediția a II-a (Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1978) că *exact* înseamnă „conform cu realitatea, în deplină concordanță cu adevărul". Însă tocmai această identificare a exactității cu adevărul este contestată de Constantin Noica în *Exactitate și adevăr* (în volumul colectiv *Cartea interferențelor*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1985, p. 170—177).

Discrepanța dintre cele două puncte de vedere se atenuează însă de îndată ce urmărim în continuare ce se spune în dicționar și ce exemple ne propune ilustrul nostru filosof. Unul dintre aceste exemple se referă la deosebirea dintre fotografie și portret. „Fotografia unui chip uman ține de exactitate însăși. Dar reprezintă fotografia și adevărul chipului uman?" se întreabă Noica și înțelegem că răspunsul său este negativ, rostul portretului fiind tocmai de a se elibera de exactitatea nesemnificativă a fotografiei. Dar mai înțelegem de aici și faptul că *adevăr*, pentru Noica, înseamnă *relevanță*, iar exactitatea constituie, așa cum se specifică și în dicționar, o anumită conformitate cu realitatea.

În materie de exactitate, mai toată lumea este de acord cel puțin într-un punct: că exactitatea face casă bună cu matematica. Noica numește matematica „principala dintre științele exacte" (*loc. cit.*, p. 173), iar în dicționarul menționat, cea de a doua accepțiune a cuvîntului *exact* are în vedere contextul *știință exactă*, printr-o astfel de știință înțelegîndu-se una „în care formulările (logice) se pot prezenta în formă matematică". Cu alte cuvinte, matematica ar fi un criteriu al exactității. Cuvintele *matematic* și *exact* devin aproape sinonime.

Este justificată această asociere organică a exactității cu matematica? Greu de răspuns prin *da* sau prin *nu*. Dacă înțelegem prin *exact* ceea ce se opune termenului englezesc *fuzzy*, răspunsul este afirmativ. Un predicat logic P este exact atunci cînd putem decide, pentru orice element x dintr-o anumită mulțime, dacă propoziția $P(x)$ este adevărată. De exemplu, dacă definim P prin *este isoscel*, atunci, pentru orice element x din mulțimea triunghiurilor propoziția $P(x) = x$ *este isoscel* este sau adevărată, sau falsă. Proprietatea de a fi isoscel este deci exactă. Nu același lucru se poate spune despre proprietăți ca *mare, mic, lung, scurt, frumos, urît* etc. Din acest punct de vedere, putem, într-adevăr, spune că *principalul refugiu al exactității îl constituie ficțiunea matematică*. Trebuie, însă, să precizăm că aici exactitatea se referă la proprietăți (predicate) și constă în faptul că trecerea de la o proprietate la negația ei este bruscă, discontinuă, distincția dintre ele este casantă.

Nu totdeauna exactitatea este considerată cu această accepțiune. Destul de frecvent *exact* este ceea ce se opune lui *aproximativ*. Matematica este, în mare măsură, o știință a aproximațiilor. Despre Analiza matematică s-a spus uneori că este studiul aproximării unor funcții mai complicate prin funcții mai simple. În practica științifică și în practica economică numerele reale sînt, de obicei, considerate prin aproximații ale lor, deoarece se reține numai un număr finit de zecimale. Derivarea aproximativă și integrarea aproximativă prevalează asupra derivării și integrării exacte, mai cu seamă pe măsură ce calculatoare tot mai perfecționate permit să se efectueze ușor calcule dintre cele mai complicate. Aplicațiile Analizei matematice în Fizică și în diferite inginerii se orientează tot mai mult spre metode aproximative. Dar aproximația a cîștigat teren, în dauna exactității, nu numai în Matematică, ci

și în celelalte discipline care folosesc metoda modelării.

Modelul este totdeauna o aproximație a obiectului sau fenomenului studiat (a se vedea și lucrarea noastră *Semne despre semne*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1979, p. 20—22), dar o aproximație care, deși tinde să se amelioreze, are grijă să nu se transforme în exactitate. Condiția de a-și păstra distanța față de exactitate este esențială pentru orice model ; în momentul în care s-ar confunda cu obiectul, el și-ar pierde însăși rațiunea lui de a fi. Însă dacă modelul este matematic, atunci el conduce la o aproximație exactă, în sensul că piesele din care este el construit comportă predicate logice exacte (așa cum am explicat mai sus). Aproximația constituită de un model matematic este exactă și din alt punct de vedere ; ajungem astfel la o nouă accepțiune a acestui termen. Avem în vedere pe *exact* cu sensul de *riguros*. Rigoarea ar merita și ea o discuție specială, dar pentru moment vom conveni că o procedare este riguroasă dacă se desfășoară pe baza unui sistem de reguli bine determinate. Această dependență a rigorii de un sistem de reguli este esențială și explică natura istorică a rigorii, faptul că fiecare perioadă din dezvoltarea unei discipline are nivelul ei de rigoare. Nu există o rigoare absolută. Ceea ce a fost riguros pentru Euclid nu a mai fost riguros pentru Hilbert. Cauchy nu s-a mai mulțumit cu rigoarea la care s-a raportat Leibniz, iar secolul nostru nu s-a mai mulțumit cu rigoarea la care s-a raportat Cauchy.

Putem deci spune că în cadrul unui model matematic se împrumută tehnici, idei și rezultate dintr-o teorie matematică satisfăcînd exigențele de rigoare ale perioadei ei de dezvoltare. Acest fapt l-am avut în vedere atunci cînd, într-un articol mai vechi *(Exact aproximations or approximative exactness ?*, in „Foundations of Language", Dordrecht-

Holland, vol 3, 1967, nr. 3, p. 285—288) mă refeream la aproximațiile exacte ale matematicii, pe care le opuneam exactităților aproximative practicate de multe ori în disciplinele umaniste.

Dar, revenind la articolul lui Constantin Noica, atrage atenția cu deosebire următoarea afirmație : „Să ne grăbim a preciza : adevărul nu poate fi fără exactitate (sau rămîne în neîmplinire dacă este așa), pe cînd exactitatea poate fi fără adevăr". Pentru Noica, adevărul este acea parte a exactității care este semnificativă, relevantă în problema care ne preocupă. Exactitatea ar fi, deci, înregistrarea cît mai completă a datelor și a combinațiilor lor, în timp ce adevărul este rezultatul unei alegeri (pentru care nu cunoaștem reguli) operate în domeniul exactității. Comentîndu-l pe Noica, la rubrica sa din „România literară", Nicolae Manolescu interpretează distincția exactitate-adevăr ca una dintre structură și valoare. Dar atunci, acceptînd opinia lui Noica, după care înțelegerea exactității este necesară (nu și suficientă) pentru a se ajunge la adevăr, ar rezulta că drumul spre judecata de valoare trece obligatoriu prin înțelegerea structurii.

Exactitatea și adevărul în interacțiune

Faptul că adevărul nu este posibil fără exactitate i se pare lui Noica atît de incontestabil, încît nu mai insistă asupra lui. În schimb, își îndreaptă argumentele spre demonstrarea posibilității exactității în absența adevărului. Nu este vorba aici de o posibilitate oarecare, ci de una de o deosebită amploare și gravitate. După Noica, secolul nostru a căzut în greșeala de a substitui adevărului exactitatea goală (adică nesemnificativă).

Față de afirmații atît de categorice și de grave, simțim obligația de a reveni asupra con-

ceptelor în discuție. Am distins trei accepțiuni ale exactității : conformitate cu realul, rigoare și trecere bruscă de la o proprietate la negația ei. În ceea ce privește adevărul, el apare totdeauna la Noica în accepțiunea de relevanță, de sens profund. Astfel, Noica apreciază că ediția completă a operei lui Eminescu, ediție inițiată de Perpessicius, este remarcabil de exactă, dar adevărul lui Eminescu se află în cele 44 de caiete pe care marele poet ni le-a lăsat. Tot ce s-a tipărit din Eminescu se află în aceste caiete, dar caietele mai cuprind o serie de note care-i redau, lui Eminescu, „mai bine decît orice, chipul interior și strădania lui de a se deschide către *întregul* culturii". Se observă aici asocierea adevărului cu o percepție holistică, globală a operei și personalității, cu o reprezentare care include o situare a lui Eminescu nu doar în cadrul literaturii, ci vis-à-vis de ansamblul culturii umane. Față de această putere totalizatoare de care este capabil adevărul, exactitatea operei tipărite furnizează numai o imagine atomistică, discontinuă, înghețată.

În același sens, Noica se referă la distincția dintre raporturi umane, expresie a exactității, și rapoarte umane, care ar putea fi ale adevărului. Științele omului excelează azi în investigarea celor dintîi, prin tot felul de măsurători, anchete, teste, experimente, dar sînt deficitare în relevarea celor din urmă, ca expresie a conexiunilor de adîncime existente între ființele umane.

Găsim în exemplele evocate aici toate cele trei sensuri ale exactității, dar adevărul apare mereu în accepțiunea de semnificație profundă. Este adevărat că tipurile de exactități discutate de Noica proliferează în secolul nostru. Cantități imense de informații exacte sînt înmagazinate în memoriile calculatoarelor, fiind luate ca punct de plecare de investigații analitice, comparative și taxonomice. Astfel, dicționarele de concordanțe pentru marile opere fi-

losofice și literare tind să includă toate tipurile de elemente și de contexte identificabile într-o operă. În loc de investigarea unor eșantioane reduse, urmată de extrapolarea rezultatelor la ansamblul operei, se preferă inventarierea ei migăloasă și exhaustivă. Această preferință pentru exactitate este, în bună măsură, un rezultat al posibilităților oferite de calculatoarele electronice moderne. Exactitatea constă aici în degajarea unor tipuri de unități și studierea combinațiilor lor posibile. Adevărul își propune să opereze acea selecție care să conducă la sensul profund, de obicei ascuns, al operei.

Dar este relația exactitate-adevăr una în sens unic, așa cum o descrie Noica ? Avem mai degrabă impresia că ea prezintă o structură circulară. Despre fotografie știm azi mai bine decît în trecut că implică multe alegeri ; de aceea se și vorbește de posibilitatea unei fotografii artistice. Fotografia este considerată o artă tocmai pentru că oferă un cîmp larg de manifestare a personalității. Fotografia, deci, poate fi nu numai exactă, ci și adevărată. Cel care execută o fotografie artistică este marcat de un adevăr care funcționează ca o presupoziție în lectura realului fotografiat, dar în același timp generează un adevăr nou, care străbate în lectura fotografiei. Dicționarele de concordanțe sînt și ele rezultatul unor alegeri, deoarece poartă amprenta modului în care contemporanii cuantifică și ordonează o realitate textuală. Constatăm astfel că exactitatea și adevărul se află în interacțiune. Orice exactitate are la bază presupozițiile unui anumit adevăr, dar orice lectură a exactității conduce la un adevăr nou, de care se poate prevala o nouă exactitate. Relația paradoxală, de circularitate, pusă astfel în evidență, este de același tip cu paradoxul inducției datorat lui N. Goodman și C. Hempel. Modul de a vedea raporturile dintre oameni este marcat de o anumită vi-

ziune, fie și neexplicită, a rapoartelor umane, dar acestea din urmă caută să se prevaleze de o anumită reprezentare exactă a celor dintîi. Din nou circularitate !

Nu este deci vorba de o relație de determinare în sens unic, de la exactitate la adevăr, ci de o interacțiune complexă a lor. Uneori, unul dintre cei doi termeni se află în criză ; a se vedea demonstrarea teoremei celor patru culori cu ajutorul calculatorului, unde exactitatea nu s-a putut converti (încă) în adevăr, deoarece nu există o percepție globală, directă, intuitivă a ansamblului demonstrației.

Să ne referim acum la punctul de vedere al lui Noica, după care adevărul este (sau tinde să fie) totdeauna exact. Dacă într-adevăr această afirmație corespunde realității, atunci este vorba aici de o exactitate în altă accepțiune decît oricare dintre cele trei menționate mai sus. Adevărul pe care-l are în vedere Lucian Blaga în „Eu nu strivesc corola de minuni a lumii" este el unul de natură exactă ? Inefabilul și misterul se sustrag exactității, indiferent de accepțiunea aleasă pentru aceasta din urmă. A căuta adevărul, în sensul de a căuta un sens vieții, corespunde uneia dintre nevoile umane, partea ei exactă este de obicei echilibrată de o parte vagă, care iese de sub imperiul oricărui sistem de reguli. Exactitatea goală nu poate fi decît exactitatea care nu-și găsește un sens. Exactul ține de instrumentar, de transparent-opacul teoretizat de Mihai Șora (în eseul *A fi, a face, a avea,* Editura Cartea Românească, 1985), în timp ce adevărul este de natură semantică și are o structură eterogenă, fiind parțial transparent-opac, parțial translucid (în sensul lui Șora). Noica are dreptate cînd afirmă că în secolul nostru a proliferat de multe ori exactitatea goală. Faptul acesta este deosebit de vizibil în învățămîntul matematic, unde s-a putut vorbi, pe drept cuvînt, de o adevărată schizofrenie care a redus

matematica la sintaxa ei, la instrumentar și la aspectele artizanale, gonind preocuparea pentru sens și pentru istorie.

Adevăr, sens, valoare

Toate exemplele propuse de Noica pentru a explica distincția dintre exactitate și adevăr conduc la identificarea adevărului cu sensul și valoarea. Cînd Noica ne avertizează că în veacul nostru „exactitatea tinde să ia locul adevărului sau măcar să-i poarte numele", trebuie să înțelegem că există azi în lume o criză a sensului. Despre ce criză ar putea fi vorba?

Vom distinge aici două aspecte, după cum este vorba de sensul lucrurilor sau de sensul vieții ca atare. Sensul lucrurilor se pierde uneori sau pur și simplu nu se cristalizează datorită complexității și facilității pe care le capătă aspectele lor operaționale. Apare astfel riscul proliferării sintaxei în dauna semanticii. În matematică, de exemplu, foarte multe investigații au inițial o motivație exclusiv sintactică. În prezența unei structuri, matematicianul simte tentația de a-i cunoaște toate posibilitățile logice, combinatoriale și generative, toate variantele sub care se poate înfățișa. Aspectul ludic nu poate fi ignorat aici. În principiu, această strategie își are legitimarea ei. Multe variante studiate inițial din considerente exclusiv sintactice își capătă ulterior o motivație semantică. Exemple de acest fel există din abundență în toate domeniile matematicii și în mai toate domeniile științei. Postulatul paralelelor, al lui Euclid, a interesat multă vreme din considerente exclusiv logic-combinatoriale. Intervine aici interesul constant al matematicianului pentru economicitatea sistemelor de axiome pe care le folosește. S-au cristalizat astfel geometriile neeuclidiene. Ulterior însă, la motivația sintactică a acestor geometrii s-a adăugat și una semantică, de în-

dată ce dezvoltarea fizicii a avut nevoie de noile geometrii. Exemplul discutat atrage atenția și asupra dificultății care există, uneori, în delimitarea semanticii de sintaxă. Structurile prozodice sînt studiate sub toate aspectele combinatoriale posibile, iar dacă o anumită variantă rămîne fără acoperire, tocmai acest fapt îi conferă un sens, punînd în evidență decalajul dintre ceea ce este atestat și ceea ce este numai posibil, decalaj care trebuie și el explicat.

Dar poate că domeniul cel mai vizibil de proliferare a sintaxei fără semantică îl constituie limbajul. Acest fenomen a reținut atenția multor scriitori, teatrul lui Eugen Ionesco fiind una dintre expresiile sale cele mai elocvente. Dar amploarea fenomenului i-a determinat pe lingviști să-l studieze cu atenție, iar o lucrare colectivă ca aceea coordonată de Jacques Maurais (*La crise des langues*, Editions Le Robert, Paris, 1984) îi acordă întreaga atenție.

Atenția tot mai mare acordată aspectelor sintactice este fără îndoială considerabil stimulată de facilitățile care s-au creat în prelucrarea datelor și în efectuarea operațiilor de rutină. Publicații ca „Association for Literary and Linguistic Computing Journal" și „Association for Literary and Linguistic Computing Bulletin", care apar în Anglia, prezintă cu regularitate investigații textuale efectuate cu ajutorul calculatorului electronic. Asistăm aici la o adevărată proliferare a exactității care așteaptă să fie inserată într-un adevăr (pentru a folosi terminologia lui Noica). Dar, așa cum am observat și anterior, situația este departe de a se prezenta sub forma unei dileme de tipul *exactitate goală — exactitate adevărată*. Să luăm la întîmplare un număr din prima revistă menționată mai sus. Este vorba de nr. 1 din 1982. Revista se deschide cu un articol de Patricia Galloway (*Clustering Variants in the „Lai de l'Ombre Manuscripts"*, p. 1—8). Este

vorba de o analiză automată privind compararea și filiația diferitelor variante în manuscris ale lucrării *Lai de l'Ombre* de Jean Renart. În ce relație se află aici exactitatea și adevărul ? Exegeza ia ca punct de plecare întreaga tradiție privind aspectele culturale și literare ale poemului lui Renart, în special cercetarea întreprinsă de Joseph Bédier, care a și editat de mai multe ori lucrarea în discuție, dar în același timp se prevalează de punctul de vedere al criticii textuale mai vechi (ca Henri Quentin, *Essais de critique textuelle,* Paris, 1926) și mai noi (ca volumul colectiv *La pratique des ordinateurs dans la critique des textes,* Paris, 1979).

Se cristalizează astfel un sens ipotetic, o ipoteză de lucru privind filiația manuscriselor în chestiune ; această ipoteză conduce la selectarea anumitor elemente, a unei anumite metodologii și a unor anumite probleme aduse în prim plan și supuse investigației. În acest proces de analiză algoritmică, se produce desigur o aglomerare de detalii care, luate izolat, pot da impresia exactității goale, nesemnificative, dar care participă, toate, la cristalizarea unui sens mai profund decît cel inițial, cu care s-a plecat la drum, sau a unui sens care-l poate contrazice pe acesta din urmă. Fără îndoială că aici se produce o anumită redundanță a exactității, tot așa cum în comunicare se produce o redundanță a informației. Adevărul, sensul, faptul revelator sînt extrase dintr-un noian de detalii exacte, așa cum metalul prețios este extras din minereu. Dar aceste analogii au limitele lor. Spre deosebire de minereu, exactitatea nu este de obicei un produs brut, ci, la rîndul ei, comportă presupoziții de tipul adevărului. Regăsim astfel viziunea circulară după care orice exactitate se plasează între două adevăruri și orice adevăr se inserează între două exactități (cu excepția acelor adevăruri, de tipul misterului sau inefabilului, care nu se asociază cu nici o exactitate).

Mai importantă însă este dobîndirea unui sens al vieții. A da vieții un înțeles, iată o nevoie umană fundamentală, față de care multe altele sînt doar derivate. Johan Galtung (*The Basic Needs Approach*, în „Human Needs", ed. K. Lederer, Oelgeschlager Gunn & Hain Publishers, Cambridge, Mass., 1980, p. 55—125) distinge patru tipuri de nevoi umane fundamentale: nevoia de securitate, de bunăstare, de libertate și de identitate. Ultimul tip include nevoia de autoexprimare, de creativitate, de muncă, de realizare a potențialităților, de bună-dispoziție, de afecțiune, de rădăcini, de fericire, de scop în viață, de sens global al întregii noastre activități. Într-o altă viziune a nevoilor umane, Carlos A. Mallmann (*Society, Needs and Rights: A Systemic Approach*, p. 37—54 în volumul citat la articolul lui Galtung), nevoia de sens este explicit formulată și așezată la același nivel de importanță ca și nevoia de menținere în viață.

În multe părți ale lumii, inclusiv în unele țări avansate din punct de vedere economic, există, în rîndul unor largi grupuri sociale, o criză a sensului, o dificultate de a conferi vieții un sens sau de a-l păstra, odată dobîndit. Johan Galtung relata, într-o conferință ținută la București, despre sentimentul de alienare pe care-l dobîndesc unii norvegieni, ca urmare a nesatisfacerii nevoii de identitate într-o societate care se depărtează rapid de structurile tradiționale. Recent, un japonez, Sumiya Haruya, mi-a vorbit despre criza de sens cu care se confruntă unii școlari japonezi și unii părinți ai lor, ca urmare a dificultății de acces în stratul superior al institutelor de învățămînt. Și într-un caz și în celălalt, sinuciderile sînt simptomul cel mai vizibil. Dar criza sensului nu se asociază aici cu nici un fel de exactitate. Așa cum exactitatea poate fi lipsită de sens, de adevăr, și lipsa de sens se poate lipsi de exactitate.

PROVOCAREA ENERGIEI

Energie și timp

Un exemplu frapant de problemă interdisciplinară de importanță majoră îl constituie energia. Ea implică aspecte dintre cele mai eterogene, teoretice și practice, fundamentale și aplicative. Cum pot fi articulate aceste aspecte în așa fel încît sensurile majore ale energiei ca problemă globală a omenirii să nu se piardă dindărătul unor investigații analitice reducționiste? De curînd a fost publicată o carte care-și fixează tocmai acest obiectiv. Este vorba de o lucrare colectivă editată de W. van Gool și J. Bruggink și avînd titlul semnificativ *Energy and Time in Economic and Physical Sciences* (Elsevier Science Publishers, Amsterdam, 1985). Vom lua ca reper această lucrare, pentru o discuție a unor chestiuni fundamentale privind energia. Toate studiile la care ne referim în continuare, în acest capitol, fac parte din lucrarea colectivă menționată. Ne aflăm în fața unei abordări sistematice, pe alocuri foarte tehnice, în care apare cu evidență rolul fundamental pe care-l are matematica în operarea unor transferuri de metode și concepte între teritorii atît de eterogene cum sînt fizica și economia, științele naturii și disciplinele social-umaniste. Prin generalitatea, esențialitatea și concizia limbajului ei, matematica permite să se întrevadă analogii și transferuri altfel invizibile și chiar inima-

ginabile. Prin aceasta, matematica se constituie într-un extraordinar stimulent al imaginației.

Nu este însă vorba numai de fizică și economie. În capitolul introductiv, W. van Gool arată că în ultimul deceniu a devenit evident faptul că o evaluare judicioasă a nevoilor de energie pe termen lung trebuie să se prevaleze de întreaga metodologie dezvoltată în studiul energiei, sub aspect fizic, chimic și tehnologic. Este deci vorba de o interferență mult mai complexă, în cadrul căreia științele naturii și ingineriile asociate constituie suportul oricărei prognoze pe termen lung, formalismul matematic și mijloacele moderne de calcul furnizînd posibilitatea de operaționalizare a evaluărilor.

Relația dintre energie și timp s-a dovedit a fi, în această ordine de idei, „punctul fix" la care ajunge orice discuție despre energie, indiferent de punctul de la care discuția pornește. Lucrul nu trebuie să mire. Energia nu poate fi înțeleasă în afara principiilor termodinamicii, unde timpul este un parametru esențial. Totodată, orice politică energetică este confruntată cu problema *costului* energiei, iar aceasta din urmă este în ultimă instanță o problemă de timp.

Dacă toți autorii volumului în discuție sînt de acord cu ideea că relația energie-timp domină orice analiză în domeniul energiei, modul în care această relație este interpretată diferă de la un autor la altul. Energia se prezintă astfel ca un cristal cu foarte multe fațete, cristal care este *ansamblul* acestor fațete, nici o fațetă luată singură neputîndu-l explica. Fațetele acestea sînt, în cazul energiei, de natură fizică, matematică, tehnologică, economică, ecologică, sociologică, politică ș.a.m.d. Timpul apare aici ca un numitor comun, intervenind prin durate mergînd de la milioane de ani (necesare pentru formarea naturală a cărbunilor fosili) pînă la perioada de 30– 50

de ani la care se referă evaluările energetice obișnuite. Dintr-o atare discuție nu poate fi exclus conceptul de entropie.

O simplă trecere în revistă a sumarului volumului în discuție este sugestivă pentru aria largă de preocupări luate în considerare. W. van Gool se ocupă de entropie și energie. Rămînînd în limitele fixate de al doilea principiu al termodinamicii, lucrul mecanic este ales ca normă fizică pentru conținutul calitativ al energiei. Este vorba de cantitatea de lucru mecanic în care energia poate fi convertită, în ipoteza unor condiții ideale. Acest echivalent al lucrului mecanic a fost numit, începînd din 1956, *exergie* și corespunde la ceea ce, într-o terminologie mai veche, se desemna prin energie disponibilă sau energie liberă. W. van Gool arată că procesele spontane sînt controlate de două tendințe, una orientată spre cea mai scăzută energie, cealaltă spre o probabilitate maximă. Cînd sînt utilizați cărbuni fosili, energia controlează procesul. Creșterea probabilității (corespunzătoare unei creșteri a entropiei) predomină în procese cu un schimb energetic scăzut, cum ar fi amestecul de gaze. Într-un sistem închis, entropia crește atunci cînd procesul este ireversibil, chiar dacă procesul este controlat de energie. W. Frank discută optimizarea utilizării energiei în două situații foarte frecvente : transportul lichidelor și gazelor printr-o conductă și încălzirea unei clădiri. R. W. Grubström extinde conceptul de energie la situații în care nu mai este îndeplinită, ca în cazul clasic, condiția existenței unui mediu cu proprietăți constante. Exergia devine o caracteristică potențială a oricărui sistem de obiecte, corpuri, surse de căldură etc. Intervine aici un interesant principiu de simetrie. Potențialul energetic trebuie să fie o funcție simetrică de obiectele în chestiune, deoarece cantitatea maximă de travaliu care poate fi extrasă dintr-un sistem nu se poate modifica prin schimbarea ordinei obiectelor.

Ce spun toate aceste rezultate unui economist ? Chiar dacă nu se intră în aspectele matematice implicate aici, se pot desprinde cîteva idei semnificative : a) Orice proces cu viteză finită este inevitabil însoțit de pierderi de energie. Dar acestea sînt exact procesele în care sîntem vital interesați, deoarece viața poate fi menținută numai dacă materialele necesare sînt obținute cu o rată finită. Transportul presupune o viteză pozitivă, dar cu cît mergem mai repede cu atît mai mari sînt pierderile de energie („haste makes waste") ; b) Tipul de informație discutat de W. Frank este implicat în orice situație în care evaluările economice au nevoie de o funcție inginerească de producție ; c) Faptul că entropia crește atunci cînd un proces reversibil are loc într-un sistem închis reflectă tendința naturii de a căuta situațiile cele mai probabile. Însă rolul combustibililor este determinat de tendința de a dobîndi o stare energetică joasă. Într-un atare proces este posibil chiar ca entropia să descrească ; d) Entalpia (capacitatea de a produce lucru mecanic) și exergia sînt parametri distincți asociați unui proces ; e) Într-un proces ireversibil, entalpia se conservă iar exergia se degradează. Situația poate fi comparată cu aceea a aerului sub presiune dintr-un cauciuc de automobil. Cînd cauciucul se sparge, aerul, ca și entalpia, nu se pierde ci numai se eliberează. Presiunea însă, ca și exergia, dispare. În legătură cu evaluarea energiei, apare posibilitatea de a ne baza pe entalpie (așa cum se obișnuiește) sau pe exergie. Pentru combustibilii fosili uzuali nu apare o deosebire importantă între cele două căi. Cînd însă căldura și electricitatea sînt produse în cogenerare, diferența poate fi importantă.

Economicul și tehnologicul în sistemul energetic

Cum se manifestă dependența temporală a fenomenelor economice în raport cu energia ? Vom examina în continuare cîteva puncte de vedere.

Wolfgang Ströbele (*An economist definition of the energy problem : On the optimal intertemporal allocation of exergy, op. cit.*, p. 61—78) consideră că din punct de vedere economic problema energiei este o chestiune de optimizare intertemporală. Economisirea de energie apare ca o problemă derivată ; ceea ce interesează în primul rînd este avantajul obținut din consum. Ströbele se referă la trei tipuri de laborator al analizei teoretice. Laboratorul *A* este constituit de domeniul termodinamicii. Aici, orice proces implică un mare consum de energie. Minimele termodinamice impun un capital inițial *K* (constînd în mașini, clădiri, unelte și alte echipamente) arbitrar de mare. Notînd cu *R* resursa inițială de energie măsurată în unități fizice și adoptînd pentru evoluția stocului de capital o descriere cu ajutorul unei funcții de tipul descompunerii radioactive, trebuie calculată pierderea de capital *m.k* de-a lungul procesului de producție. Dacă o unitate de capital corespunde unei energii egale cu *a.k*, atunci cantitatea totală de energie inițială care trebuie atribuită procesului de producție este $E = R + a.m.k$. Pentru Ströbele, procesul de producție apare ca o problemă de alocare intertemporală a capitalului și energiei. Modelul matematic pleacă de la ipoteza că producția este proporțională cu exergia și de la faptul că energia este suma dintre exergie și anergie. Se obține un sistem de ecuații diferențiale cu anumite condiții inițiale.

Laboratorul *B* are drept cadru teoria economică a resurselor naturale. Aici, evaluările se obțin cu ajutorul unor integrale ale unor funcții de prosperitate care măsoară consumul în

raport cu timpul. Se acceptă că într-o situație inițială dată *toate* intrările sînt în cantitate modestă. Problema energiei devine acum una de descreștere optimală a stocului de resurse și de creștere simultană a stocului de capital. Din nefericire, cele două recomandări principale care rezultă din această abordare, anume „substituirea continuă" și „progresul tehnic infinit" nu funcționează în ceea ce privește resursele de energie : ele trebuie să violeze legile termodinamicii.

O abordare sintetică generează un nou laborator *C*, care ia în considerare penuria de energie și de capital inițial. Legile termodinamicii impun utilizarea în viitor a unor energii ca energia solară, fuziunea etc. Aceasta înseamnă că, din punctul de vedere al unui economist, într-o fază cu un capital foarte redus de echipament, poate deveni optimală tocmai „pierderea", din punct de vedere tehnic, a energiei. Modelul matematic corespunzător revine la o problemă de control optimal. Concluzia lui Ströbele : Într-o economie care folosește resurse de energie provenind din stocuri finite sîntem confruntați cu o creștere a prețurilor energiei și o scădere a ratei profitului pe capital, pînă la asigurarea tranziției spre o nouă tehnologie. Orice proiect privind energia trebuie să fie evaluat într-un context dinamic.

Pe Adrian Gheorghe *(Paradigms in energy/ time relationship, op. cit.*, p. 81—102) îl interesează calitatea deciziilor în politica energetică și, in acest scop, pune accentul pe mecanismele de interacțiune ale sistemului energetic cu celelalte sisteme. În centrul atenției se află *macrotimpul,* manifestat prin discontinuitățile care pot să apară în dezvoltarea unui program general de dezvoltare energetică, în funcție de pătrunderile unor noi surse de energie, înlocuirea unor surse tradiționale, problemele de risc și de securitate în exploatarea energiei, complexitatea tehnologiilor energetice

etc. A. Gheorghe explică necesitatea unor modificări structurale în ordinea energetică, a unor scenarii care să permită elaborarea unei politici energetice cît mai rezonabile. Absența unui consens în ceea ce privește semnificația crizei energetice mondiale a redus considerabil eficacitatea planurilor energetice de amploare. Provocarea energiei s-a conturat ca rezultat al unor evoluții îndelungate legate de natura intensiv energetică a societății moderne, atît în procesul de producție, cît și în serviciile furnizate ; de orientarea excesivă spre petrol și de utilizarea și administrarea defectuoasă a energiei. A. Gheorghe crede că în vederea unui consens pentru o politică energetică globală este necesar să se accepte că statutul actual al energiei în lume este inacceptabil, mai cu seamă într-o perspectivă mai îndepărtată, și că sistemele de energie trebuie să devină mai apte de schimbare din punct de vedere tehnic, economic și social.

Pentru a înțelege natura discontinuităților care se pot manifesta în cadrul unui program de dezvoltare energetică, drept urmare a unor decizii umane, Gheorghe se prevalează de instrumentul teoriei catastrofelor. Confruntarea topologică a unor politici energetice distincte are în vedere interdependența dintre epuizarea unor resurse energetice și rata dorită de dezvoltare economică și socială, măsurată prin agregarea unor indicatori relativi la energie, capital etc. Este de asemenea luată în considerare necesitatea coexistenței unor tehnologii energetice aparținînd unor generații diferite. Față de întrebări atît de grave ca : „Ce se întîmplă dacă nu acceptăm schimbarea ?“ sau „Este posibil să ni se impună cu forța o modificare structurală ?“, Adrian Gheorghe arată că modelele teoriei catastrofelor dau celei de a doua întrebări, cel puțin în principiu, un răspuns afirmativ, deci implicit rezultă că neacceptarea schimbării poate avea urmări grave. Sistemul energetic al unei economii este re-

prezentat printr-o colecție de tehnologii asociate cu diferite ponderi. Ponderea unei tehnologii poate fi exprimată prin costul ei, adică prin raportul dintre suma de bani investită în tehnologia respectivă (de la cercetare pînă la exploatare) și suma M totală de bani disponibilă pentru întregul sistem energetic. Se distinge între tehnologiile efectiv folosite, de cost M_1, și cele potențial utile, de cost M_2. O decizie care, la un anumit moment, duce la o schimbare structurală în sistemul energetic revine la o redistribuire a cantității fixe M între cele două grupe de tehnologii. Orice alocare de tipul $(M_1, M_2) \longrightarrow (M_1 - 1, M_2 + 1)$ este o tranziție care întărește grupa a doua, în timp ce o alocare de tipul $(M_1, M_2) \longrightarrow (M_1 + 1, M_2 - 1)$ întărește prima grupă. Procesul de decizie este stohastic și cooperativ. O modificare catastrofică în sistemul energetic este cu atît mai probabilă cu cît cunoaștem mai puțin legăturile dintre aspectele economice și cele tehnologice ale energiei.

Fizica și Economia se provoacă reciproc

Nu putem insista aici mai mult asupra cercetărilor efectuate de Adrian Gheorghe, cercetări prezentate anterior și care au relevanță și în ceea ce privește perspectiva energetică românească, în special în domeniul nuclear. Cititorul român poate însă urmări aceste cercetări și în diferite publicații românești. De altfel, la Institutul Politehnic din București Adrian Gheorghe este de mai mulți ani activ în acest domeniu, împreună cu colegii și colaboratorii săi Ionuț I. Purica, Mihai Stoica și Dan Vamanu. Adrian Gheorghe contribuie de mai mulți ani cu cercetări în domeniul energiei la colaborarea dintre Universitatea din București și Universitatea Națiunilor Unite.

O urmărire istorică sistematică a influențelor conceptelor fizicii asupra dezvoltării gîn-

dirii economice este întreprinsă de John L. R. Proops *(Thermodynamica and Economics; from analogy to physical functioning, op. cit.*, p. 155—174). Mecanica newtoniană a constituit primul domeniu al fizicii de unde economia și-a transferat concepte. Aceasta s-a întîmplat în secolul al XIX-lea. În 1834, Hamilton, continuînd opera lui Lagrange, a dat mecanicii newtoniene o formulare generală, pe baza unui principiu de maxim. Aceasta a permis, prin folosirea calculului variațiilor, să se obțină o definire și clasificare a stărilor de echilibru ale sistemelor mecanice. Însă experiența comună arată că între cantitățile de bunuri oferite spre vînzare și prețurile la care se face vînzarea se stabilește o relație aproximativ constantă de la un an la altul. Acest fapt permite lui L. Walras (*Éléments d'Économie Politique Pure*, Corbaz, Lausanne, 1874) să reformuleze relația bunuri-prețuri ca o problemă de echilibru. Analogia dintre metoda lui Walras de analiză a echilibrului pieții și metoda lui Lagrange privind echilibrul mecanic a fost discutată de A. G. Pikler *(Optimum allocation in econometrics and physics*, „Weltwirtschaftliches Archiv", 66, 1951, p. 97—132) și L. Amoroso *(Théorie mathématique de l'équilibre économique*, „Econometrica", 18, p. 64—80). O analogie mai generală între teoria cîmpului și teoria utilității a fost încercată de F. Y Edgeworth *(Mathematical psychics*, Paul, London, 1881), care are drept termen de referință cîmpurile de forțe considerate de Maxwell, atît de utile în analiza stărilor de echilibru ale corpurilor care interacționează la distanță. Este poate aici, locul să evocăm și mecanica socială a lui Spiru Haret *(Mécanique sociale*, Gauthier-Villars, Paris, 1910), care operează un transfer de concepte din mecanică în domeniul economic, intelectual și moral, transfer deosebit de îndrăzneț pentru acea vreme. Haret discută echilibrul social în analogie cu echilibrul mecanic. O reconsiderare a ideilor lui Haret în

lumina teoriei matematice a jocurilor de strategie a fost efectuată de Mircea Malița.

Mai este oare nevoie să amintim că toate transferurile semnalate mai sus, ca și cele care vor urma, între fizică și economie, se bazează pe matematică ? Sensul tuturor analogiilor la care ne referim nu poate fi înțeles în afara matematicii. Este vorba mereu de unul și același fapt : unele aspecte ale producției și schimbului comportă reprezentări matematice în termenii unor relații funcționale deja explorate. Transferul este mai totdeauna operat dinspre disciplina mai avansată spre cea mai puțin avansată metodologic ; și care disciplină putea concura, din acest punct de vedere, mecanica ?

Forța analogiei apare cu deosebire la P. A. Samuelson (de exemplu, în *Maximum principles in analytical economics*, „American Economic Review", 62, 1972, p. 249—262). Într-o lucrare a sa mai veche însă (*Foundations of economic analysis*, Harvard Univ. Press, Cambridge, Mass., 1948) Samuelson exprimă unele relații economice ca o formă a principiului lui Le Chatelier. Acest principiu afirmă, în esență, că dacă asupra unui sistem sînt impuse anumite constrîngeri, atunci sistemul va reacționa în sensul neutralizării sau negării constrîngerilor. Putem exprima aceasta comparînd schimbările izoterme (deci sub temperatură constantă) cu cele adiabatice (izolate termic, deci sub entropie constantă) : derivata parțială a volumului în raport cu presiunea are în primul caz o valoare care nu întrece pe aceea din cazul al doilea. Samuelson compară această relație cu aceea a efectului pe care-l au asupra unui proces de producție cu două intrări modificările cantităților de produse și prețurilor lor. Dacă produsele au prețurile p_1 și p_2 iar în proces intervin din aceste produse cantitățile q_1 și respectiv q_2, atunci, presupunînd că produsul al doilea este supus unei constrîngeri (de cantitate fixă sau de preț

fixat), sînt posibile două situații. În prima q_2 e menținut constant. Dacă mărim pe p_1, atunci (după cum arată Samuelson) q_1 se reduce, deci derivata parțială a lui q_1 în raport cu p_1 nu poate fi pozitivă. În a doua situație p_2 este menținut constant. Dacă din nou mărim pe p_1, atunci q_1 se va reduce la o valoare mai mică decît în situația întîi, cu alte cuvinte derivata parțială a lui q_1 în raport cu p_1, cînd p_2 e fix, nu întrece derivata parțială a lui q_1 în raport cu p_1, cînd q_2 e fix (această din urmă derivată parțială fiind negativă sau nulă). Ceea ce s-a obținut este exact analogul principiului lui Le Chatelier, dacă în locul volumului se ia cantitatea q_1 din primul produs, în locul presiunii se ia prețul p_1, în locul cantității q_2 din al doilea produs se ia entropia iar în locul temperaturii se ia prețul p_2 al celui de al doilea produs.

Deosebirea dintre procedarea lui Samuelson în exemplul analizat și procedările discutate anterior este clară. *Dacă anterior analogia cu fizicul era sursa formulării unei relații economice, aici, dimpotrivă, formularea unui principiu economic permite observarea unei analogii cu lumea fizică.* Avem deci două feluri de analogii, unele operate *a priori*, altele *a posteriori*.

În analogia pusă în evidență de Samuelson apare o relație între variabile termodinamice, adică variabile (ca presiunea, volumul și temperatura) care identifică proprietăți macroscopice ale materiei supuse lucrului mecanic și căldurii. Primul izomorfism între termodinamică și teoria economică este atribuit de Proops lui I. Fisher *(Mathematical investigations of the theory of values and prices,* „Transactions of the Connecticut Academy of Arts and Sciences", 9, 1892, p. 11—126) care a pus în relație utilitatea marginală cu forța, utilitatea cu energia și neutilitatea *(disutility)* cu lucrul mecanic. H. T. Davis *(The theory of econometrics,* Principia, Bloomington, 1942) și

J. H. C. Lisman *(Econometrics and thermodynamics: a remark on Davis' theory of budgets,* „Econometrica", 12, 1949, p. 59—62), în cercetările lor privind teoria bugetelor, au pus în analogie entropia cu utilitatea monedei ; de aici se ajunge la analogia dintre venit și căldura procurată, dintre economii și energia internă, dintre cheltuieli și lucrul mecanic extern efectuat de sistem etc. Identificarea entropiei cu utilitatea și a venitului cu căldura apare și la A. G. Pikler *(Utility theories in field physics and mathematical economics,* „British Journal for the Philosophy of Science", 5, 1954, p. 47—58 ; 303—318). Mai recent, analogii între variabile termodinamice economice apar la J. Bryant *(A thermodynamic approach to economics,* „Energy Economics", 4, 1982, p. 36—50).

Energie, istorie, cultură

În continuarea analogiilor dintre fizic și economic, prezentată de Proops, să menționăm pe L. Winiarski *(L'énergie sociale et ses mesurations,* „Revue Philosophique", 49, 1898, p. 237—287), care încearcă să aplice la fenomenele sociale unele rezultate din mecanica statistică. El compară ființele umane cu particulele moleculare din teoriile fizice ale vremii sale, interacțiunea acestor „particule umane" fiind determinată, între altele, de diferența dintre sexe. Analogii de acest fel revin și în scrieri mai recente ; de exemplu, V. Daniel *(Physical principle in human cooperation,* „Sociological Review", 44, 1952, p. 107—134 ; *The uses and abuses of analogy,* „Operation Research Quarterly", 6, 1955, p. 32—46) studiază în acest fel fenomenele cooperative în cadrul grupurilor umane. Pentru Daniel, interacțiunea socială se dezvoltă în analogie cu interacțiunea dintre particule (în solide și în lichide), care poate fi exprimată în termeni

de relații între gradul observat de ordine și nivelul corespunzător al activității de dezorganizare (căldura). În această ordine de idei, să mai amintim că E. H. Kerner (*A statistical mechanics of interacting biological species*, „Bulletin of Mathematical Biophysics", 19, 1957, p. 121—146) a arătat că ecuațiile lui Volterra care descriu populațiile de specii aflate în interacțiune de tipul răpitor-victimă pot fi convertite într-un model în termenii mecanicii statistice, în care temperaturile și fluxurile de căldură capătă o interpretare biologică.

Este izomorfismul dintre teoriile economice și cele fizice rezultatul forțat al unor obsesii metaforice sau ascunde el fenomene mai profunde ? Un răspuns pe deplin satisfăcător nu a fost încă dat, dar rezultatele existente pledează pentru a doua variantă a alternativei. O. I. Franksen (*Mathematical programming in physics by physical analogies*, „Simulation", 12, 1969, p. 297—314 și 13, 1969, p. 25—42 și p. 63—87 ; *Basic concepts in engineering and economics*, în I. I. van Dixhoom and F. Y. Evans, eds., *Physical structure in systems theory*, Academic Press, London, 1974, p. 247—278) crede că teoria economică și teoria rețelelor electrice pot fi formulate, amîndouă, ca ramuri ale programării mecanice, în așa fel încît să se pună în evidență analogii între voltaje și prețuri, între curenți și fluxuri de mărfuri, între admitanță electrică și elasticitate, între inductanță mutuală și elasticitate încrucișată, între legea conservării energiei (primul principiu al termodinamicii) și legea lui Walras (după care satisfacerea nevoilor este echivalentă cu necesitatea unui echilibru). Putem deci aprofunda comportamentul economic prin studiul circuitelor electrice. Însă, deoarece studiul circuitelor electrice este oricum de natură matematică, Proops este de părere că prea puțin s-ar cîștiga prin inserarea teoriei rețelelor electrice între degajarea unor modele ale

sistemelor economice și analiza matematică a acestor modele.

Să adăugăm, însă, la considerațiile lui Proops, faptul că studiul circuitelor electrice a profitat de viziunea fecundă provenind din logica matematică (Shannon, Șestakov, Gavrilov, Moisil), viziune de care poate beneficia, prin intermediul analogiei dezvoltate de Franksen, și studiul sistemelor economice. Aici, ca și în alte explorări (A. G. Pikler, *Utility theories in field physics and mathematical economics,* „British Journal for the Philosophy of Science", 5, 1954, p. 47—58 și p. 303—318 ; M. Stone, *Synthesising economics and physics,* „Speculations in Science and Technology", 1, 1978, p. 453—463), este vorba de o unificare teoretică prin care două clase de fenomene de natură foarte diferită capătă o aceeași ordonare și un același tratament ; rămîne de văzut dacă, prin acest fapt, se obține și o explicație unică a celor două clase de fenomene, un mod unic de a înțelege geneza și evoluția lor. Există o contiguitate a fizicului și economicului ? Evident, da. Despre aceasta va fi vorba în cele ce urmează.

Să evocăm mai întîi, urmîndu-l pe Proops, o cercetare mai veche întreprinsă de W. S. Jevons *(The coal question,* McMillan, London, 1865), care observă că mobila, îmbrăcămintea și transportul incorporează în mare măsură cărbune. Dar, arată Proops, dacă în această afirmație înlocuim cărbunele prin energie obținem o altă afirmație, care explică natura fizică a economiei. Înțelegem astfel nevoia universală de energie liberă, fără de care nu putem concepe producerea și transformarea bunurilor, ca element de bază al activității economice. Desigur, Jevons are în vedere rolul energiei în secolul al XIX-lea în Anglia, dar autori mai recenți au demonstrat că observațiile lui Jevons au o valabilitate generală. F. Cottrell *(Energy and Society,* McGraw Hill, London, 1955) consideră că folosirea energiei

este factorul determinant major al comportamentului social, dezvoltînd o adevărată teorie energetică a istoriei. Idei similare apar la L. A. White *(The science of culture,* Grove, New York, 1949 ; *The energy theory of cultural development,* în K. M. Kapodia, ed., *The Ghurye felicitaton volume,* Popular Book Dept., Bombay, 1955, p. 1—10), care se exprimă răspicat : „Toate sistemele culturale, ca și toate sistemele biologice, pot fi reduse la un numitor comun : energia. Energia este o dimensiune universală a culturii" (p. 1). După White, gradul de dezvoltare a unei culturi este proporțional cu cantitatea de energie implicată, ceilalți factori fiind constanți. Energia utilizată de un sistem social devine astfel o măsură a dezvoltării sale culturale.

Dincolo de combustibilii fosili

După Proops, tentativa cea mai ambițioasă de a exprima fenomenele sociale în funcție de folosirea socială a energiei aparține lui H. T. Odum *(Environment, power and society,* Wiley, London, 1971 ; *Energy, ecology and economics,* „Ambio", 2, 1973, p. 220—227). Fiind ecologist, Odum cercetează ecosistemul și, în mod particular, structura fluxurilor de energie în cadrul ecosistemelor. Într-un ecosistem, energia pătrunde prin fotosinteza plantelor. Plantele sînt mîncate de ierbivore, care la rîndul lor sînt mîncate de carnivore, prin mîncare energia fiind transferată de la cel mîncat la cel care mănîncă. Metabolismul plantelor și animalelor răspîndește energie, menținînd astfel o balanță energetică pentru un sistem în echilibru. Interacțiunea dintre diferite părți ale unui ecosistem poate fi văzută în mod rezonabil în termeni de transferuri de energie în cadrul ecosistemului. Odum extinde această metodă (incluzînd o reprezentare simbolică destul de complicată) la fenomene economice

și la sisteme politice și religioase, orientîndu-se după ideea că banii și energia se scurg în direcții opuse. De aici se desprinde o simplă teorie a reprezentărilor energetice ale interacțiunilor sociale.

Însă, după părerea lui Proops, este vorba de un edificiu greșit construit. Proops consideră următoarele trei situații : (1) un leu care mănîncă o antilopă cîștigă energie ; (2) un om care cumpără alimente schimbă bani pentru energie ; (3) cînd cumperi un automobil, schimbi bani pentru o bucată de metal care-i un potențial depozit de energie consumată. Dacă modelul lui Odum este corect, atunci in cazul (3) schimbul este dezavantajos, în contrast cu situația reală. Un automobil este un bun iar alimentele sînt și ele bunuri. Alimentele conțin și energie utilă. Satisfacția pe care o obținem din această energie explică de ce cumpărăm alimente, dar nu explică și de ce cumpărăm un automobil. Cînd Odum asociază fluxuri de energie cu transferul de bunuri, el trebuie, dacă nu vrea să cadă în eroare, să folosească un limbaj de tipul „ca și cum" : un automobil este schimbat pe bani ca și cum am schimba pe bani energia consumată pentru a-l fabrica. Dar care-i energia asociată cu „producerea" unei antilope ? Odum omite să specifice că fluxurile de energie la care se referă sînt pur imaginare.

De la ideea că istoria este determinată de utilizarea socială a energiei nu-i decît un pas pînă la a susține că valoarea bunurilor este determinată de „conținutul" lor de energie. Prin „conținut" se înțelege sau energia care poate fi eliberată din bunul respectiv (cum se întîmplă cu petrolul, cărbunele și alimentele) sau energia folosită pentru producerea bunului respectiv.

Unul dintre primii exponenți ai acestei teorii a fost L. Winiarski (*L'énergie sociale et ses mesurations*, „Revue Philosophique", 49, 1898, p. 113—134 și p. 237—287), care suge-

rează că măsura „transformării" (disipării ?) energiei într-o economie ar fi banii cheltuiți. Ulterior, W. Ostwald (*The modern theory of energetics*, „The Monist", 17, 1907, p. 481—515) a propus o teorie energetică a valorii, ca parte a unei teorii energetice generale a universului. Mai explicit se exprimă în acest sens F. Soddy (*Matter and energy*, Thornton Butterworth, London, 1912, p. 34) : „Energia și bogăția sînt sinonime". Același autor (F. Soddy, *The role of money*, Routledge, London, 1934) pretinde că teoria marxistă a valorii ca produs al muncii ar fi un caz particular al teoriei energetice a valorii. De altfel, așa cum arată M. Desai (*Marxian economics*, Gray-Mills, London, 1974), relația dintre intrările sub formă de muncă și prețurile ieșirilor a fost de mult recunoscută. Printre alții, P. A. Samuelson (*Understanding the Marxian notion of exploitation*, „Journal of Economic Literature", 9, 1971, p. 399—431) a discutat posibilitatea de a reconcilia intrările sub formă de muncă și prețurile asociate în teoria clasică a echilibrului pieții. Dar, crede Proops, ideile lui Samuelson nu prea le susțin pe cele ale lui Soddy. Mai întîi, dacă „munca" este gîndită ca „travaliu fizic uman", nu pare să rămînă vreo valoare disponibilă să dea seamă de alte surse de energie. În al doilea rînd, argumentează Proops, pentru Samuelson, munca este un timp schimbat cu bunuri. Nu interesează dacă acest timp este ocupat cu extragerea cărbunelui sau cu manipularea unor hîrtii, deoarece relevant aici nu este aspectul fizic al muncii, ci cel social.

După 1973, ca urmare a creșterii rapide a prețului petrolului, s-a intensificat cercetarea privind rolul energiei în producție. S-a cristalizat astfel un domeniu nou, Analiza energiei (Energy Analysis), în care se urmărește corelația dintre utilizarea energiei și activitatea economică (producția de bunuri și serviciile). M. Slesser (*Energy analysis and*

technology assessment, „Technology Assessment", 2, 1974, p. 201—208) explică raţiunea de a fi a acestei analize prin referire la întîmplarea unui avion care se prăbuşeşte într-o insulă pustie. Supravieţuitorii îşi pun imediat problema organizării resurselor fizice de care dispun şi ajung la concluzia că resursa cea mai preţioasă este ceea ce le-a mai rămas din provizia de combustibil. Este singura energie intensivă de care ei dispun şi cu care ei pot să topească metalul, să pună în funcţie motoare, să trimită semnale radio şi să producă îngrăşăminte. Dacă dispun şi de cunoştinţele necesare, ei pot folosi ultimele resurse de combustibil pentru a produce celule solare, cu care să obţină o aprovizionare perpetuă cu energie intensivă. Dar, orice ar face, energia stocată pe această insulă rămîne limitată.

Care este sensul acestei parabole ? Societatea modernă depinde aproape în întregime de combustibilii fosili necesari pentru producerea bunurilor pe care ea le consumă. Dar combustibilii fosili sînt în cantitate limitată şi trebuie găsite alte surse de energie, inepuizabile. Analiza energiei urmăreşte efectele pe care le produc schimbările de preţuri la diverşi combustibili asupra preţurilor mărfurilor pe piaţă. Aici intervine, firesc, şi evaluarea energiei investite, direct sau indirect, în producerea unui bun (J. L. R. Proops, *Input-output analysis and energy intensities*, „Applied Mathematical Modelling", 1, 1977, p. 181—186 ; R. A. Herendeen, *Input-output techniques and energy cost of commodities*, „Energy Policy", 6, 1978, p. 162—165). O altă problemă importantă este estimarea nevoilor de energie ale economiei, pe baza cererii pe care consumatorii o anticipează în ceea ce priveşte producţia de bunuri. Aici intervine şi evaluarea ratei de epuizare a combustibililor fosili neregenerabili. M. W. Gilliland (*Energy analysis and public policy*, „Science", 189, 1975, p.

1051—1056) propune măsurarea impactului activităților economice asupra mediului, folosind energia ca o unitate comună care ar permite internalizarea, în cadrul procesului economic, a factorilor inițiali externi ai mediului. Valoarea energetică a mediului este dată de cantitatea de energie solară folosită de ecosistem pentru a face posibile producția și serviciile, tot așa cum valoarea unei mărfi este dată de cantitatea de combustibil fosil folosită de mașini pentru obținerea produsului respectiv.

Organizare economică și energie

Analiza energiei a condus pe unii autori la o teorie energetică a valorii, teorie care a dat naștere multor controverse (vezi, de exemplu, D. A. Huettner, *Net energy analysis: an economic assessment*, „Science", 192, 1976, p. 101—104). Aceste critici cunosc o formă extremă la M. Webb și D. Pearce (*The economics of energy analysis*, „Energy Policy", 3, 1975, p. 318—331), care văd în Analiza energiei un simplu instrument empiric pe baza căruia, în condiții simplificatoare, este pusă în evidență importanța energiei în producție. Reacțiile la aceste critici nu au întîrziat. M. Common (*The economics of energy analysis reconsidered*, „Energy Policy", 4, 1976, p. 158—165) consideră că, prin analiza energiei, științele economice au redescoperit natura finită a mediului în care se desfășoară activitatea economică, însă economiștii nu au mers încă prea departe în stabilirea implicațiilor acestui fapt. Este vorba aici de o polemică între ingineri și economiști ? Analiza energiei integrează inevitabil aspecte multiple, de la cele inginerești la cele economice, de la cele ecologice la cele umane. Este probabil inevitabilă ciocnirea, aici, a viziunii pur economiciste tradiționale cu interpretările mai noi,

promovate de noua revoluție științifică și tehnologică. Un inginer sau un fizician se apropie de fenomenul economic cu o altă mentalitate decît economistul, dar impactul economic al energiei este prea important pentru a-l putea accepta într-o viziune reducționistă. Este necesară articularea și integrarea tuturor punctelor de vedere.

Urmărind în continuare itinerarul la care ne invită Proops, ne vom referi acum la relația energiei cu organizarea economică și comportamentul economic. Este invocat mai întîi J. Davidson (*One of the physical foundations of economics*, „Quarterly Journal of Economics", 33, 1919, p. 717—724), care s-a ocupat de legea veniturilor descrescînde, considerînd-o o consecință a interacțiunii fizice dintre diferitele proporții ale agenților productivi, ca îngrășăminte și sol, mașini și oameni etc. În mod inevitabil se insinuează aici și matematica. Davidson caută să arate că legea scăderii veniturilor are la bază fenomene de natură fizico-chimică și, datorită acestui fapt, poate fi exprimată probabilistic. În combinarea aleatoare a două mulțimi, dacă una dintre mulțimi crește continuu, numărul probabil de „perechi mixte" crește de asemenea, dar rata acestei creșteri descrește. Prin analogie, adăugarea continuă a unor elemente productive într-un proces de producție va conduce la o descreștere a veniturilor pentru fiecare unitate adăugată.

O generalizare a acestor idei s-a obținut prin considerarea activității economice în relație cu entropia. Entropia este o variabilă termodinamică ; ea crește cînd un sistem izolat tinde spre echilibru termodinamic (caracterizat prin absența oricărei tendințe de schimbare termodinamică în sistem). Disiparea (consumul) energiei pare inerentă funcționării sistemelor economice. Această disipare constă în dispersarea energiei conținute în combustibil sub formă de căldură inutilizabilă (pierdută), con-

stituind astfel un proces de generare a entropiei. Ajuns la acest punct, Proops se referă pe larg la N. Georgescu-Roegen (ale cărui idei sînt bine cunoscute cititorului român, din cartea care i s-a tradus la Editura Politică, în colecția „Idei contemporane"), care încă în 1971 observa (urmîndu-l pe E. Schrödinger) că întreaga viață economică se bazează pe *entropie redusă,* condiție absolut necesară ca un lucru să fie util. Proops întreprinde radiografia acestui raționament, formulînd ipoteza că Georgescu-Roegen a folosit următoarea inferență : (1) economiile se bazează pe entropie scăzută, (2) lucrurile necesare într-o economie sînt „utile", deci (3) lucrurile utile au o entropie scăzută. Însă, observă Proops, (3) nu decurge necesar din (1) și (2). Trebuie să luăm în considerare și premisele ascunse : (a) toate lucrurile utile prezintă nivele similare de entropie, (b) toate lucrurile utile au utilizări asemănătoare. Drept contra-exemplu la concluzia lui Georgescu-Roegen, Proops se referă la utilitatea aerului fluorizat, în opoziție cu apa pură.

Însă elementul principal în argumentarea lui Georgescu-Roegen i se pare lui Proops a fi faptul că producția de bunuri are nevoie de mașini, care în general nu pot fi făcute din materiale naturale, ci din materiale fabricate, de entropie scăzută. Se sugerează astfel că economiile constau în dispozitive de entropie joasă, a căror funcționare însă generează entropie. Proops pune în contrast această idee a lui Georgescu-Roegen cu aceea a lui K. E. Boulding (*Economics as a science,* McGraw Hill, London, 1970 ; pentru dezvoltări ulterioare a se vedea R. E. Overbury, *Features of a closed-system economy,* „Nature", 242, 1973, p. 561—565 ; J. M. English, *Economic concepts to disturb the engineer,* „Engineering Economist ASEE", 19, 1974, p. 141—152 ; *Economic theory-new perspectives,* în J. J. van Dixhoom and F. J. Evans eds.,

Physical structure in systems theory, Academic Press, London, 1974, p. 279—296), după care *producția* de bunuri corespunde unui proces de descreștere a entropiei, în timp ce *consumul* de bunuri corespunde, dimpotrivă, unui proces de creștere a entropiei.

Proops consideră că utilitatea unor bunuri *nu* este, în general, legată necesar de entropia lor, chiar dacă în unele cazuri, ca cel al minereului de fier, consumul unui bun poate duce la o *descreștere* a entropiei sale. Mai fundamentală decît entropia fizică a bunurilor și decît entropia creată prin folosirea lor în producție i se pare lui Proops problema relațiilor de organizare în cadrul unei economii, așa cum se reflectă ele în energia disipată de această economie. Autori ca Boulding și English (lucrările menționate mai sus) și R. N. Adams (*Energy and structure*, Texas Univ., Austin, 1975) văd o corelație pozitivă între gradul de organizare al unei societăți și energia pe care ea o cheltuiește. După Boulding și English, organizarea determină utilizarea de energie, în timp ce pentru Adams utilizarea de energie determină organizarea, în consonanță cu teoriile energetice ale istoriei. Însă nici unul dintre acești autori nu aprofundează problema, crede Proops, pentru care legătura dintre energie și organizare nu poate fi investigată serios și modern fără referință la conceptele de entropie și informație.

Prin entropie și informație, de la fizică la economie

Entropia unui sistem este o variabilă fundamentală în orice analiză termodinamică. Definiția macro-fizică a entropiei S se referă la un sistem izolat : $dS = d_1Q/T$, unde d_1Q nu este o diferențială exactă, iar integrala diferențialei dS este nenegativă, anularea ei producîndu-se numai în cazul proceselor reversi-

bile. Într-un proces ciclic ireversibil entropia unui sistem izolat crește ; acesta este sensul celui de al doilea principiu al termodinamicii. O expresie alternativă, micro-fizică, a entropiei S este dată de $-kN$ (sumă de $P_i \log P_i$) $+C$, unde k este constanta lui Boltzmann, N este numărul micro-componentelor sistemului, C este o constantă iar P_i este probabilitatea de găsire a unei micro-componente în elementul partiționat de rang i al spațiului de poziții și viteze. Interpretarea euristică obișnuită a entropiei este aceea a „gradului de amestec" *(mixed-upness)* pe care-l prezintă sistemul. Funcția dată de suma produselor $P_i \log P_i$ este maximizată atunci cînd valorile P_i sînt egale, cu alte cuvinte, sistemul este maximal „amestecat" atunci cînd probabilitatea unei componente de a se găsi într-un element al spațiului fazelor este aceeași pentru fiecare element.

O altă linie de gîndire se referă la entropia informațională (C. E. Shannon, W. Weaver, *The mathematical theory of communication,* Uniw. of Illinois Press, 1949). Aceasta i-a condus pe E. T. Jaynes (*Information theory and statistical mechanics,* „Physical Review", 106, 1957, p. 620-630 și 108, 1957, p. 171-190) și M. Tribus (*Information theory as the basis for thermostatics and thermodinamics,* „Journal of Applied Mechanics. Transactions of ASME", Section E, 83, 1961, p. 1—8) la ideea de a exprima entropia fizică a unui sistem ca măsură a incertitudinii observatorului în ceea ce privește starea micro-fizică a sistemului.

Proops, pe care-l urmăm și în această etapă, distinge trei tipuri de folosire a entropiei informaționale. Mai întîi, entropia este o măsură a diversității, inegalității sau concentrării și intervine în probleme de clasificare. În al doilea rînd, maximizarea entropiei supusă unor constrîngeri permite soluționarea unor probleme de specificare sistemică, în care cu-

noașterea stării sistemului este incompletă sau incoerentă. În al treilea rînd, frecventa identificare a entropiei informaționale cu entropia termodinamică a încurajat formularea unor aspecte ale teoriei producției. Primele două tipuri de utilizare a entropiei au în vedere măsura informației. În acest sens, o discuție detaliată a aplicațiilor în științele sociale poate fi găsită la I. A. Walsh și M. J. Webber (*Information theory: some concepts and measures,* „Environment and Planning", A 9, 1977, p. 395—417) și la John L. R. Proops (*Energy, Entropy and Economic Structure,* Ph. D. Thesis, J. Keele, UK 1980). Cea de a treia utilizare are în vedere natura fizică a sistemelor prin evaluarea entropiei fizice a acestor sisteme, într-o abordare teoretic-informațională. L. Brillouin (*Science and Information Theory,* Academic Press, London, 1956) discută, în această ordine de idei, conversia entropiei informaționale în entropie termodinamică prin utilizarea constantei lui Boltzmann.

Entropia termodinamică a structurilor organizaționale a fost examinată sub aspect economic. R. S. Berry (*Recycling, thermodynamics and environmental thrift,* „Bulletin of Atomic Scientists", 73, 1972, p. 8—15), J. C. Allred (*Application of entropy concepts to national energy problems,* lucrare nepublicată, 1977) și J. Thoma (*Energy, entropy and information,* Research Memorandum RM-77-32, IIASA, Luxemburg, 1977) consideră că fasonarea diferitelor materiale prezintă un aspect entropic, efect pe care ei îl calculează prin evaluarea numărului de căi pe care se poate construi o mașină, rămînînd în limitele de toleranță admise pentru propria sa funcționare. Se constată că entropia termodinamică asociată cu această fasonare este neglijabilă în raport cu contribuția entropică a altor procese de fabricare. Acest rezultat negativ ar putea sugera că entropia atribuibilă formei funcționale a

echipamentului economic capital este atît de mică încît s-ar putea să nu existe nici o relație între organizarea economică funcțională și energia cheltuită. Trebuie să fim prudenți în a identifica organizarea cu entropia redusă. Cît de utilă se poate dovedi termodinamica sistemelor izolate în înțelegerea evoluției și funcționării economiilor ? Iată o problemă care rămîne deschisă.

Există o tentație puternică, de natură intuitivă, de a identifica activitatea economică și productivă cu degradarea entropiei și de a vedea în organizarea economică o formă de reducere a entropiei. Proops consideră o atare viziune deficitară din următoarele motive. Mai întîi, echilibrul termodinamic este asociat cu entropia maximă numai în cazul sistemelor izolate. Dacă un sistem este închis (adică admite cu exteriorul numai schimburi de energie, nu și de materie), atunci echilibrul este atins de îndată ce energia liberă este minimizată. În al doilea rînd, ipoteza după care al doilea principiu al termodinamicii ar fi un factor de constrîngere asupra activității economice s-ar putea dovedi și inutilă și neadevărată. De exemplu, K. R. Popper (*Time's arrow and entropy,* „Nature", 207, 1965, p. 233—234) a arătat că, în aparentă opoziție cu ideea populară a unui univers aflat într-o continuă creștere a entropiei, printr-o „moarte termică", universul pare să fie din ce în ce mai bine structurat. În al treilea rînd, după cum a arătat N. Georgescu-Roegen (*Energy analysis and economic valuation,* „Southern Economic Journal", 45, 1979, p. 1023—1058), sistemele economice schimbă cu exteriorul nu numai energie ci și materie, deci sînt sisteme deschise. Un sistem izolat are o singură sursă de generare a entropiei : procesele interne ireversibile care apar pe măsură ce sistemul se apropie de starea sa de echilibru. Un sistem deschis, însă, are atît o sursă internă dS_i de creștere a entropiei, cît și una

externă dS_e, asociată cu masa și energia comunicate către sau/și dinspre mediul înconjurător. Creșterea totală dS a entropiei în intervalul de timp dT este dată de suma $dS_i + dS_e$. Dacă dS_i este neîndoielnic pozitivă, dS_e este pozitivă sau negativă, după cum sistemul importă entropie de la mediu sau o transferă pe aceasta mediului. Apare astfel posibilitatea unui sistem deschis pentru care dS_i nu poate întrece pe $-dS_e$, deci dS nu poate fi pozitivă. Rezultă că într-un sistem deschis pot să apară nivele descrescînde de entropie sau nivele aflate sub cele corespunzătoare sistemelor izolate. Nu cumva la sisteme de acest fel s-a gîndit E. Schrödinger (*What is life ?*, Cambridge Univ. Press, London, 1944 ; versiune românească în colecția „Idei contemporane", Editura Politică) cînd a afirmat că organismele consumă „negentropie" din mediul înconjurător ? Proops preconizează un cadru conceptual comun pentru înțelegerea dezvoltării structurilor în sisteme anorganice, animate sau economice. Rămîne însă problema mecanismului acestei dezvoltări. Termodinamica nu respinge formarea unor sisteme deschise cu entropie redusă, dar nu este clar dacă ea prevede o atare formare.

Autoorganizarea și sistemele departe de echilibru

Pe măsură ce un sistem se structurează, el se depărtează de starea de echilibru, crede Proops. Acest fapt face necesar studiul comportamentului sistemelor care nu se află în starea de echilibru. Într-o formă crudă, o idee în acest sens se află încă la Maxwell (1871) iar într-o formă mai elaborată o găsim la I. Prigogine (*Études thermodynamiques des procéssus irreversibles*, Desoer, Liège, 1974). Prigogine a considerat un sistem deschis într-o stare continuă de neechilibru *(non-equilibrium*

steady state), adică un sistem pentru care componenta internă $d_i S$ a creșterii entropiei este egală și de semn opus față de componenta externă $d_e S$ a acestei creșteri, deci creșterea totală dS este nulă. Prigogine a arătat că în aceste împrejurări, dacă sistemul se apropie de starea de echilibru, atunci producerea de entropie pe unitate de timp, $d_i S$, va tinde către valoarea minimă compatibilă cu condițiile la limită la care se află supus sistemul. Lui Prigogine îi datorăm teorema de producere a entropiei minime, teoremă după care starea care prezintă cea mai mică producere de entropie este stabilă. Din teorema lui Prigogine aflăm că, în timp ce sistemele izolate au stări de echilibru caracterizate prin entropie maximă, iar sistemele închise sînt caracterizate prin energie liberă minimă, sistemele deschise apropiate de echilibru ating stări staționare de neechilibru, caracterizate printr-o rată minimă de producere de entropie. Aceste din urmă sisteme tind spre stări de lucru mecanic minime. Proops crede că acest fapt este relevant în ceea ce privește specificarea termodinamică a proceselor de maturație în organisme și în ecosisteme. P. J. Stoward (*Thermodynamics of biological growth,* „Nature", 194, 1962, p. 977—978) și A. I. Ziotin și R. S. Zotina (*Thermodynamic aspects of developmental biology,* „Journal of Theoretical Biology", 17, 1967, p. 57—75) au arătat că în dezvoltarea organismelor de la etapa de zigot la cea adultă rata consumului de căldură (pe unitatea de masă) descrește către un minim. Consumul de căldură se conturează astfel drept constituentul major al procesului de generare a entropiei interne. Se știe acum că orice prejudiciu adus unui organism face ca rata de producere de entropie (de către organism) să crească mai întîi, pentru ca, apoi, să scadă pe măsură ce organismul recuperează.

Față de o interpretare a rezultatelor de mai sus în sensul unor stări staționare aproape

de echilibru, tinzînd către starea lor de producere minimă de entropie (I. Prigogine — J. M. Wiame, *Biologie et thermodynamique des phénomènes irreversibles,* „Experientia", 2, 1946, p. 451—453), Proops ne previne să fim prudenți, referindu-se la observația lui K. S. Trincher (*Biology and Information,* Consultants Bureau, New York, 1965), după care nu este deloc clar că organismele vii sînt sisteme aproape de echilibru, așa cum se cere pentru aplicarea teoremei lui Prigogine. G. Nicolis și I. Prigogine (*Self-organisation in non-equilibrium systems,* Wiley, New York, 1977) au propus, pentru sisteme aflate departe de echilibru, un „criteriu de evoluție" asociat cu criteriul de minim al producerii de entropie. Dar pentru sistemele foarte complicate, incluzînd organisme dintre cele mai simple, interpretarea acestui criteriu este destul de ambiguă iar starea către care tinde un sistem, pe baza aceluiași criteriu, nu este în general una de stabilitate.

Permițînd o înțelegere mai profundă a anumitor sisteme, teoria stărilor staționare apropiate de echilibru nu pare a fi totuși capabilă să explice originea structurii acestor sisteme. Stabilitatea stărilor ne asigură că ele nu pot evolua spre o structurare suplimentară. Cum atunci putem explica și înțelege evoluția continuă a structurilor, pe care o observăm mereu ? Un cadru conceptual al unei explicații necesare a acestei situații a apărut prin cercetările lui I. Prigogine și școala sa de la Bruxelles, în legătură cu comportamentul sistemelor deschise care se află departe de echilibrul termodinamic (I. Prigogine, G. Nicolis, *Biological order, structure and instabilities,* „Quarterly Review of Biophysics", 4, 1971, p. 107—147 ; I. Prigogine, G. Nicolis, A. Babloyantz, *Thermodynamics of evolution,* „Physics Today", 25, 1972, p. 23—28). S-a arătat astfel că sistemele aflate departe de echilibru pot manifesta comportamente foarte

diferite, într-o anumită măsură în funcție de condițiile la limită impuse sistemului. Cu fiecare stare se asociază o entropie caracteristică și o rată caracteristică de producere a entropiei. În funcție de natura sistemului, modificarea condițiilor la limită poate determina treceri continue sau abrupte de la o stare la alta. Un exemplu clasic în această privință îl constituie formarea celulelor de convecție ale lui Bénard în lichide supuse unui gradient de temperatură. Dacă inițial gradientul este mic, lichidul va transporta energia numai prin conducție. Dacă însă gradientul de temperatură depășește un anumit nivel critic, dependent de dimensiunile containerelor și de proprietățile lichidului folosit, atunci formarea spontană a celulelor de convecție conduce la o considerabilă creștere a ratei transportului de căldură prin sistem. Celulele formate sînt invariabil de formă hexagonală și dispuse cu o anumită regularitate. Coordonarea lor moleculară manifestă o lungă rază de acțiune, fenomenul situîndu-se dincolo de limitele de probabilitate pentru un sistem izolat. Alte exemple de autostructurare a unor sisteme departe de echilibru pot fi găsite la reacțiile autocatalitice. În toate aceste cazuri, structura generată este asociată cu consum de energie ; de aceea, structurile de acest fel au fost numite *structuri disipative*. În opoziție cu ele se află *structurile de echilibru*, de tipul cristalelor.

Teoria structurilor disipative poate fi adoptată ca un cadru conceptual în descrierea fizică, termodinamică a funcționării economiilor. Economiile se dovedesc a fi disipative și funcționează pe bază de autoorganizare, dar în timp ce aspectul disipativ a fost analizat în detaliu, autoorganizarea a fost mai puțin studiată iar relația ei cu disiparea așteaptă încă să fie clarificată (J. L. R. Proops, *Energy*,

entropy and economic structure, Ph. D. Thesis, Keele, U.K., 1980). Nu dispunem încă de o definiție satisfăcătoare a *organizării economice*. În această privință, J. L. R. Proops (*Organisation and dissipation in economic systems*, „Journal of Social and Biological Structures", 6, 1983, p. 353—366) se prevalează de noțiunea de „integralitate" (K. G. Denbigh, *A non-conserved function for organised systems*, în L. Kubat-J. Zeman, eds. *Entropy and information*, Elsevier, Oxford, 1975, p. 83—92 ; *An inventive universe*, Hutchinson, London, 1975), ca măsură a organizării pentru structuri cu automenținere, în contrast cu entropia, pe care Denbigh o consideră o măsură a „ordinii" pentru structuri în echilibru. Proops a încercat să cuantifice integralitatea pentru diferite economii, folosind tabele de intrări și ieșiri. S-a putut găsi astfel o relație pozitivă între măsura integralității și consumul de energie al unei economii.

La capătul acestui itinerar în care l-am avut ca ghid pe J. L. R. Proops, ne exprimăm regretul că, exceptînd cercetările lui N. Georgescu-Roegen, autorul nu a cunoscut și nu a luat în considerare numeroasele cercetări românești privind relația dintre fizică și economie, dintre energie și entropie, dintre energie, biologie și umanitate. De la personalismul energetic al lui C. Rădulescu Motru la importantele cercetări ale lui Octav Onicescu în ceea ce privește entropia și energia informațională, o bogăție de idei se articulează esențial cu problematica discutată mai sus. Cercetările lui Gh. Zapan privind entropia în psihologie sînt de asemenea importante. Un rol deosebit în ceea ce privește colaborarea dintre matematică, științele naturii și științele economice l-a avut, în țara noastră, Școala Superioară de Statistică înființată de O.Onicescu în 1931 și transformată ulterior în Institutul de Statistică, Actuariat și Calcul al Universi-

tăţii din Bucureşti (unde printre profesori s-a numărat şi Georgescu-Roegen).

Este deci legitim un popas la reflecţia românească în domeniul energiei.

Din gîndirea energetic-entropică românească

Urmărind itinerarele gîndirii ştiinţifice şi filosofice româneşti, observăm predilecţia pentru anumite teme şi motive, luminate mereu din noi şi noi unghiuri şi mereu cu alte perspective. O asemenea frumoasă obsesie o constituie conceptele de energie şi entropie. Tentaţia de a extinde la întregul cîmp al experienţei omeneşti legea conservării şi transformării energiei şi de a privi din acest punct de vedere întreaga problematică a personalităţii umane apare încă din primul deceniu al secolului nostru la un filosof de talia lui Constantin Rădulescu-Motru, în cadrul unei adevărate doctrine filosofice, cunoscută sub numele de *personalism energetic*. Desigur, modul în care acest autor extrapolează în domeniul uman relaţii şi restricţii ale universului fizic nu este lipsit de simplificări care astăzi ne par naive, dar nu e mai puţin adevărat faptul că ideile sale pot fi reconsiderate astăzi ca transferuri inerente procesului de modelare a psihicului uman. Din acest punct de vedere, cercetările lui Rădulescu-Motru merită o reconsiderare de tipul aceleia pe care Mircea Maliţa a consacrat-o mecanicii sociale a lui Spiru Haret.

Conceptul de energie îl evocă însă pe cel de entropie, aşa cum ne învaţă principiul al doilea al termodinamicii. Din modul în care conceptul de entropie a călătorit din termodinamică în teoria informaţiei era firesc să se desprindă întrebarea privind un transfer analog al conceptului de energie (cinetică). Totuşi, posibilitatea unei energii informaţionale şi a unui analog informaţional al principiului al

doilea al termodinamicii a fost pusă în evidență abia în 1966, de către creatorul școlii românești de teoria probabilităților, matematicianul Octav Onicescu. Energia informațională a unui sistem cu mai multe stări este o caracteristică globală a sistemului, definită prin suma pătratelor probabilităților de apariție ale stărilor sistemului. Analogia cu expresia energiei cinetice, care cuprinde pătratele unor viteze, este evidentă. Expresia ca atare a energiei informaționale mai fusese utilizată, cu treizeci de ani înainte de apariția teoriei informației, de către italianul Corrado Gini, fără însă a-i sesiza profundele sale semnificații. În cei 20 de ani de la apariție, conceptul de energie informațională a fost utilizat în nenumărate domenii, ca economia, lingvistica, psihologia, pedagogia, demografia și poetica. Cum se explică acest succes? Energia informațională are o semnificație intuitivă conformă cu denumirea ei și, în același timp, se calculează ușor și este legată printr-o relație simplă cu entropia : cînd una dintre ele crește, cealaltă descrește. Este deci suficient să stabilim sensul de variație al energiei pentru a deduce pe cel al entropiei. Avantajul este evident. deoarece este mult mai ușor să se evalueze energia decît entropia (aceasta din urmă comportînd calcule cu logaritmi).

Însă energia informațională nu este decît un caz particular al unui parametru mai complex, corelația informațională, al cărei autor este tot Octav Onicescu. Corelația informațională a două populații exprimă gradul în care ele au proprietăți comune, iar corelația unei populații cu ea însăși este tocmai energia ei informațională. În colaborare cu Vasile Ștefănescu, Octav Onicescu a publicat o monografie de sinteză privind diverși parametri informaționali (*Elemente de statistică informațională cu aplicații*, Editura Tehnică, București, 1979).

Cel puțin trei nume românești mai trebuie discutate în legătură cu gîndirea energetic-entropică : N. Georgescu-Roegen, St. Lupasco și Gh. Zapan. Primii doi au beneficiat de cîte o apariție în colecția „Idei contemporane" ; nu vom mai insista aici asupra lor. Gh. Zapan a fost reconsiderat destul de tîrziu, prin ediția selectivă a operei sale, ediție îngrijită de Pavel Mureșan (*Cunoașterea și aprecierea obiectivă a personalității,* Editura Științifică și Enciclopedică, 1984). Gh. Zapan a elaborat un procedeu matematic de definire și evaluare a gradului de organizare a unor sisteme evolutive calitative. Pavel Mureșan consideră că formula stabilită de Zapan în acest scop este superioară formulei entropiei lui Shannon, aceasta din urmă fiind aplicabilă numai sistemelor fizice cu structură primară, sumativă și măsurînd numai gradul de nedeterminare, nu și cantitatea reală de informație conținută în sistem.

Un text de limbă este și el un sistem informațional, ale cărui stări sînt foneme sau litere. Putem deci măsura gradul de imprevizibilitate al unui text prin valoarea entropiei informaționale. Era natural ca această idee să fie aplicată în primul rînd textelor poetice, deoarece acestea atrag cu precădere atenția prin alăturările surprinzătoare de cuvinte. Pentru limba română, primele evaluări ale entropiei au fost efectuate de Edmond Nicolau, care a arătat că entropia poeziilor lui Arghezi este sensibil egală cu aceea a poeziilor lui Eminescu. Poezia populară are de obicei o entropie mai mică decît aceea a poeziei culte ; însă și o poezie cultă, scrisă în stil popular, ca „La mijloc de codru" de Mihai Eminescu, are și ea o entropie relativ mică. Valoarea entropiei nu depinde numai de alăturările mai mult sau mai puțin previzibile de cuvinte, ci și de alți factori, care pot acționa în sens invers. Astfel, în poezia menționată, rimele și repetițiile sînt de natură să mărească previzibilitatea textului,

deci să-i micșoreze entropia. Versurile fiind scurte, rimele sînt dese.

Însă, în măsura în care vrem să dăm observațiilor de mai sus o valabilitate riguroasă și generală, este necesar să se treacă la considerarea unor eșantioane din ce în ce mai mari ; altfel, rămînem în domeniul ipotezelor.

PROVOCAREA ȘTIINȚELOR SOCIALE

Unde începe știința ?

În orice discuție despre știință, distincția dintre științele naturii și științele sociale a devenit curentă. Din bogata literatură dedicată acestei probleme, vom lua ca punct de plecare un articol al profesorului de științe politice de la Universitata din Michigan, J. David Singer (*Social Science and Social Problems*, „Society", vol. 16, 1979, no. 5, p. 49—56). În polemica sa, Singer are în vedere pe acei autori care consideră că disciplinele sociale nu pot dobîndi statut de știință din două motive, unul referindu-se la complexitatea prea mare a fenomenelor sociale, iar celălalt constînd în faptul că aceste fenomene nu pot fi aduse în laborator și supuse unor experimente controlate.

O contestație atît de radicală obligă, firește, la o discuție a termenilor de bază. Singer consideră că pentru înțelegerea naturii cercetării întreprinse de disciplinele sociale un rol fundamental îl au conceptele de știință, cunoaștere, teorie și raționalitate. Pentru Singer, o cercetare este științifică dacă folosește ipoteze explicite, procedee repetabile, tehnici precise de observare și măsurare și metode matematice de prelucrare și interpretare a rezultatelor obținute prin observare și măsurare. Pentru a fi mai exacți, trebuie să spunem că Singer

se referă la „raționamente matematice sau statistice", ca și cum raționamentul statistic n-ar fi o specie a raționamentului matematic. Singer recunoaște că invocînd procedee repetabile — observarea, măsurarea și raționamentul statistic — devine aproape inevitabilă referirea la experiment. Punctul său de controversă are în vedere pretenția că numai în laborator sînt posibile experimente. Imensa cantitate de cunoaștere acumulată și codificată de arheologi, astronomi, etologi, geologi și zoologi, de exemplu, este în mare măsură de natură experimentală, dar numai o parte relativ mică a ei a rezultat dintr-o cercetare de laborator. O situație similară o prezintă cercetarea efectuată de psihologi, sociologi, economiști și politologi. Concluzia lui Singer este: caracterul științific al unei cercetări nu e determinat de *locul* în care ea se desfășoară (într-un laborator sau aiurea), ci de *natura* ei.

Desigur, laboratorul nu poate fi o condiție obligatorie pentru orice cercetare științifică. S-ar putea ca autorii (din păcate, nenumiți) cu care polemizează Singer să aibă în vedere o idee de laborator mai largă decît aceea considerată în științele naturii, dar chiar și în acest caz este vorba, fără îndoială, de o cercetare experimentală, deci de o cercetare în care experiențele sînt provocate, observate și controlate de către cercetător. Conștient de faptul că în domeniul social este mai dificilă provocarea unor experiențe (de aceea se și folosește calificativul *experiențial* pentru a distinge natura multor experiențe sociale de aceea *experimentală* a multor experiențe din științele naturii), Singer definește caracterul științific al unei cercetări prin condiții care nu mai cer prezența obligatorie a unor experimente. În schimb, pune alte condiții restrictive, de natură metodologică, în special folosirea instrumentului matematic pentru prelucrarea și interpretarea rezultatelor. În

afară de aceste condiții formulate explicit, mai intervin în formularea lui Singer și alte restricții, de natură mai mult sau mai puțin implicită. Este vorba de o supunere totală la obiect, în încercarea de a-l descoperi cît mai bine. Obiectul preexistă celui care-l cercetează. Totul începe cu observarea atentă a obiectului și cu efectuarea unor măsurători privind datele observate. Urmează un proces de inducție și de generalizare, de interpretare a rezultatelor. Nu se poate nega că aceasta este structura multor activități de cercetare științifică, în botanică sau în zoologie de exemplu. Naturalistul suedez din secolul al XVIII-lea Carl von Linné este, prin cercetările sale taxinomice privind plantele și animalele, un exemplu tipic în această privință.

Între model și teorie

Dacă autorii cu care Singer polemizează se reclamă evident (nu știu dacă și explicit) de la viziunea empiristă a lui Francis Bacon, care preconiza o cercetare științifică bazată pe observație și experiment, nici Singer nu se depărtează prea mult de această concepție; reține observația, dar abandonează obligativitatea experimentului. Prin aceasta, Singer nu face decît să-l adapteze pe Bacon la specificul fenomenelor sociale. În plus, îl și modernizează, impunînd exigențe de precizie a mijloacelor de observare și măsurare (ceea ce presupune a fi la pas cu tehnica modernă), de prelucrare și interpretare matematică a rezultatelor (ceea ce presupune luarea în considerare a nivelului atins de matematică). Să observăm că această ultimă condiție îl îndepărtează numai parțial pe Singer de Bacon, deoarece metoda deductivă, respinsă de Bacon, nu apare la Singer în partea fundamentală, de concepție, ci în faza finală, de interpretare.

Pare stranie, în această ordine de idei, condiția inițială din formularea lui Singer, stipulînd folosirea unor ipoteze explicite. Această condiție apare ca un corp străin în contextul celorlalte condiții. Explicitarea ipotezelor ține de o altă mentalitate, care se asociază cu metoda modelării și în care cercetarea științifică include și acte de invenție, nu numai de descoperire. Avem în vedere folosirea modelelor ipotetic-deductive, modele care trebuie să treacă examenul unei anumite capacități explicative a fenomenelor studiate. Dacă trebuie să căutăm printre clasici un reprezentant al acestei atitudini, l-am alege pe Johannes Kepler, care a elaborat modelul orbitelor eliptice ale planetelor. Aproximarea fenomenelor prin modele explicative de natură ipotetic-deductivă este una dintre cele mai puternice metode folosite azi în științele sociale și este curios că Singer nu se referă la ea, cu atît mai mult cu cît el subliniază faptul că scopul principal al cercetării științifice nu este de a prevedea, ci de a explica.

Dar nu cumva metoda modelării ar putea fi considerată un caz particular al celei preconizate de Singer? Răspunsul este categoric negativ. Într-un model matematic, componenta formală intervine în partea inițială, de concepție, în timp ce rezultatele observației servesc fie pentru motivarea modelului, fie pentru testarea capacității sale explicative. La Singer, dimpotrivă, partea matematică intervine a posteriori, nu în elaborarea rezultatelor, ci numai în interpretarea lor.

O condiție pentru ca informația să devină cunoaștere științifică este pentru Singer proprietatea ei de a putea fi comunicată, deci reprezentată cu ajutorul unor simboluri verbale, numerice, grafice sau electronice. Comunicabilitatea unei informații asigură posibilitatea testării ei de către diverși specialiști și eventuala ei acceptare în corpul cunoașterii științifice; acest corp al cunoașterii

validate constituie pentru Singer o teorie. Într-o altă formulare, teoria este pentru el un corp de propoziții care oferă o explicație credibilă a unor fenomene observabile, sînt logic compatibile, ansamblul lor fiind consistent cu orice altă cunoaștere relevantă ; în plus, sînt formulate într-un limbaj controlabil și, în cea mai mare parte, deja testat cu succes. Față de o atare înțelegere a teoriei, Singer consideră că științele sociale au la activul lor doar un număr redus de performanțe teoretice. Dar, adăugăm noi, modul său de a concepe teoria nu este lipsit de unele echivocuri și obscurități. Teoria sa are ceva dintr-un model și ceva dintr-o teorie, lipsindu-i cîte ceva din fiecare dintre ele.

Bunge și Singer despre teorie

Am văzut că J. David Singer condiționează statutul de teorie de faptul de a produce o explicație *credibilă* (sublinierea noastră) a fenomenelor. Dar credibilitatea este în mare măsură determinată de presupozițiile care se află la baza mentalității științifice a unei epoci, de orizontul ei de așteptare, de toate acele idei implicite, neconștientizate sau semiconștientizate care influențează puternic gradul de plauzibilitate atribuit unei aserțiuni. În particular, faimosul paradox al inducției pus în evidență de Carl Hempel și Nelson Goodman este și el o consecință a acțiunii acestor presupoziții, datorită cărora inducția nu este o trecere liniară de la particular la general, ci un proces circular în care momentul empiric și cel teoretic se află într-o interacțiune simetrică. O circularitate similară guvernează relația dintre subiect și obiect, dintre observator și observat. Dacă în științele naturii această circularitate s-a lăsat greu și tîrziu detectată, acțiunea ei în științele social-umaniste este vizibilă cu ochiul liber, deoarece

cercetătorul aparține domeniului social investigat. Fenomenul este atît de important, încît unii cercetători îl așază în punctul de plecare al investigației. O prestigioasă monografie publicată de Hugo Zemelman (*Uso critico de la teoria,* United Nations University, Tokyo, 1987) și dedicată aspectelor epistemologice și metodologice ale științelor sociale începe cu următoarea afirmație: „Punctul de plecare îl constituie problema modului de organizare a relației cu o realitate care se constituie într-un obiect de studiu pe care-l putem influența și asupra căruia putem acționa". Acest aspect pare să-i fi scăpat lui Singer, în orice caz nu-i acordă atenția cuvenită. Hugo Zemelman aduce în discuție punkte de vedere interesante, aparținînd lui Louis Althusser, Gaston Bachelard, Raymond Boudon, Mario Bunge, Witold Kula, Robert K. Merton, Adam Schaff, Jindrich Zeleny (acesta din urmă, autor al unei investigații de amploare privind structura logică a *Capitalului* lui Karl Marx).

În ceea ce privește condiția de compatibilitate logică internă a ansamblului de propoziții care alcătuiesc o teorie, exigența lui Singer poate să pară normală, dar posibilitatea de a testa o atare condiție este foarte problematică. În orice caz, aici intervine o dilemă de tip Gödel, cu atît mai mult cu cît matematizarea impusă de Singer apropie teoriile din științele sociale de dificultățile generale ale proceselor de formalizare, în cadrul cărora consistența și completitudinea nu pot fi satisfăcute simultan. În această ordine de idei, condiția introdusă de Singer relativ la consistența dintre o teorie și orice altă cunoaștere relevantă pare inoperantă, pur virtuală. În sfîrșit, condiția de testabilitate a teoriilor științifice este strîns legată de proprietatea cunoașterii științifice de a fi comunicabilă. Însă și aici apar dificultăți. Astfel, cunoașterea reprezentabilă sub formă algoritmică nu poate fi totdeauna testată pe cale algoritmică. Rezultă necesitatea de a testa

unele teorii constructive prin procedee mai puțin constructive, care, chiar prin aceasta, nu oferă suficientă satisfacție.

Protoștiință, știință, observație și experiment

Alți autori propun un statut diferit al cunoașterii științifice. Să observăm că și lingvistic se delimitează sensuri mai largi, ca germanul *Wissenschaft* de sensuri mai restrictive, ca englezescul *Science*. O confruntare a diferitelor puncte de vedere propuse în această privință ar fi foarte bine venită, dar nu o putem face aici. Pentru ilustrare, vom aduce în discuție punctul de vedere al lui Mario Bunge În investigații de amploare (*Scientific Research*, 2 volume, Springer, New York, 1967 ; *Understanding the World*, Reidel, Dordrecht, 1983 ; a se vedea și selecția, în versiunea românească, din opera lui Bunge, publicată în colecția „Idei contemporane"), Bunge introduce și studiază concepte ca cele de *știință*, de *protoștiință* și de *pseudoștiință*.

Protoștiința este o știință incipientă. Printre simptomele științei se află existența legilor, capacitatea explicativă și aptitudinea de a elabora teorii. Într-o lucrare mai recentă (*Philosophical Problems in Linguistics*, Erkenntnis, vol. 21, 1984, p. 107—173), Bunge constată că lingvistica este deocamdată numai o protoștiință, deoarece este săracă în legi, cu o redusă capacitate explicativă și o redusă putere de teoretizare. Punctul său de vedere contrastează cu cel al lui Noam Chomsky, care consideră că modelele generativ-transformaționale au o mare capacitate explicativă în raport cu limbile naturale, că în special studiul sintaxei a căpătat statut de teorie și că legitățile lingvistice sînt puse în evidență cu ajutorul unor distincții de tipul competență-performanță, structură de adîncime-structură de supra-

față și al gramaticilor universale. O relație interesantă se cristalizează între ideile lui Bunge și cele ale lui Xenopol, la acesta din urmă legitatea disociindu-se de cauzalitate, pe care o conține ca un caz particular. Pe de altă parte, Bunge se află în concordanță parțială cu Singer (prin cerința capacității explicative și a celei teoretice, de exemplu), dar și într-o anumită neconcordanță (Singer nu se referă la obligativitatea legilor în orice cunoaștere științifică). Amîndoi formulează cu acuitate problema unei crize în științele sociale, amîndoi subliniază natura puternic interdisciplinară a acestor științe. Dar legătura dintre Singer și Bunge prezintă și un alt aspect, care ni se pare cel mai interesant. Am văzut că Singer plasează observația printre actele care nu pot lipsi din nici o cunoaștere științifică, subliniind în același timp că experimentul este de altă natură în științele sociale decît în cele naturale.

Însă Singer nu pune punctul pe i, pentru a sublinia că experimentul este practicat pe scară mai redusă în științele umane și sociale decît în cele naturale, datorită faptului că (atîta vreme cît se respectă anumite imperative morale) ființa umană și colectivitățile umane nu pot fi manipulate experimental așa cum manipulăm unele obiecte neînsufletite. Subliniind rolul crescînd al experimentului în lingvistică (de exemplu în fonologie și în psiholingvistică), Bunge atrage totodată atenția că *anumitor observații li se atribuie greșit statutul de experiment*. Multe din pretinsele experimente lingvistice se reduc la interogarea unor informanți, fiind deci pure observații. Un experiment implică prezența unor variabile, de exemplu examinarea modului în care înțelegerea vorbirii depinde de înălțimea și durata sunetelor. Deci și un act de observare constînd în interogarea unor informanți poate deveni un experiment dacă, de exemplu, se studiază în

ce fel variază răspunsurile în funcţie de alegerea eşantionului de informanţi.

În orice caz, problema relaţiei dintre observaţie şi experiment merită o aprofundare ulterioară, în special în legătură cu distincţia dintre ştiinţele sociale şi cele ale naturii.

De ce matematică în ştiinţele sociale?

Li s-a reproşat abordărilor matematice în ştiinţele sociale faptul că eludează specificul acestor ştiinţe, aducîndu-le la acelaşi numitor cu ştiinţele naturii. Reproşul este într-o anumită măsură justificat, dar matematica reuşeşte să transforme această aparentă slăbiciune într-un avantaj. Ştiinţa este, în mare măsură, reducerea unui mare număr de variante la un număr relativ mic de invariante. Descoperirea unor structuri comune unor discipline diferite constituie un spor de cunoaştere pentru fiecare dintre aceste discipline, cu condiţia ca structurile respective să nu fie banale.

I s-a mai reproşat abordării matematice a socialului faptul că se prevalează, de cele mai multe ori, de o matematică născută şi formată în relaţie cu ştiinţele naturii. Şi acest reproş este întemeiat, fiind de altfel înrudit cu cel precedent. Dar numeroase exemple arată că metode şi concepte născute în legătură cu o anumită problemă se pot dovedi ulterior cel puţin la fel de relevante în alte probleme, foarte diferite de cea dintîi. Funcţiile trigonometrice s-au născut în legătură cu studiul triunghiului, dar s-au dovedit ulterior foarte importante în cercetarea fenomenelor periodice (a se vedea teoria seriilor trigonometrice). Teoria catastrofelor s-a născut ca urmare a unor sugestii venind din biologie şi lingvistică, dar ulterior s-a dovedit la fel de relevantă în numeroase alte domenii, ca economia şi sociologia. Teoria jocurilor a apărut în legătură cu

probleme de strategie socială, dar s-a dovedit ulterior la fel de relevantă în biologie, de exemplu. Noțiunea de graf s-a născut în studiul unei probleme de chimie, dar relevanța teoriei grafurilor este astăzi universală. Ordinea în care un concept, o metodă, un rezultat își manifestă relevanța în diferite domenii nu este esențială, fiind în bună măsură efectul întîmplării.

Dar neputința matematicii de a sesiza specificul științelor sociale este reflexul unei situații mai generale, simptomatică pentru schimbarea de orientare care s-a produs în ultimele decenii, în întreaga metodologie a științelor. Este vorba de proliferarea metodei modelării. De veche tradiție în științele naturii, această metodă s-a generalizat abia de curînd în științele sociale, fapt care i-a surprins pe mulți cercetători. Să amintim că metoda modelării constă în studiul unui obiect A cu ajutorul unei metode incompatibile cu natura lui A sau cu gradul de complexitate a lui A. În acest scop se recurge la un alt obiect B, considerat model al lui A, astfel încît metoda preconizată este compatibilă cu natura lui B sau cu gradul său de complexitate. Între A și B există o anumită analogie care conferă lui B un anumit grad de *adecvare* față de A, dar în același timp o anumită diferență, care face posibilă existența unei metode aplicabile lui B, dar inaplicabile lui A.

Un fenomen social A nu are, de obicei, structura formală necesară pentru a i se putea aplica o metodă matematică sau, dacă o are, gradul de complexitate a lui A se constituie într-o piedică insurmontabilă. Se recurge atunci la o construcție matematică B, model al lui A. Dar aceeași construcție B se dovedește a fi un model al unor fenomene altele decît A. Exemple tipice în acest sens sînt modelele bazate pe teoria grafurilor, pe teoria informației, sau pe teoria jocurilor. Este clar deci că, dat fiind că același obiect B poate fi model al

mai multor fenomene, fie ele $A_1, A_2, ..., A_n$, metoda modelării nu poate înregistra specificul fenomenului modelat. Această situație constituie în același timp slăbiciunea și forța modelului. Slăbiciune, datorită decalajului dintre model și obiect; forță, datorită posibilității care se oferă de a se studia obiectul cu o metodă incompatibilă cu natura sa și de a se descoperi baza sa comună cu alte fenomene. Dar de ce trebuie să studiem un fenomen cu metode incompatibile cu natura sa? Deoarece celelalte metode se dovedesc uneori insuficiente în încercarea de a explica fenomenul respectiv, de a-i înțelege modul său de funcționare. Observația empirică în medicină trebuie astfel suplimentată cu metoda experimentală aplicată unor cobai (deci o modelare!), aceeași observație empirică trebuind să fie suplimentată, în științele economice, cu metodele cercetării operaționale (deci din nou o modelare!).

Matematica și modelarea socialului

Dar metoda modelării presupune nu doar propunerea unui analog B al lui A (această adecvare de tip analogic nici măcar nu este necesară, deși, de cele mai multe ori, este realizată), ci investigarea lui B pînă la acel punct în care rezultatele obținute în privința lui B au o anumită *relevanță*, relativă la A.

Pentru a putea vorbi de modelare, trebuie să asigurăm deci nu numai *adecvarea* lui B la A (fapt care n-ar reprezenta decît un fel de traducere), ci și *relevanța* pentru A a rezultatelor relative la B. De exemplu, pentru a modela structurile sociale ierarhice putem folosi structurile arborescente din teoria grafurilor. Însă a constata analogia dintre o arborescență și o structură ierarhică nu este încă o modelare, este doar o metaforă matematică a structurilor ierarhice. Dacă însă ne folosim de diferite teoreme privind arborescențele, pentru a

obține rezultate care dezvăluie natura mai ascunsă a structurilor ierarhice, atunci se obține o anumită relevanță care conferă arborescenței calitatea de model.

Cele mai multe succese obținute în ultimele decenii de științele sociale s-au bazat nu pe abordarea directă a specificului fenomenelor sociale, ci pe modelarea lor. Un exemplu semnificativ îl constituie faptul că cele mai multe premii Nobel în științele economice au fost atribuite unor modele matematice în economie.

I se reproșează uneori matematicii că este un jargon puțin accesibil, pe care-l înțeleg doar un număr restrîns de specialiști. Matematica ar fi deci o disciplină „nedemocratică", pe care publicul nu o poate controla. Se uită însă că astăzi s-a generalizat învățămîntul obligatoriu de zece clase, care familiarizează pe orice tînăr cu limbajul matematic modern. În aceste condiții, cum mai este posibil să se opună jargonul matematicii limbii comune? Limbajul matematic este ca o limbă străină pe care o învață orice elev; acest limbaj este desigur artificial, dar în același timp el este profund uman, izvorînd din necesitatea suplimentării limbajului natural dominat de vag și ambiguitate cu o componentă care-i conferă o anumită rigoare și precizie.

Alt reproș adus matematicii se referă la faptul că ea are în vedere *structurile* sociale, nu și *valorile;* or, tocmai acestea din urmă domină disciplinele sociale. Dar se uită că valorile sînt cunoscute pe cale rațională exact în măsura în care ne apar structurate; iar în ceea ce privește perceperea lor intuitiv-emoțională, nu numai matematica, ci și știința în general se află „în afara jocului".

Din însăși motivarea modelelor matematice în științele sociale rezultă că ele nu sînt numai posibile, ci și necesare în științele sociale. Această necesitate decurge atît din diferența de natură dintre fenomenele sociale și con-

structiile ipotetic-deductive cît și din diferența de grad de complexitate dintre ele. Dacă științele sociale s-ar limita la observație, inducție și generalizarea intuitivă, capacitatea lor explicativă ar fi redusă, eficiența lor ar fi considerabil slăbită. A explica înseamnă în bună măsură a reduce complexitatea la simplitate, a deslușl dincolo de aparențe o anumită esență, în spatele performanței o anumită competență. Acest lucru nu este posibil fără o viziune ipotetic-deductivă, viziune de care înțelegerea fenomenului social profită prin intermediul modelării matematice. În măsura în care aceste modele sînt efective, constructive, este asigurată nu numai capacitatea explicativă a acestor modele, ci și eficiența lor.

Caracterul constructiv revine la natura algoritmică a modelelor, condiție esențială pentru a se putea transforma modelul într-un program de calculator. În acest fel, putem simula pe cale automată fenomene de mare complexitate, depinzînd de atît de mulți parametri încît pe cale manuală manipularea lor nu ar fi posibilă nici pe parcursul întregii vieți a unei ființe umane.

Valoarea unui model matematic poate fi testată prin compararea intrărilor cu ieșirile sale. Dacă diferența dintre ele este nebanală, modelul are multe șanse să se dovedească util. Dar această diferență substanțială între intrări și ieșiri presupune o prelucrare a datelor de intrare cu ajutorul unor metode, concepte, instrumente și rezultate evoluate, care nu pot proveni decît din teorii aflate într-o fază ridicată de maturitate.

Astfel de teorii există din abundență în matematica modernă ; teoria grafurilor, teoria jocurilor și deciziei, teoria ecuațiilor diferențiale, teoria probabilităților, teoria informației, teoria codurilor, teoria categoriilor, algebra omologică, teoria catastrofelor, sînt numai cîteva exemple.

De observat că unele dintre aceste teorii se referă la aspecte calitative, contrazicînd astfel prejudecata după care matematica s-ar reduce la studiul aspectelor cantitative, numerice. Tipică în acest sens este teoria automatelor și limbajelor formale, care furnizează modele privind mecanismele generative ale proceselor sociale. Cu deosebire în acest domeniu, școala românească de matematică a obținut succese în modelarea fenomenelor sociale (a se vedea, de exemplu, Gh. Păun, *Mecanisme generative ale proceselor economice,* București, Editura Tehnică, 1981 și capitolul „Limbaje formale și sisteme Leontief" din Aurora Baciu, Anca Pascu, *Modele ale balanței legăturilor dintre ramuri,* București, Editura Științifică și Enciclopedică, 1982).

Dar rolul gîndirii matematice în științele sociale apare și altfel. Matematica este un catalizator al unor transferuri de concepte, idei, metode, rezultate, dintr-o disciplină în alta. Un exemplu celebru în acest sens îl constituie cibernetica, unde se operează transferuri între lumea mașinilor și aceea a organismelor vii. Un alt transfer celebru, devenit posibil datorită formalizării matematice, îl constituie transferul conceptelor de entropie și energie din fizică în teoria informației (Shannon, Onicescu), prin aceasta realizîndu-se și transferul celui de al doilea principiu al termodinamicii. Johan Galtung a studiat transferul unor concepte și situații din chimie în științele sociale, transfer posibil datorită teoriei matematice a grafurilor (acest transfer își așteaptă încă o dezvoltare pe măsură, Galtung schițîndu-l doar).

Unul dintre cele mai importante transferuri devenite posibile datorită formalizării matematice este cel operat între lingvistică și celelalte științe sociale (și nu numai acestea). Roman Jakobson spunea că lingvistica este matematica științelor sociale. Însă la acest statut al lingvisticii matematica are o contribu-

ție decisivă. Descrierile și analizele lingvistice nu au putut fi „dezlipite" de substanța limbilor naturale și transferate în alte domenii decît în măsura în care ele, prin formalizare, s-au „emancipat", căpătînd o relativă independență. În acest fel, entități ca *gramatică, frază, silabă, morfem, categorie gramaticală, regulă sintactică, relație de subordonare* și atîtea altele au căpătat un sens în domenii în care altfel ele nu ar fi avut ce căuta.

Științele sociale trebuie să facă față unei dificultăți pe care științele naturii nu o cunosc : observatorii fac parte din domeniul observat. Cercetătorul este și el o ființă socială care nu se poate sustrage interacțiunii bilaterale cu domeniul social investigat. Dificultatea pusă în evidență de Heisenberg în mecanica cuantică este potențată și agravată în domeniul social. Orice prognoză socială poate acționa asupra însuși fenomenului pe care a urmărit să-l prognozeze. Autoreferința este la ea acasă, prin aceasta deschizîndu-se poarta tuturor dificultăților legate de paradoxuri și antinomii. Logica clasică, guvernată de principiul identității, principiul necontradicției și principiul terțului exclus, este transgresată prin mijloacele furnizate de logicile neclasice pe care logica matematică le-a dezvoltat în ultimele decenii (modale, deontice, polivalente, fuzzy, nuanțate etc.).

Reflecția lui Pascal privind distincția dintre spiritul geometric și spiritul de finețe primește o replică surprinzătoare : modelele cele mai subtile ale spiritului de finețe sînt propuse tocmai de matematică, adică de spiritul geometric. Interacțiunea dintre științele sociale și logica matematică devine una dintre cele mai importante activități matematice în științele sociale.

Dar gîndirea matematică poate acționa în domeniul social chiar atunci cînd nu se prevalează de tehnicile matematice.

O anumită capacitate de abstractizare și generalizare, de analogie, de gîndire combinatorială, generativă și strategică, de ordonare a faptelor, de articulare a unor verigi deductive este salutară în cele mai variate situații care apar în activitatea socială curentă. Încă un motiv de a stimula educația matematică a cercetătorilor în domeniul social.

PROVOCAREA INFORMAȚIEI

Să primim, dar să și producem informație

A devenit un truism să se spună că informarea și documentarea au un rol fundamental în învățământ și cercetare. Dincolo însă de această formulare generală, mergem la manifestările efective ale acestei noi realități informaționale ? Într-un ritm în unele locuri mai lent, în alte locuri mai rapid, lumea se îndreaptă spre o societate informațională. În unele țări, încă în urmă cu vreo cinci ani mai mult de jumătate din forța de muncă era ocupată în diferite faze și tipuri de prelucrare a informației. În aceste condiții, știința și învățământul trebuie să facă față unui flux de informație de o intensitate fără precedent. Însă știința și învățământul superior nu se pot mulțumi să fie beneficiare ale fluxului de informație, ele au datoria de a prelucra această informație și de a produce la rîndul lor informație. Între cele două procese, cel al absorbției și cel al producerii de informație, există o legătură organică. Între capacitatea de absorbție a informației provenită din alte surse și capacitatea de creare a unei informații noi, deci de constituire într-o nouă sursă de informație, există o interacțiune puternică.

Cercetarea științifică este asemenea unei ștafete. Numai că în sport îi vezi alături de tine pe ceilalți alergători, care te stimulează și îți

atrag atenția asupra valorii fiecărei fracțiuni de secundă pierdute sau cîștigate. În știință, nu sînt numai cîțiva, ci o mulțime de alergători care au un obiectiv asemănător cu al tău; însă acești alergători nu sînt decît rareori direct vizibili, existența lor este percepută indirect și de multe ori cu întîrziere. Acest fapt poate ascunde caracterul de competiție pe care îl are cercetarea științifică. A avea acces rapid la informația cea mai recentă și mai valoroasă înseamnă posibilitatea de a prelua mai repede ștafeta de la cei care au produs această informație. A fi apt să comunici în mod operativ lumii științifice rezultatele pe care le-ai obținut înseamnă capacitatea de a preda ștafeta mai departe cu rapiditate și, deci, cu șanse mai mari de prioritate.

Concluzia este clară. Trebuie nu numai să primim revistele, monografiile și tratatele de specialitate cele mai proaspete, dar să și dispunem de un sistem propriu de publicații științifice care să prezinte cu operativitate specialiștilor din întreaga lume rezultatele cercetătorilor români. Accentuez aici importanța revistelor. Adoptînd o metaforă militară, putem spune că în bătălia cercetării științifice linia întîi a frontului este vizibilă în revistele de specialitate; acolo găsim știința care se face sub ochii noștri, cu toate ezitările și tatonările ei, cu întrebările rămase încă fără răspuns. Monografiile, tratatele și, mai cu seamă, manualele se constituie în spatele frontului, deosebit de important, dar insuficient pentru cîștigarea bătăliei.

De ce facem aceste precizări aici? Deoarece vrem, prin aceasta, să atragem atenția asupra faptului că sursele de informare și documentare pe care le punem la dispoziția studenților nu se pot reduce la cursuri și manuale. Cu cît vor fi mai mulți studenții care vor lua contact cu lumea revistelor (inclusiv a revistelor internaționale de referate) și cu cît acest lucru se va întîmpla mai devreme, nu abia în ul-

timul an de studii, cu atît mai bine îi vom pregăti pe absolvenţii noştri să fie capabili de un randament creator în profesie. Lucrările de diplomă şi lucrările de specializare dau, în mare măsură, seama de acest fenomen, de reuşitele şi eşecurile lui. Este însă necesar ca studenţii buni şi, mai ales, cei foarte buni să fie atraşi în activitatea de cercetare, pe baza contactului cu revistele, încă din primii ani de studiu. Aceasta presupune accesul fără dificultăţi al studenţilor la revistele aflate în bibliotecile de specialitate. Din păcate, la unele biblioteci există încă bariere administrativ-birocratice, care îngreunează accesul studenţilor la reviste şi monografii ; măsuri de acest fel pornesc tocmai din mentalitatea după care studenţilor care n-au ajuns încă în ultimul an de studii le sînt suficiente cursurile şi manualele.

În acelaşi timp, este necesar ca încă din clasele liceale elevii să fie învăţaţi cum se alcătuieşte şi se foloseşte o bibliografie relativă la o anumită chestiune şi cum se face referinţă la o sursă bibliografică folosită. Modul de prezentare a multor comunicări la sesiuni ştiinţifice din şcoli şi facultăţi arată că există încă multă ignoranţă şi neglijenţă în această privinţă. Revistele şcolare abundă în texte în care cu greu se poate distinge partea inedită de partea preluată, neindicîndu-se de obicei cu exactitate sursele folosite. Uneori, referinţa se face doar pentru o mică parte din ceea ce s-a preluat.

O mărturie personală

Încă din anii mei de ucenicie în munca ştiinţifică am dat o atenţie specială informării bibliografice cît mai complete. Parcurgeam sistematic revistele internaţionale de referate („Mathematical Reviews", „Zentralblatt für Mathematik", „Referativnîi Jurnal", „Bulletin Signalétique"), conspectînd rubricile care mă

interesau. Urmăream, de asemenea, revistele de specialitate. Evident, aceasta presupunea posibilitatea de a înțelege texte de specialitate în toate limbile internaționale. Franceza o știam bine încă din școală, iar pe baza unor rudimente de rusă, engleză și germană, pe care mi le însușisem fie în școală, fie din inițiativă personală, mi-am consolidat cunoștințele de limbi străine chiar prin contactul cu textele de specialitate. Firește, a intervenit și avantajul vocabularului relativ redus și standardizat pe care-l folosește matematica și al structurii gramaticale simplificate a limbajului matematic. În ceea ce privește limbile italiană și spaniolă, am constatat că, în ciuda absenței unei pregătiri anterioare, pot înțelege textele de specialitate tipărite în aceste limbi.

Am acumulat peste o sută de caiete în care am înregistrat o imensă bibliografie, nu numai de lucruri care mă interesau, dar și despre ceea ce bănuiam că mă va putea interesa într-un viitor mai depărtat. Aceasta se întîmpla în urmă cu 30—35 de ani iar acel viitor mai depărtat de atunci a devenit trecutul apropiat de azi ; pot confirma că în mare măsură nu m-am înșelat. Ori de cîte ori m-am angajat în cercetarea unei probleme, prima etapă a fost aceea a consultării sistematice a rubricii corespunzătoare din revistele de referate. Am constatat astfel că multe aspecte interesante au scăpat unui mare număr de autori datorită faptului că nu aveau o reprezentare adecvată a contribuțiilor anterioare în problema de care se ocupau. Situația s-a complicat atunci cînd am inclus în preocupările mele unele domenii interdisciplinare ; aici, sistematizarea bibliografiei este mai puțin pusă la punct. Astfel, pentru lingvistica matematică a trebuit să mă deprind a urmări publicații din domenii dintre cele mai variate : matematică, lingvistică, informatică, logică, inginerie, psihologie etc.

Însă bibliografia, o dată înregistrată, trebuie organizată în așa fel încît să poată fi folo-

sită în diferite feluri. Uneori am nevoie de tot ceea ce a scris un anumit autor, alteori îmi trebuie ce anume s-a publicat într-o chestiune mai specială, cum ar fi coerența textuală sau continuitatea simetrică. Posibilitatea de a ține sub control și a putea prelucra o informație aflată în sute de caiete greu poate fi realizată manual. Calculatoarele personale încep să joace în această privință un rol capital. De asemenea, articolele de sinteză pe diferite probleme devin de necesitate vitală.

Acumulare, selecție, comprimare

Cei care intră acum în cercetare și au intenții serioase în această privință trebuie să țină seamă de amploarea deosebită pe care a căpătat-o difuziunea informației științifice, de ritmul extraordinar al acumulării de rezultate noi. Nu ne mai putem mulțumi cu o informare de tip tradițional. Mintea noastră are tot mai mult nevoie de proteze și auxiliare care să-i amplifice posibilitățile. Așa se și explică faptul că apar mereu lucrări privind igiena muncii intelectuale în noile condiții create de revoluția științifică tehnică. La Editura North Holland (Amsterdam), V. Stibic a publicat în 1980 (cu reluare în 1983) lucrarea *Personal Documentation for Professionals* (214 pagini) iar în 1982 (cu reluare în 1983) lucrarea *Tools of the Mind* (300 de pagini), destinate să-i ajute nu numai pe cercetători, dar și pe toți intelectualii să-și organizeze mai bine activitatea.

Dar ce înseamnă a-ți organiza mai bine o activitate intelectuală? Înseamnă în primul rînd să separi partea de rutină, de repetare a unor operații stereotipe, transferînd-o pe cît posibil unor mijloace automate, consacrîndu-te în schimb cît mai mult unei activități creatoare. Numai că, în practica vieții cotidiene, distincția rutină-creație este înlocuită printr-un continuum de situații intermediare. Astfel, o

problemă practică este capacitatea de eliminare a obiectelor devenite inutile, de simplificare a teoriilor care nu mai pot fi păstrate la gradul anterior de detaliu, de triere a cunoștințelor deja acumulate și de articulare a lor cu cele nou primite. Capacitatea umană de memorare și de prelucrare a informației este limitată, dar nici nu este încă folosită cu un randament superior. Există o considerabilă inerție în a ne desprinde de reprezentările dobîndite și în a le reconsidera prin selecție și comprimare ; și mai mare este această inerție în cazul instituțiilor. Astfel, pentru a ne referi la programele de învățămînt în domeniul matematicii, deși s-au operat unele comprimări judicioase (cum ar fi cele privind trigonometria), numeroase alte comprimări se lasă încă așteptate. În schimb, unele idei de combinatorică, logică, grafuri, jocuri, probabilități, teoria informației, algoritmi, limbaje nu și-au găsit încă locul, în ciuda faptului că gradul lor de atractivitate și orizontul lor cultural sînt superioare celor pe care le prezintă destul de multe din actualele chestiuni de matematică școlară. Analiza matematică ocupă și ea un loc exagerat în programa școlară, fiind bine verificat că ceea ce elevii asimilează de fapt la această disciplină este derizoriu față de ceea ce este preconizat.

Să mărim capacitatea de schimb a revistelor noastre

Dar dacă informarea operativă este atît de importantă, este ea și posibilă ? Există în bibliotecile noastre informația de care avem nevoie ? Răspunsul este oarecum paradoxal : nu există cît ar fi necesar, dar cea existentă nu este suficient folosită.

Informația existentă este sub necesități. În ultimele decenii s-a observat un proces de diversificare a publicațiilor științifice. De

exemplu, în domeniul matematicii, de la reviste generale de matematică, în care își au loc toate ramurile matematicii moderne, s-a trecut tot mai mult la reviste specializate : de algebră, de geometrie diferențială, de topologie, de analiză reală, de analiză funcțională etc. Dacă vechile reviste puteau fi, în general, obținute prin schimb cu publicațiile noastre de matematică, noile reviste, avînd un profil specializat, nu mai acceptă schimbul cu o revistă care numai în mod incidental publică articole de profilul respectiv ; în aceste condiții, ele trebuie cumpărate. O situație similară o prezintă domeniile nou apărute, de natură interdisciplinară. Astfel, de o mare importanță sînt revistele internaționale de informatică, de inteligență artificială, de recunoaștere a formelor etc. Pentru procurarea acestor reviste altfel decît prin cumpărarea lor cu plata în valută există o singură cale : să restructurăm sistemul nostru de publicații științifice în limbi internaționale, în așa fel încît să-l adaptăm la noua situație, mărind astfel capacitatea de schimb a revistelor noastre. De exemplu, nu există o revistă românească de informatică matematică în limbi internaționale, deși forțele științifice existente la noi în această ramură sînt destul de puternice.

Informația existentă nu este încă suficient folosită. La Institutul Național de Informare și Documentare (INID) se găsește acel *Science Citation Index* care permite să se urmărească utilizarea fiecărei lucrări publicate. La Biblioteca Academiei R. S. România sînt anunțate lunar noutățile care intră în bibliotecă, printre ele destule demne de interes. Am impresia că numai o mică parte dintre tinerii noștri cercetători și-au format obiceiul de a conspecta cu regularitate noutățile, în primul rînd revistele internaționale de referate. Un student care se află la primii pași în cercetare primește de la îndrumătorul său bibliografia pe care trebuie

s-o consulte. În mod normal, ar trebui ca după doi, trei ani să devină capabil să se orienteze singur în literatura de specialitate. De multe ori nu se întîmplă așa. Sînt destui absolvenți care au terminat facultatea de 3, 4, 5 sau chiar 10, 15 ani, care vin să-l întrebe pe fostul lor profesor ce mai este nou în domeniul lor de interes. Există mulți absolvenți, chiar dintre cei prestigioși, care nici măcar nu au aflat de existența revistelor internaționale de referate, iar unii află de existența lor dar nici măcar nu știu cum arată ele.

O imensă informație vine spre noi numai dacă ne îndreptăm noi spre ea

Voi relata o întîmplare semnificativă în ordinea de idei de aici. După publicarea cărții mele *Timpul* (Ed. Albatros, 1985), mulți au fost cei care și-au exprimat mirarea față de faptul că am putut avea acces la o informație atît de bogată și recentă. Am fost considerat beneficiarul norocos și privilegiat al unei informații care nu se află la îndemîna celor mulți. Care este realitatea? Cea mai mare parte, peste 80% din conținutul cărții, se bazează pe surse de informație aflate în bibliotecile bucureștene: Biblioteca Academiei R. S. România, Biblioteca Centrală Universitară, Biblioteca Institutului de Etnologie și Dialectologie, Biblioteca Institutului de Filosofie etc. Dar o atare bibliografie nu ne așteaptă gata făcută. *Noi* sîntem cei care trebuie să ne îndreptăm spre cartotecile bibliotecilor, spre revistele internaționale de referate, spre actele congreselor internaționale, pentru a le examina și pentru a ne extrage ceea ce ni se pare relevant în problema care ne interesează. O imensă informație ne așteaptă în biblioteci; ea trebuie consultată cu regularitate, cu un anume simț al ordinei și cu o in-

tuiție selectivă mereu trează. Această informație, spre deosebire de cea transmisă pe canale audio-vizuale, nu vine ea spre noi, ci așteaptă să ne îndreptăm noi spre ea ; și tot spre deosebire de o bună parte din informația care ne asaltează prin canalele mass-mediei, informația din bibliotecă există numai într-o formă latentă, potențială ; ea se actualizează numai prin efortul nostru.

Știința orală și contactele directe

Mai există un aspect important asupra căruia trebuie să atragem atenția. O mare parte din producția științifică curentă, de fapt partea ei cea mai vie și mai proaspătă, circulă printre specialiști sub formă orală, sub formă de preprinturi sau scrisori, de publicații în tiraje cvasiconfidențiale, multiplicate pe alte căi decît tiparul. Această situație este determinată de necesitatea unei comunicări mai rapide între specialiști căci tiparul se dovedește tot mai lent și mai greoi, incapabil să țină pasul cu ritmul vieții științifice moderne. La multe reviste internaționale tipărite un articol așteaptă cîțiva ani pentru a fi publicat (în această situație se află și principala revistă românească de matematică „Revue Roumaine de Mathématiques Pures et Appliquées"). Unele reviste ca „International Journal of Computational Linguistics" au fost miniaturizate prin filmare, dar deocamdată procesul acesta este și el lent. Aceste reviste se păstrează mai ușor, ocupînd un loc derizoriu, dar se și citesc mai greu, cu ajutorul unui aparat special.

În condițiile nou create, în care comunicarea științifică dă naștere unui întreg folclor, cum este numită circulația orală a rezultatelor, în condițiile în care comunicarea se face în mare măsură prin publicații cum sînt cele evocate mai sus, care nu au intrat încă într-un sistem clar de schimburi și nici nu sînt re-

cenzate în revistele internaționale de referate, devin tot mai importante, esențiale, participarea cercetătorilor la reuniunile științifice internaționale și contactele personale, prin întîlniri și corespondență directă, între cercetători. Am dat în altă parte un exemplu mai recent, dar multe alte situații similare ar putea fi invocate.

Informație și creativitate

Relația dintre informație și creativitate a trecut în secolul nostru prin transformări profunde. Pe de o parte, creativitatea (cel puțin cea științifică) nu se mai poate actualiza în realizări majore în afara unei informații bogate și la zi. Nimeni nu se mai așteaptă azi (în afara diletanților) ca problema lui Fermat să fie rezolvată prin trucuri de matematică elementară, iar rezultatele parțiale obținute recent în rezolvarea acestei probleme angajează instrumente puternice de matematică superioară. Pe de altă parte, nici informația nu mai poate fi acumulată în marea ei varietate și bogăție dacă nu există o viziune creatoare asupra ei. Pe marginea acestui punct este necesar să insistăm. În ultimele decenii s-a constatat o deplasare puternică a disciplinelor descriptive spre structuri explicative și organizatoare. O serie de științe ale naturii, tradițional dominate de o imensă informație descriptivă, se orientează spre viziuni sistemice fără de care informația respectivă nu poate fi articulată, organizată și ierarhizată ; mai mult, nu poate fi nici măcar reținută, nefiind înțeleasă.

Însă creativitatea nu trebuie considerată, cum se întîmplă de obicei, numai în ipostazele ei superioare, concretizate în creații care se bucură de o recunoaștere publică. Formele creativității se repartizează într-o ierarhie foarte bogată și nuanțată. Poate chiar termenul de creativitate nu este fericit ales. Crea-

tivitatea include orice inițiativă personală, orice atitudine lipsită de prejudecăți, decurgînd dintr-un act de gîndire personală. Aceste forme elementare ale creativității, în care are loc dezlipirea, desprinderea de procedeele standardizate, de actele de rutină, de clișeele de gîndire și de exprimare, trebuie stimulate și cultivate. În aceste forme incipiente, creativitatea poate fi educată și dezvoltată la aproape orice persoană și la orice stadiu de informare și cultură. Realizarea acestui deziderat este o comandă socială vitală pentru omenire. Un rol fundamental revine aici școlii. O imensă literatură îi este dedicată de către pedagogi și psihologi, în contrast cu puținul care se realizează de fapt. Desigur, unele statistici ne pot contrazice. Numărul mare de cercuri științifice din școli și facultăți, de sesiuni de comunicări științifice, de reviste școlare ar putea să dea o impresie opusă. Adevărul este că activitățile menționate întreține o regretabilă confuzie între informație și creație, între preluat și inedit. Sub denumirea de *cerc științific* se ascund de foarte multe ori simple activități de informare sub formă de referate care au la bază diferite articole și cărți de specialitate care, destul de frecvent, nici măcar nu sînt menționate. Într-o revistă a unui prestigios liceu bucureștean am găsit două articole care constau în pasaje preluate aproape întocmai din lucrarea mea *Poetica matematică*, fără însă a se menționa acest lucru. Am asistat la numeroase comunicări științifice ale elevilor unde abia prin întrebările mele ulterioare am putut afla care a fost sursa de informație folosită. Este foarte important ca tinerii să fie educați în spiritul unei distincții riguroase între ideile și rezultatele preluate de la alți autori și propriile lor idei și rezultate. Așa cum copilul distinge între o jucărie care-i aparține și alta care e a prietenului său, el trebuie să învețe treptat să distingă între un lucru făcut cu capul lui și altul, gîndit de altcineva. Altfel, inten-

ţionat sau nu, creăm premise favorabile lenei de gîndire şi furtului intelectual. Tinerii trebuie să fie deprinşi ca, atunci cînd se ocupă de o problemă, să se informeze mai întîi care este stadiul cunoştinţelor în problema respectivă ; să nu confunde prezentarea acestor cunoştinţe cu eventuala contribuţie inedită pe care ei ar putea-o adăuga. În redactarea unei comunicări, a unui articol, trebuie să înceapă prin a menţiona care sînt rezultatele cunoscute, mai importante, de la care s-a plecat şi sursele bibliografice care s-au consultat.

Avem impresia că nu se înţelege destul de bine rostul activităţilor suplimentare, de cerc ştiinţific şi de organizare a unor sesiuni de comunicări. Rostul lor nu este atît informativ, cît formativ. Elevii şi studenţii primesc, în cadrul activităţilor uzuale, o imensă informaţie şi nu este cazul s-o amplificăm şi mai mult prin activităţi suplimentare. Însă finalitatea unui cerc ştiinţific de matematică, de exemplu, nu este de a le mai da participanţilor încă vreo 30 de teoreme, pe lîngă cele vreo 50 pe care le au în manual ; raţiunea acestor cercuri este de a-i implica pe participanţi într-o activitate cu un mai mare coeficient de iniţiativă personală decît îl au activităţile şcolare şi studenţeşti curente.

Două exagerări de sens opus

Aici, unii aduc următoarea obiecţie. Un elev de liceu sau un student în primii ani de facultate (şi chiar în ani mai mari) nu are suficientă pregătire pentru a face cercetare ştiinţifică autentică ; el trebuie deocamdată să se informeze, să se cultive, pentru ca mai tîrziu să poată face cercetare. Au loc astfel două exagerări de sens opus. Prima exagerare constă în folosirea abuzivă a denumirilor de comunicare ştiinţifică, cercetare ştiinţifică pentru activităţi de fapt mult mai modeste (într-un număr

din „Viața studențească", din noiembrie 1985, alcătuit de studenții din Cluj-Napoca, cineva afirmă, despre studenții unei anumite facultăți, că sînt toți implicați în cercetare științifică); a doua exagerare constă în teoretizarea imposibilității cercetării științifice înainte de ultimii ani de facultate sau chiar de absolvire. Desigur, o sintagmă ca *cercetare științifică* este pretențioasă și n-ar trebui să fie folosită cu atîta ușurință, dînd naștere unei adevărate inflații. Aceasta nu înseamnă însă că cercurile științifice din școli și facultăți nu sînt importante. *La orice nivel de cultură științifică pot fi stimulate activități de căutare, de inițiativă personală, care, independent de valoarea și noutatea rezultatelor obținute, au un considerabil rol formativ.* Experiența mea cu elevii din clasele superioare și cu studenții din primii ani de facultate mi-a confirmat că de multe ori, dacă sînt îndrumați cu grijă, aceștia pot obține rezultate originale, publicabile în reviste de specialitate. La sesiunea științifică din 1985 a Facultății de Matematică a Universității din București, doi elevi ai clasei a XII-a din București au prezentat astfel de comunicări unanim apreciate. Eminenți tineri matematicieni au prezentat, cînd erau încă studenți in anul întîi, comunicări care au fost imediat publicate în „Revue Roumaine de Mathématiques Pures et Appliquées". Faptul că uneori (de fapt, de cele mai multe ori) nu se obțin rezultate publicabile nu înseamnă că activitatea respectivă a fost inutilă. Este însă important ca tinerii să se antreneze pe probleme vii, care se află efectiv în direcția de interes a științei actuale, nu pe probleme artificiale, bazate pe trucuri, cum sînt încă, din păcate, multe dintre chestiunile propuse la olimpiade și la concursuri științifice studențești.

Dar poate că mai important decît cele de mai sus este faptul că, în realitatea zilnică a vieții școlare, elevii sînt prea des invitați să reproducă și să aplice formulări-clișeu și procedee

de rutină decît să reflecteze asupra unor situații inedite. Cel puțin la orele de matematică, am putut verifica de nenumărate ori această situație.

Elogiul hîrtiei

Lucrurile care ne stau tot timpul la îndemînă riscă să rămînă neobservate. Printre aceste lucruri, fără de care civilizația noastră nu ar putea fi imaginată, se află și hîrtia. Este greu de găsit un obiect mai multifuncțional decît acesta. Încercați să vă reprezentați o singură zi în care accesul la hîrtie ar fi interzis, sub orice formă; viața ar deveni aproape imposibilă. Informația circulă, în mare măsură, prin intermediul hîrtiei.

Există plăceri simple, dar fundamentale: a respira, a gusta un fruct, a bea un pahar cu apă, a te plimba, a privi natura. La acestea se adaugă, la fel de fundamentale, plăcerea de a citi și plăcerea de a scrie, în care hîrtia este deopotrivă implicată. Ori de cîte ori începem o nouă coală de hîrtie, albă, proaspătă, parcă mirosind a celuloză, ne simțim mai inspirați și mai stimulați. Simpla răsfoire a unor cărți într-o librărie sau într-o bibliotecă poate fi însoțită de o rară voluptate. Există o întreagă estetică a hîrtiei, a netezimii și fragilității ei, a albului ei imaculat. Hîrtia de desen, cu textura ei densă, parcă abia așteaptă o mînă de artist pentru a o împodobi cu forme și culori. Pînă și împachetarea sau despachetarea unui obiect nu este lipsită de o latură afectivă.

De o diversitate remarcabilă sînt proprietățile fizice ale hîrtiei. Ea poate fi „aspră sau netedă, moale ca lîna sau rigidă aproape ca scîndura, rezistentă la apă, la grăsime, la substanțe chimice, la căldură și uneori chiar la foc, absorbantă sau nu, opacă sau transparentă, albă sau colorată, lucitoare sau mată, groasă sau subțire, ușoară sau grea, laminată, ondu-

lată, creponată, cartonată, gudronată, ceruită, ușor de îndoit și împăturit, inferioară sau superioară" (Colin Cherry, *The humanity of paper*, „Consolidation of the paper web", Transactions of the Cambridge Symposium 1965, British Paper of Board Makers' Association, London, p. 1—10).

Observați bucuria copilului care poate plimba creioanele sale colorate pe suprafața unei coli de hîrtie ! Singura lui mîhnire este produsă de urmele urîte pe care le lasă uneori folosirea radierei. Hîrtia este cîmpul de desfășurare a atîtor jocuri care ne ocupă timpul liber ! Ea stimulează imaginația și pofta de muncă intelectuală. Ea este suportul atîtor documente din vremuri îndepărtate, care reînvie în mintea noastră epocile revolute. Ați urmărit vreodată, la Biblioteca Academiei, cu cîtă pasiune se cufundă în paginile îngălbenite ale unor vechi publicații cercetători din cele mai variate domenii ? Sau voluptatea cu care sînt urmărite, în biliotecile de specialitate ale universităților și institutelor de cercetare, cele mai recente apariții ale revistelor științifice ? N-ați trăit în atîtea dimineți emoția deschiderii ziarului abia ieșit din rotativă, pentru a afla cea mai proaspătă știre ?

De la papirus la hîrtie și de la hîrtie la tipar

Apărută în secolul al II-lea în China, răspîndită în secolele al VI-lea și al VII-lea în țările Asiei, apoi în secolele al XI-lea și al XII-lea în Europa, hîrtia a preluat toate funcțiile vechilor papirusuri egiptene. Lumea antică realiza importanța papirusului. Orice eșec în recoltarea plantei din care se obținea materialul respectiv era perceput ca o amenințare la adresa bunei funcționări a vieții sociale, deoarece toate documentele legale, actele legate de viața comercială, textele civile sau religioase, înre-

gistrările de orice fel, lucrările literare, ritualurile de înmormîntare și atîtea altele se foloseau de papirusuri (Colin Cherry, *op. cit.*).

Preluînd toate aceste funcții, hîrtia le-a adăugat altele noi. Dar principalul stimulent pentru creștera producției de hîrtie l-a constituit inventarea tiparului, de către Johann Gutenberg, în secolul al XV-lea. Începînd cu acest moment, o parte tot mai mare a hîrtiei devine hîrtie tipărită. Era hîrtiei tinde să se confunde cu ceea ce M. McLuhan numea Galaxia Gutenberg. Hîrtia este principalul mijloc pentru înregistrarea, transmiterea, răspîndirea și păstrarea informației. Fără hîrtie nu se pot concepe civilizația și cultura modernă. Hîrtia pătrunde sub multiple forme în industrie, în comerț, în finanțe și în viața casnică ; să ne gîndim la ambalaje, la timbre poștale și plicuri de scrisori, la bancnote și cecuri. Versatilitatea hîrtiei nu pare a fi întrecută de a nici unui alt material.

Pare aproape de necrezut că această infinită funcționalitate este obținută, în esență, prin compoziția a două dintre cele mai comune substanțe răspîndite în natură ; apa și celuloza. Perspectivele sînt vaste în ceea ce privește folosirea hîrtiei pentru îmbrăcăminte, pentru construcții de case temporare (deja realizate în Japonia) sau garaje temporare, eventual în combinație cu lemnul, cu materiale plastice, cu metale sau cu ceramică.

Față de această utilizare crescîndă a hîrtiei, problema procurării materiei prime necesare fabricării ei a devenit tot mai acută. Criza ecologică în care se află omenirea a afectat profund și pădurile care urmau să furnizeze celuloza necesară fabricării hîrtiei. Cercetarea științifică nu a reușit încă să descopere procedee de accelerare a creșterii pădurilor. În cele mai multe țări mari consumatoare de hîrtie, acest material este cu precădere importat. Dar cîte țări din lumea în curs de dezvoltare nu se văd împiedicate în procesul de alfabetizare

și culturalizare a populației, între altele, și de insuficienta cantitate de hîrtie disponibilă!

O altă dificultate este atitudinea multor cetățeni față de hîrtie, pe care, după o singură utilizare, o transferă în categoria obiectelor inutile, de aruncat. Însă cele mai multe utilizări ale hîrtiei (un exemplu tipic este lectura) nu o deteriorează decît foarte puțin sau aproape deloc. Există mărfuri mai ieftine decît ambalajul în care se vînd. Recuperarea și reintroducerea hîrtiei în circuitul economic se impun. O educare în acest spirit a publicului ar avea un impact considerabil asupra producției de hîrtie.

Ar fi însă o gravă omisiune dacă nu am menționa faptul că tot de hîrtie este asociat unul dintre păcatele societății contemporane, birocrația. Ca persoană care interpretează și aplică legile, dispozițiile, regulamentele etc. numai în litera lor, fără preocuparea de a le înțelege sensul, birocratul se agață disperat de anumite hîrtii, care pentru el înlocuiesc fluxul autentic al vieții sociale. În ochii unui astfel de sclav al hîrtiilor, oamenii riscă și ei să devină niște simple hîrtii. Hîrtia îndeplinește o funcție semiotică nu lipsită de unele avantaje (buletinul de identitate, legitimația de serviciu, certificatul de căsătorie, carnetul de șofer etc.), dar ale cărei capcane și primejdii nu trebuie subestimate, atunci cînd este vorba de a se stabili o relație de contiguitate între o ființă vie și diferitele hîrtii care o reprezintă.

De la memoria hîrtiei la memoria calculatorului

Creșterea necesităților de hîrtie s-a produs concomitent cu anumite procese care păreau să aibă un efect contrar. Considerată ca un simptom al civilizației tiparului, hîrtia părea să fie tot mai mult concurată de dezvoltarea electronicii și a calculatoarelor. În cei peste

20 de ani de cînd se manifestă această îngrijorare, lucrurile au evoluat însă altfel decît s-a crezut. Este adevărat că tiparul a intrat în criză. El a devenit prea greoi, prea lent, prea scump. Dar acest fapt nu a produs o reducere a consumului de hîrtie, ci a constituit un stimulent pentru utilizarea unor mijloace de multiplicare altele decît tiparul, mai rapide și mai ieftine decît acesta. Un rol important îl are în această ordine de idei procesul de miniaturizare. Unele reviste științifice au început să apară în format minuscul, fiind citite cu un aparat special. Documentele sub formă de hîrtie scrisă sau imprimată ocupă un spațiu voluminos, de care dispun tot mai greu atît bibliotecile publice cît și cele particulare. Revistele internaționale de referate în domenii ca fizica, chimia, biologia, matematica, diferite feluri de inginerii sînt tot mai groase deoarece numărul aparițiilor de cărți și de periodice crește în progresie geometrică. Oricît de mult s-ar comprima și selecta informațiile deja acumulate, procesul de triere nu poate compensa încă avalanșa de informații care vine spre noi din toate direcțiile, Unde se pot depozita aceste imense cantități de hîrtie, în așa fel încît informațiile pe care ele le conțin să fie ușor accesibile și utilizabile ? S-a constatat că hîrtia se păstrează mai bine la temperaturi coborîte. Va trebui oare ca marile biblioteci să fie dotate cu uriașe frigidere pentru păstrarea documentelor mai importante ? Sau va fi necesar să transportăm aceste documente și să le depozităm în Antarctica, cel mai mare frigider al planetei noastre ?

Un răspuns la întrebări atît de grele — un răspuns care, într-un anume sens, este și un compromis, dar un compromis inevitabil — a venit de la informatică. Într-adevăr, calculatoarele sînt prelungirea logică a hîrtiei și tiparului deoarece pot păstra în memoria lor, pe spații infime, cantități astronomice de informații. Cu ajutorul calculatorului, informa-

țiile pot fi nu numai păstrate, ci și prelucrate în diferite moduri și cu o extremă rapiditate. Aceste prelucrări includ nu numai calcule de rutină, ci și operații logice dintre cele mai variate, cum ar fi compararea unor obiecte sau testarea unor proprietăți. Așa se explică faptul că în matematică procesul demonstrativ se prevalează din ce în ce mai mult de calculatorul electronic. Întregul domeniu al inteligenței artificiale este un rezultat al faptului că, dincolo de calcule numerice, putem programa la calculator operații logice dintre cele mai complicate, cu condiția ca ele să poată fi descompuse în pași elementari expliciți și riguros ordonați.

Două stadii de alfabetizare

Este interesant faptul că cele două etape în stocarea și prelucrarea informației, hîrtia și calculatorul, definesc două stadii de alfabetizare. Alfabetizarea tradițională, constînd în învățarea scrisului și cititului, reprezintă încă, pentru sute de milioane de oameni, un deziderat neatins. Cea de a doua alfabetizare, pe care omenirea va trebui s-o realizeze în următoarele decenii, este alfabetizarea computațională, învățarea dialogului cu calculatorul. I-au trebuit rasei umane sute de ani pentru a înțelege umanitatea hîrtiei. Probabil însă că vor fi suficiente cîteva decenii pentru ca omenirea să sesizeze umanitatea calculatorului electronic, să-i descopere versatilitatea și raza infinită de acțiune. Mulți au fost cei care s-au îngrijorat la ideea că această a doua alfabetizare ar putea s-o compromită pe prima. Vor mai ști noile generații să citească și să scrie ? se întrebau mulți în urmă cu 20 de ani, văzîndu-i pe copii petrecînd partea cea mai mare a timpului în fața televizorului. Numeroase anchete arătau atunci că, în o serie de țări, mai multe cunoștințe dobîndeau elevii de la emisiunile

de televiziune și, în general, din performanțele revoluției electronice, decît din ceea ce învățau la școală. Evoluția ulterioară a lucrurilor nu a mai urmat însă această orientare. Cererea de carte nu a scăzut nici un moment. În particular, la noi, fenomenul este vizibil în incintele librăriilor și bibliotecilor. Industria hîrtiei este din ce în ce mai solicitată. Este hîrtia amenințată de tehnologia electronică ? Istoria tehnologiei arată că, la apariția unei noi tehnologii, se întîmplă unul dintre următoarele trei lucruri : a) noua tehnologie o stimulează pe cea veche, care nu vrea să dispară (a se vedea modul în care televiziunea a stimulat cumpărarea și lectura cărților) ; b) noua tehnologie poate deschide perspective complet noi și utile social, permițînd totuși vechii tehnologii să continue a se dezvolta pînă la o anumită saturație (răspîndirea rapidă a telefonului nu a făcut inutile serviciile poștale, dar acestea din urmă au ajuns la o anumită saturație) ; c) în sfîrșit, noua tehnologie se poate dovedi atît de avantajoasă față de cea veche, încît să determine prăbușirea tehnologiei vechi (astfel, după primul război mondial, apariția automobilului a determinat, în Statele Unite ale Americii, o scădere dramatică a traficului pe calea ferată).

În această perspectivă, unde se situează industria hîrtiei față de revoluția electronică ? Tehnologia informațională s-a dezvoltat în ultimele decenii în mod exploziv pe toate fronturile ; radio, telefon, televiziune, calculatoare electronice. Concomitent, însă, industria bazată pe hîrtie, publicarea ziarelor, revistelor și cărților s-au dezvoltat și ele vertiginos. Civilizația electronică nu amenință civilizația cărții. Omul, ființă echilibrată, are nevoie atît de secvențialitatea lecturii, cît și de concomitența percepțiilor audio-vizuale. Satisfacerea acestei nevoi este o condiție de sănătate psiho-somatică a omului modern.

PROVOCAREA LIMBAJELOR

Distincția limbă-limbaj

În *Dicționarul explicativ al limbii române* se spune despre limbaj că este : „1° un sistem de comunicare alcătuit din sunete articulate, specific oamenilor, prin care aceștia își exprimă gîndurile, sentimentele și dorințele ; limbă, 2° limba unei comunități umane istorice constituite", pentru ca la termenul *limbă* să se spună : „limbajul unei comunități umane istorîcește constituite". O informație mai precisă se obține prin consultarea volumului *Le langage,* sub direcția lui André Martinet (*Encyclopédie de la Pléiade,* Gallimard, 1968), de unde aflăm că limbajul (articulat) revine la trăsăturile comune tuturor limbilor vorbite de oameni. Ajungem astfel la problema universaliilor lingvistice. Este însă clar că, așa cum a fost operată în lingvistică distincția limbă-limbaj, ea nu a avut în vedere sistemele artificiale de comunicare. Limbajul a fost conceput drept o anumită facultate, o aptitudine umană, în timp ce limbile sînt realizări ale acestei aptitudini. Însă problema unei distincții de acest fel nu se pune numai pentru limbajul articulat, ci și pentru alte sisteme de comunicare.

Terminologia utilizată în domeniul sistemelor semiotice artificiale este cam dezordonată. Prin limbi artificiale se înțeleg limbi de tipul

lui esperanto, iar prin limbaje artificiale desemnăm sisteme de comunicare de tipul limbajelor de programare, al limbajelor logice, al limbajelor de comunicare cosmică (LINCOS) etc. De fapt, în domeniul sistemelor de comunicare umană altele decît limbajul articulat, problema operării unei distincții de genul limbă-limbaj nu numai că nu a fost încă rezolvată, dar nici măcar nu a fost încă formulată explicit. Ar trebui să urcăm de la limbajele de programare particulare, existente, la trăsăturile comune lor și celor care ar putea fi create ulterior, dar se pare că teoria limbajelor de programare nu este încă suficient de avansată pentru a face față acestei investigații (să nu uităm că noțiunea generală de program de calculator nu este încă elucidată ; nu știm încă să precizăm, în cazul general, ce anume transformă un șir de instrucțiuni într-un program). În aceste condiții, vom folosi termenii de *limbă* și *limbaj* în mod alternativ, conformîndu-ne terminologiei în circulație, fără nici o pretenție de rigoare.

Conceptul de limbaj este controversat și din alt punct de vedere, anume în raport cu cel de *sistem semiotic*. Orice astfel de sistem este dotat cu o *sintaxă* (regulile relațiilor dintre elementele și dintre părțile sistemului), o *semantică* (raportul semnelor cu lumea din afara sistemului) și o *pragmatică* (raportul sistemului cu cei care-l folosesc). În ce condiții un atare sistem devine un limbaj ? Cel puțin o condiție trebuie adăugată : caracterul *liniar* sau măcar *liniarizabil* (aici intră, de exemplu, sistemele semiotice generabile prin gramatici picturale, mai generale decît cele ale lui Chomsky, dar păstrînd atributele lor esențiale).

Statutul limbajelor artificiale trebuie clarificat în raport cu cel al cîtorva altor tipuri fundamentale de limbaje, cum ar fi : limbile naturale, limbajele umane, limbajele computaționale, limbajele formale, limbajul articulat, limbajele animalelor, limbajul genetic.

În urmă cu peste 15 ani, Y. Bar-Hillel propusese ca trăsătură definitorie a limbajelor artificiale absența dimensiunii pragmatice. Trebuia probabil să înțelegem că, cel puțin în etapa lor inițială, limbajele artificiale, fiind create „pe hîrtie", sînt dotate numai cu sintaxă și semantică, în timp ce pentru limbi ca româna sau franceza dimensiunea pragmatică nu a lipsit în nici un moment cunoscut al dezvoltării lor. Faptul acesta este legat de un altul : limbajele artificiale sînt create la o dată precisă, consemnată de cele mai multe ori printr-o lucrare științifică, în timp ce limbile naturale au o apariție graduală, care se extinde de obicei la cîteva sute de ani. Dar nu cumva trebuie să operăm distincția natural-artificial și în domeniul limbajului animalelor ? Posibilitatea unor sisteme de comunicare create ad-hoc este ea exclusă în lumea viului neuman ?

Limbaje umane, limbaje naturale, limbaje formale

Distincția dintre limbajul uman și cel al altor viețuitoare poate fi operată și la nivel structural. Ipoteza cea mai interesantă formulată în această privință este următoarea : Omul este singura ființă capabilă să creeze, să manipuleze și să înțeleagă limbaje infinite, adică limbaje care funcționează pe baza unor reguli recursive, repetabile indefinit.

Desigur, este vorba aici de un infinit potențial, nu de unul actual. Dar despre infinitatea limbajului uman este necesară o discuție separată, fiind vorba de o problemă în care lămuririle fundamentale au venit abia în ultimele două decenii.

Prin *limbaj uman* am înțeles, în cele de mai sus, atît limbajul articulat, cît și limbajele artificiale de tipul calculului propozițional cu n variabile sau al Algolului. Aici însă trebuie

operate noi distincții. Limbajul calculului propozițional (ca și limbajul calculului cu predicate) este un limbaj formal, adică un limbaj cu statutul unui sistem formal în sensul logicii matematice (Hilbert). Limbajele formale se opun limbilor naturale prin mai multe trăsături, dintre care cea mai importantă ni se pare următoarea : într-un limbaj cum este cel al calculului propozițional noțiunea de secvență corect formată este riguros definită, în timp ce într-o limbă naturală nu se poate da o condiție suficientă pentru ca o secvență oarecare să fie corect alcătuită. Toate condițiile cunoscute în această privință (de exemplu, acordul predicatului cu subiectul) sînt numai necesare. Limbajele formale sînt limbaje umane artificiale definite cu ajutorul unui alfabet finit și al unei mulțimi (posibil infinite) de secvențe finite de elemente ale alfabetului (unele elemente putîndu-se repeta în aceeași secvență). Este posibil însă ca mulțimea de secvențe să nu fie indicată explicit, ci prin intermediul unei gramatici formale. Nu orice limbaj uman artificial este un limbaj formal. Deosebit de relevantă este, în această privință, situația limbajelor computaționale, mai precis, a limbajelor de programare. În mod aproape spontan, aceste limbaje au fost considerate, la apariția lor, limbaje formale și, probabil, nu sînt puțini cei care le consideră și acum așa, ca urmare a unei tratări superficiale a acestei chestiuni.

Pe măsură ce s-a dezvoltat pragmatica acestor limbaje, adică relația lor cu programatorii, a devenit tot mai clar statutul intermediar al acestor limbaje, care prin anumite trăsături se așază în apropierea limbilor naturale, în timp ce prin altele ele intră în categoria limbajelor formale. Astfel, caracterul gradual al proprietății de corectitudine gramaticală, caracterul integrativ, mai degrabă decît aditiv, al semanticii — sensul unei secvențe nu se obține totdeauna prin compunerea sensurilor termenilor secvenței (există în limbajele de

programare adevărate expresii idiomatice), posibilitatea de a le genera cu gramatici dependente de context, dar nu totdeauna cu gramatici independente de context și alte proprietăți structurale sînt comune limbajelor de programare și celor naturale. În schimb, omonimia contextuală este aproape total absentă în limbajele de programare ALGOL, FORTRAN și COBOL, în timp ce ea este deosebit de bogată în engleză, română, franceză și maghiară (pentru a ne referi la limbile în care ea a fost mai sistematic studiată).

Ce se întîmplă în domeniul limbajelor artificiale altele decît cele computaționale ? Aici intră multe limbaje logice și multe coduri, dar nu și un limbaj cum este cel matematic. Acesta din urmă are o componentă naturală și una artificială (alcătuită din simboluri și formule). Relația dintre aceste componente are ceva comun cu fenomenele de contact între două idiomuri, mult studiate în lingvistică. Componenta naturală prevalează de obicei asupra celei artificiale. Este aceasta din urmă de natură pur formală ? Este greu, deocamdată, de răspuns. Probleme similare apar și în structura eterogenă a limbajului folosit în chimie. Cercetările asupra limbajelor științifice s-au concentrat mult asupra aspectelor de vocabular și de notație, neglijîndu-se problemele de sintaxă și de semantică. În ceea ce privește modul de articulare a sintaxei componentei naturale cu sintaxa componentei artificiale, nu s-a întreprins încă nici o cercetare sistematică.

Prioritatea limbajului articulat

Limbile naturale, în ciuda aparenței lor de libertate totală, se supun unor restricții puternice, dar ascunse. Un exemplu în acest sens este restricția pusă în evidență de Victor Yngve, care limitează la 7 lungimea oricărei structuri regresive (de tipul „foarte frumoasă

carte") pe care o poate manipula creierul omenesc.

Este interesant faptul că același număr 7 apare și în lucrarea *Inteligența socială*, prezentată într-o comunicare la Academia R.S.R. (1982), a prof. Mihai Drăgănescu, substratul comun fiind probabil legat de fenomenul psihologic discutat de George A. Miller *(The magical number seven)*, în urmă cu vreo 30 de ani. Acționează o atare restricție și în limbajele umane artificiale? Avem în vedere, firește, relația acestor limbaje nu cu memoria calculatorului, ci cu aceea a omului. Ar trebui însă mai întîi elucidat în ce măsură se poate vorbi de o relație de dependență sintactică, pe baza căreia să capete sens structurile regresive (cu dependențe de la stînga la dreapta) în limbajele artificiale.

S-a emis ipoteza (R. Montague) că nu există nici o deosebire structurală esențială între limbile naturale și cele artificiale formale, și unele și altele admițînd modele matematice de același tip, în sensul că, în măsura în care devin obiect riguros de studiu, limbile naturale sînt de natură formală (titlul unui articol al lui R. Montague este *Engleza ca limbaj formal*). Aceasta ar duce la o competență lingvistică incluzînd atît naturalul cît și artificialul. Spre deosebire de competență, care se referă numai la generarea secvențelor corecte, performanța lingvistică manipulează multe secvențe semigramaticale. În acest sens, cum observa prof. Constantin Arseni într-o comunicare la Academia R.S.R. (1982), performanța poate întrece competența.

Față de o tipologie atît de bogată a limbajelor, o ierarhie totuși se impune. Limbajele umane își proiectează structura lor asupra modului în care ne reprezentăm limbajele altor viețuitoare și limbajele naturii neînsuflețite. Limbajul articulat își subordonează toate celelalte limbaje umane, deci, indirect, toate tipurile de limbaje. Această prioritate a limbajului

articulat a fost argumentată pe larg în cîteva studii anterioare și nu vom mai insista asupra ei aici (a se vedea Solomon Marcus, *Linguistics as a pilot science*, „Current Trends in Linguistics", ed. Th. A. Sebeok, vol. 12, Mouton, 1974, p. 2871—2887 ; *Analytique et génératif dans la linguistique algébrique*, „To Honour Roman Jakobson", II, Mouton, The Hague, 1967, p. 1252—1261 ; *Linguistique générative, modèles analytiques et linguistique générale*, „Revue roumaine de linguistique", vol. 14, 1969, no. 4, p. 313—326). Studiul limbajelor de orice fel preia din cercetarea limbilor naturale un întreg arsenal de intuiții, idei, concepte, metode și probleme.

Ceea ce ne propunem însă să arătăm în cele ce urmează este faptul că are loc și un proces invers, este drept, nu de aceeași amploare, dar profund semnificativ ; astfel, limbajele umane artificiale îndeplinesc un rol fundamental în înțelegerea structurii limbilor naturale. Dacă Richard Montague șterge, pur și simplu, diferențele importante dintre limbajele naturale și cele formale (a se vedea articolul său *Universal grammar*, „Theoria", vol. 36, 1970, p. 373—398), considerînd că se poate elabora o sintaxă și o semantică valabile, în egală măsură, atît pentru limbile naturale cît și pentru cele artificiale formale, Noam Chomsky, susținător al aceleiași idei, merge pînă acolo încît nici nu mai utilizează expresia „limbă naturală". El se referă exclusiv la limbajele umane drept sisteme semiotice înglobînd atît limbile naturale cît și cele artificiale (a se vedea Noam Chomsky, *Human language and other semiotic systems*, „Semiotica", 1979, no. 1—2). Montague acordă statutul de limbaj formal unor largi porțiuni ale limbii engleze, Chomsky însă este mai puțin radical și, într-un mod neexplicit, consideră că unele gramatici și limbaje formale se constituie în modele formale ale limbilor naturale, deci nu reprezintă ele în-

sele porțiuni ale limbilor naturale, ci mediază numai legătura cu accstea din urmă. Și într-un caz și în altul, însă, este vorba de folosirea unor limbaje și gramatici artificiale, de natură formală, cu scopul înțelegerii structurii limbilor naturale.

Metoda modelării limbilor naturale cu ajutorul limbajelor artificiale formale este de dată relativ recentă. Anticipată și pregătită de lingvistica structurală, de logica matematică și de cibernetică, ea a căpătat un statut ferm abia în deceniul al șaselea al secolului nostru. Am analizat acest proces în unele lucrări anterioare (Solomon Marcus, *Algebraic linguistics ; Analytical models,* Academic Press, New York, 1967 ; *Introduction mathématique à la linguistique structurale,* Dunod, Paris, 1967 ; în colaborare, *Introducere în lingvistica matematică,* Editura Științifică, București, 1966).

Artificialul ca mijloc de înțelegere a naturalului

Ceea ce au adus nou ultimele decenii au fost, pe de o parte, interesul tot mai mare pentru modelarea limbilor naturale prin intermediul unor limbaje artificiale formale cu caracter algoritmic, pe de altă parte, folosirea unor gramatici algoritmice pentru înțelegerea competenței lingvistice în ansamblul ei. Au căpătat astfel amploare pe de o parte lingvistica computațională, pe de altă parte studiul algoritmic al activității creierului uman. Despre lingvistica computațională nu vom discuta aici. Vom observa numai că o simplă răsfoire a revistelor și cărților de specialitate arată că în acest domeniu s-a produs o relativă schimbare de orientare, de la cercetări care se prevalau aproape exclusiv de viteza de calcul a ordinatoarelor moderne spre cele care pun pe primul plan înțelegerea unor procese cognitive.

În ceea ce privește modelarea algoritmică a activității creierului uman, este nevoie să facem mai întîi o precizare. David H. Hubel și Torsten N. Wiesel au primit premiul Nobel pentru medicină pe anul 1981 pentru lucrările lor privind mecanismele tratării informației la nivelul sistemului vizual, permițînd construirea unor noi modele ale creierului, despre care ei ar fi arătat că *nu funcționează ca un calculator*. Desigur, sensul acestei din urmă aserțiuni pretinde unele clarificări. Dar, independent de aceasta, trebuie să observăm că înțelegerea competenței lingvistice a creierului prin intermediul unor modele gramaticale s-a dezvoltat pe două căi. Pe de o parte s-a testat în ce măsură creierul însuși lucrează, în materie de limbaj, ca o gramatică generativă (a se vedea, de exemplu, Judith Greene, *Psycholinguistics, Chomsky and Psychology*, Penguin Books, Harmondsworth, 1972), pe de altă parte s-a urmărit elaborarea unor sisteme artificiale generative care-și propun scopul mai modest al modelării nu a însăși activității creierului, ci numai a *rezultatelor* activității acestuia. În acest sens, credem, trebuie interpretate cercetările privind gramaticile universale și procesele de învățare (Solomon Marcus, *Learning, as a generative process*, „Revue roumaine de linguistique — Cahiers de linguistique théorique et appliquée", vol. XVI, 1979, no. 2, p. 117—130) și, în colaborare cu C. Călude și Gh. Păun, *The universal grammar as a hypothetical brain*, „Revue roumaine de linguistique", vol. XXIV, 1979, no. 5, p. 479—489). Este deci clar că cea de a doua direcție pe care o avem în vedere nu este cu nimic afectată de rezultatele lui Hubel și Wiesel.

Se știe că problema universaliilor s-a pus încă în filosofia scolastică. „Cearta universaliilor" s-a referit la diferitele modalități de interpretare a raporturilor dintre individual și general, dintre percepție și noțiune. Putem spune că această „ceartă" nu s-a încheiat nici

astăzi. Triunghiul semiotic al lui Frege și Peirce, relațiile semnului cu referentul și cu sensul său preocupă și azi pe cercetători. Atunci cînd Aristot afirma că știința este a generalului nu era încă destul de clar dacă aceasta se întîmplă pentru că știința *nu-și propune* mai mult, sau pentru că *nu poate* mai mult. Acum, după cîteva decenii de istorie a gîndirii algoritmice (unii cercetători, ca S. C. Kleene, îi marchează chiar centenarul, asociind apariția ei de numele unor Kronecker și Dedekind) știm că modelele algoritmice, chiar dacă pornesc de la un caz individual, capătă o expansiune la o întreagă clasă. Se poate deci vorbi de o criză a individualului în cadrul gîndirii algoritmice și al logicii moderne iar unii filosofi, atenți la aceste evoluții recente, au sesizat-o și au discutat-o cu multă finețe (a se vedea, de exemplu, scrierile din ultimii ani ale lui Constantin Noica).

Gramaticile artificiale formale au adus o nouă perspectivă în problema universaliilor lingvistice. Dacă inițial lingviștii se întrebau care sînt trăsăturile comune tuturor limbilor, la nivelul percepției lor imediate, ulterior, prin cercetări ca cele întreprinse de Joseph H. Greenberg (*Language universals*, „Current Trends in Linguistics", Theoretical Foundations, 3, Mouton, 1966), Roman Jakobson și Eugenio Coseriu, problema universaliilor lingvistice a fost ridicată la anumite nivele de abstracție care au permis identificarea unor aspecte mai profunde (de exemplu, rolul opoziției dintre categoriile *marcat* și *nemarcat*, atît în fonologie cît și în gramatică).

Gramaticile universale

Problema gramaticilor universale apare în mai multe variante. Dacă Chomsky își pune problema identificării unor mecanisme generative comune tuturor limbilor naturale iar Mon-

tague extinde această întrebare la clasa limbajelor umane, fie ele naturale sau formale, alți cercetători, provenind din domeniul informaticii și al logicii matematice văd în gramatica universală un mecanism cu caracter metateoretic, o metagramatică dispunînd de un parametru care, prin diferite particularizări posibile, furnizează toate gramaticile generative dintr-o anumită clasă. Unul dintre primele rezultate de acest fel a fost cel obținut de Takumi Kasai (*A universal context-free grammar,* Information and Control, vol. 28, 1975, p. 30—34), care a arătat că pentru fiecare alfabet A există o gramatică G independentă de context care are proprietatea că, fiind dat un limbaj oarecare, L, independent de context, pe alfabetul A, se poate găsi o mulțime regulată de control C (adică o mulțime de secvențe finite de reguli din G, mulțime care, pe alfabetul format de regulile din G, este un limbaj regulat) astfel încît gramatica G generează exact limbajul L, de îndată ce singurele secvențe de reguli admise în procesul de generare sînt cele din C.

Desigur, gramaticile și limbajele independente de context modelează numai o parte a complexității limbilor naturale și limbajelor de programare. Tocmai din acest motiv, s-a căutat extinderea și ameliorarea rezultatului lui Kasai. În 1978, Sheila Greibach (*Comments on universal and left universal grammars. Context-sensitive languages and context-free grammar forms,* Information and Control, vol. 39, 1978, p. 135—142) a arătat că există o gramatică independentă de context universală (în sensul din teorema lui Kasai) nu numai pentru limbajele independente de context, ci și pentru clasa mult mai largă a limbajelor recursiv enumerabile, de îndată ce generarea se face cu o mulțime de control adecvată, constituind un limbaj liniar independent de context. Cu alte cuvinte, posibilitatea unei gramatici independente de context, universală pentru clasa

limbajelor recursiv enumerabile, este asigurată de extinderea secvențelor admise de reguli de generare de la o mulțime regulată la una independentă de context liniară. Prețul pe care Greibach îl plătește pentru a obține o universalitate incomparabil superioară aceleia din rezultatul lui Kasai este minim ; într-adevăr limbajele liniare sînt o extensiune naturală a celor regulate, admițînd, ca și acestea din urmă, o caracterizare intrinsecă, pe baza unor relații înrudite cu cele de congruență. (V. Amar — G. Putzolu, *On a family of linear grammars,* Information and Control, vol. 7, 1964, p. 283—291 ; *Generalizations of regular events,* Information and Control, vol. 8, 1965, p. 56—63). În același timp, G. Rozenberg (*A note on universal grammar,* Information and Control, vol. 34, 1977, p. 172—175) a demonstrat că există o gramatică de tipul zero, universală (în raport cu o mulțime regulată de control) pentru clasa limbajelor recursiv enumerabile.

Toate aceste rezultate arată că posibilitatea de a găsi o gramatică universală cît mai particulară pentru o clasă cît mai largă de limbaje este condiționată de alegerea unei mulțimi de control mai generale. Dacă vrem o mulțime de control mai particulară, trebuie să alegem o gramatică universală mai generală. În orice caz, atît în rezultatul lui Greibach cît și în cel al lui Rozenberg, universalitatea se manifestă în raport cu o clasă de limbaje care acoperă toate necesitățile limbajelor umane curente, fie ele naturale, computaționale, logice sau de altă natură. În același timp însă, este semnificativ faptul că nu există o gramatică dependentă de context universală pentru clasa limbajelor dependente de context (S. Greibach), cu alte cuvinte la acest nivel nu mai este posibil un rezultat de tipul celui dat de Kasai pentru limbajele independente de context.

Fiecare dintre tipurile de gramatici universale de mai sus poate fi utilizat pentru a se obține o variantă specifică de modelare a acti-

vității creierului și a proceselor de învățare, după procedeul indicat în lucrarea noastră în colaborare cu C. Călude și Gh. Păun. Această modelare nu se referă numai la limbaj, ci la orice proces de învățare. Gramaticile universale dau seama despre modul în care interacționează elementele înnăscute și cele dobîndite prin experiență. Această interacțiune capătă de fiecare dată o reprezentare nouă.

Limbajele artificiale formale dezvoltă, în raport cu cele naturale, funcția teoretică explicativă pe care o reclamă un fenomen atît de empiric cum este limba; ele introduc o abordare rațională a unui fenomen intuitiv.

Distincția natural-artificial

Este deosebirea dintre limbajele naturale și cele artificiale numai una de istorie, sau și una de structură? Iată întrebarea pe care am tatonat-o în paragrafele anterioare, dar pe care abia acum o considerăm sistematic. Precizăm de la început că nu vom putea tranșa această controversă. Nici o proprietate dintre cele care „candidează" la rangul de trăsătură distinctivă între limbajele în chestiune nu se va dovedi suficient de convingătoare. Poate că o anumită configurație a acestor proprietăți ar putea avea o mai bună șansă de succes. Concluzia la care vom ajunge, mai degrabă o ipoteză, nu este încurajatoare în acest sens. Pe măsură ce avansează pragmatica unui limbaj artificial, structura acestui limbaj se apropie de aceea a limbilor naturale. Va apărea în discuția noastră și legătura cu întrebarea nu mai puțin provocatoare: cît de umane pot fi limbajele artificiale? Considerarea limbajului natural ca reprezentativ pentru limbajul uman este foarte frecventă; dar este ea și legitimă? Ipoteza pe care o avansăm cu privire la întrebarea din titlu este: limbajele artificiale se „umanizează" pe măsură ce se dezvoltă folosirea lor efectivă.

Limbaj uman = limbaj natural?

Este legitimă identificarea acestor doi termeni? Înainte de a răspunde la această întrebare, trebuie să constatăm că această identificare s-a produs de nenumărate ori. Vom da aici numai două exemple. R. M. Albérès (*L'aventure intelectuelle du XX^e siècle. Panorama des littératures européennes 1900—1950,* ediția a IV-a, Albin Michel, 1969) se referă (p. 87) la momentul apariției futurismului italian (anunțînd dadaismul, expresionismul, apoi suprarealismul) ca la un moment de dezumanizare a limbajului, tocmai pentru că Argendo Soffici în Bif & 7f + 18 *(Simultaneități — Chimisme lirice)* și F. T. Marinetti în *Cinci suflete într-o bombă* (1919) scot poezia de sub tutela limbajului natural, cu structurile sale tradiționale. Un al doilea exemplu, mai edificator, este lucrarea lui George Steiner, *Language and Silence* (Atheneum, New York, 1967), unde se susține (a se vedea, de exemplu, p. 43 a ediției franceze a cărții, publicată în 1969 la Editions du Seuil, Paris) că începînd din secolul al XVII-lea, de cînd a început să se accentueze folosirea unor mijloace lingvistice artificiale, ca formulele matematice, simbolurile logice, formulele relațiilor chimice și electronice etc., cunoașterea științifică se înstrăinează de oameni, deoarece își rupe punțile de comunicare cu aceștia. În acest sens, este menționat J. Robert Oppenheimer, care argumentează că imposibilitatea comunicării este la fel de gravă în interiorul științei ca și între știință și omenire.

Neînțelegera dintre fizician și matematician a devenit tot mai mare. Între biolog și astronom se așterne tăcerea. Se dezvoltă limbaje tehnice din ce în ce mai specializate, devine din ce în ce mai greu ca un singur cercetător să cunoască mai multe asemenea limbaje. Oppenheimer merge mai departe, susținînd că însuși efortul de a găsi punți între aceste lim-

baje este înșelător și că este imposibil să explici profanului în mod onest ideile matematicii sau ale fizicii moderne. Dar despre ce profan este vorba ? Pe măsura generalizării învățămîntului de cultură generală, tot mai mulți sînt cei care deprind măcar în partea lor elementară limbajele științelor fundamentale. Copiii nu învață mai greu limbajul matematic decît orice altă limbă străină. Desigur, rămîne mereu un decalaj între ceea ce cunoaște o elită intelectuală și ceea ce înțeleg cei mulți, dar un atare fenomen se manifestă nu numai în domeniul limbajului. Depășirea dificultăților de limbaj este numai o problemă de durată. Ceea ce azi aparține unei elite, mîine pătrunde în manualele școlare.

Tabloul schițat de Steiner și Oppenheimer este cel al proliferării unor jargoane din ce în ce mai numeroase și mai specializate, cu o posibilitate tot mai redusă de traducere dintr-un jargon în altul și, mai ales, dintr-un jargon în limbajul natural. N-ar rămîne oamenilor decît o izolare tot mai accentuată, un ocean tot mai persistent de tăcere.

Inferioritatea și privilegiul limbajelor artificiale

Începînd cu geometria analitică a lui Descartes și apoi cu dezvoltarea, de către Newton și Leibniz, a calculului diferențial și integral, istoria limbajului matematic, a științei în general, este, după Steiner, istoria unei incomunicabilități progresive, istoria dezumanizării limbajului. Acceptînd o atare idee, ar trebui să acceptăm și corolarul ei, după care limbajele calculatoarelor electronice moderne exacerbează tendințele de dezumanizare care-și fac loc începînd cu secolul al XVII-lea. Limbajele inteligenței artificiale ar fi deci o expresie supremă a unui lung proces de dezumanizare.

Trebuie să recunoaștem că ideile de mai sus nu sînt numai ale lui Steiner, ci și ale multor altor intelectuali. Este însă cazul să ne întrebăm: ce anume determină cît de uman este un limbaj? Geneza, conținutul, structura și finalitatea sa sau gradul său de accesibilitate? Accesibilitatea este rezultatul unui proces de învățare, rezultatul obișnuinței. Un om lipsit de cultură este convins că limba sa maternă este cea mai simplă din lume. Limbajele artificiale nu pot fi opuse celor naturale în modul radical adoptat de Steiner, așa cum o proteză nu poate fi opusă organului pe care-l înlocuiește sau prelungește. Termenul de referință al oricărui limbaj artificial este limbajul natural. Orice limbaj artifical își propune nu să se opună limbii naturale, ci s-o perfecționeze pe aceasta într-o anumită privință. Nu poți opune bastonul piciorului, nu se poate face o opoziție între ochelari și ochi. Bastonul și piciorul colaborează la ameliorarea mersului, ochelarii și ochii realizează împreună ameliorarea vederii. Datorită istoriei lor îndelungate, limbile naturale au acumulat o zestre de cultură pe care nu o pot încă avea limbajele artificiale. În același timp însă, limbajele artificiale pot fi considerate, într-un anume sens, mai umane decît cele naturale. Într-adevăr, o limbă naturală se impune fiecărei generații ca o forță implacabilă. Această limbă manifestă, cel puțin în unele structuri ale ei, o destul de mare inerție, care poate veni în conflict cu nevoile culturale și sociale ale noilor generații. Omul este în bună măsură dominat de limbajul articulat, de tutela căruia nu se poate elibera niciodată. În schimb, limbajele artificiale sînt elaborate în funcție de nevoi social-umane și culturale precise, sînt orientate spre rezolvarea unor probleme importante și pot fi controlate și manipulate de oameni într-o măsură mult mai mare decît limbile naturale.

Limbaje pentru comunicarea internațională

Secolc de-a rindul, limbajele artificiale au fost gîndite ca mijloace de comunicare universală, de împlinire a unui deziderat lingvistic ce-și are originea în vechiul episod al Turnului Babel, căruia vrea să-i dea o replică. Însă primul proiect cu caracter științific de limbaj artificial aparține abia lui René Descartes care, la 1629, propune crearea unei limbi cu o structură gramaticală atît de simplă încît să poată fi învățată de oricine. Descartes are în vedere o gramatică bazată exclusiv pe regularitate și pe logică. Pe linia trasată de Descartes se află și încercările ulterioare din secolul al XVII-lea, ale lui Dalgarno, Urquhart, Wilkins și Leibniz. Toate aceste sisteme artificiale *a priori* au în vedere nu atît crearea unui limbaj pentru cei mulți, cît a unui limbaj destinat reflecției filosofice.

Un alt tip de soluție pentru comunicarea internațională este preconizat, în secolul al XVII-lea, de pedagogul ceh Komenský ; acesta are în vedere nu un limbaj logic, ci limbile naturale existente, folosite selectiv ca limbaje zonale. Față de limbajele apriorice ale secolului al XVII-lea, construite pe bază logică și numerică, în secolul al XVIII-lea și în prima jumătate a secolului al XIX-lea proliferează limbajele *a posteriori* bazate *nu* pe logică și numere, ci pe elemente extrase din limbile naturale existente. Aici intră limbajul propus de Faiguet la 1765, în volumul al IX-lea al Enciclopediei lui Diderot și d'Alembert ca și proiectul de limbă universală al lui Delormel, de la 1795. La 1866, J. F. Sudre propune un limbaj universal pe bază muzicală, în care toate cuvintele sînt combinații de silabe : *do, re, mi, fa, sol, la, si.* Însă începînd cu secolul al XIX-lea propunerile de limbaje universale devin atît de numeroase încît nu le mai putem trece în revistă aici, nefiind nici foarte relevante pentru scopul pe

care-l urmărim. O bună sursă de informare este Mario A. Pei, *Artificial languages : International (auxiliary)*, în „Current Trends in Linguistics" (ed. Th. A. Sebeok), vol. 12, XX, Mouton, The Hague-Paris, 1974, p. 999—1017.

Replica lui Freudenthal

Pentru limbajele internaționale alcătuite în mod direct pe baza limbilor naturale existente (prin combinare, modificare, selecție etc.), problema naturii distincției dintre natural și artificial devine oarecum banală. Pe măsură însă ce, recuperîndu-se ideile lui Descartes și Leibniz, atenția unor cercetători este orientată spre limbaje constituite cu precădere pe elemente din afara limbilor naturale, problema devine interesantă. Aceasta se întîmplă în măsura în care scopul urmărit este nu atît obținerea unui limbaj „bun la toate", cum se cere de obicei în comunicarea internațională, ci a unui limbaj restrîns la un anumit domeniu de cercetare sau de activitate. Formulele chimice, limbajul Braille și codurile secrete sînt exemple de al doilea tip.

O critică a limbajelor construite pentru a servi în comunicarea internațională a fost efectuată de Hans Freudenthal (*Cosmic languages*, în „Current Trends in Linguistics", ed. Th. A. Sebeok, vol. 12, XX, Mouton, The Hague-Paris, 1974, p. 1019—1042), care observă că limbajele de tipul Esperanto și al celorlalte tipuri bazate pe limbile naturale existente urmăresc satisfacerea deziderатului de regularitate numai la nivelul combinării de morfeme și de cuvinte, neglijînd o analiză logică mai profundă și de ansamblu. În general, autorii de propuneri de tipul celor prezentate în paragraful anterior subestimează dependența construcției lor de limbile naturale cu care sînt ei familiarizați, nerealizînd, de exemplu, că ei împrumută din aceste limbi și mijloace de tipul

conectivelor, cuantificatorilor sau punctuației. Sînt limbajele de tipul Esperanto, Ido, Volapük mai logice decît germana, franceza, rusa, engleza? Freudenthal crede că, în general, răspunsul este negativ.

Limbajele artificiale specializate

Cel mai vechi limbaj de acest tip pare să fie cel matematic, cu un statut propriu încă din secolul al XVII-lea, iar de atunci mereu amplificat și perfecționat. Se știe că limbajul matematic are o componentă naturală și una artificială. Prima încercare de formalizare a componentei naturale (adică a părții care se prevalează de limbajul natural) aparține lui G. Peano (în a doua jumătate a secolului al XIX-lea), după care au urmat alte încercări de acest fel. Însă pînă azi matematicienii, în marea lor majoritate, nu au adoptat nici una dintre propunerile de acest fel. Comunicarea, în matematică, se face în continuare în limbajul semiformalizat, în care limba naturală „echilibrează" partea de simboluri și formule. Se spune chiar (vezi, de exemplu, Paul R. Halmos) că un text matematic normal conține în medie 50% formule și 50% cuvinte. Propuneri ca aceea făcută de Peano reținatenția celor care se ocupă de logică matematică și fundamentele matematicii. Freudenthal crede că chestiunea formalizării limbajului matematic a fost serios discreditată de intervenția lui G. Frege, care a creat un formalism restrictiv, viciat de ideile sale greșite privind fundamentele matematicii. Prin argumente precare, Frege respinge metoda axiomatică, metodă care între timp s-a extins în întreaga matematică și chiar dincolo de ea.

O etapă nouă în formalizarea limbajului matematic este atinsă în *Principia Mathematica* a lui B. Russell și A. N. Whitehead, la începutul secolului nostru, iar punctul culminant se află în cercetările lui Hilbert privind formali-

zarea ideii de demonstrație matematică (în deceniile al doilea și al treilea ale secolului nostru). Însă B. Russell și D. Hilbert urmăresc nu crearea unui limbaj de comunicare între matematicieni, ci aprofundarea unor chestiuni privind fundamentele matematicii. Limbajul matematic cunoaște, din păcate, destul de frecvent o artificializare exagerată, dincolo de ceea ce este impus de necesități. Freudenthal observă ironic utilizarea simbolurilor logice ca substitute pentru „orice" și „există", în timp ce sintaxa care le înconjoară rămîne aceea a unui limbaj vernacular. Dar nu vom insista aici asupra acestui fenomen, care își are partea lui în criza de accesibilitate pe care o parcurge învățămîntul matematic în întreaga lume.

În ultimele decenii se dezvoltă vertiginos și alte limbaje artificiale, detașîndu-se ca importanță limbajele algoritmice. O trăsătură comună a acestor limbaje (ca și a mai tuturor limbajelor științifice, începînd cu limbajul matematic) este faptul că ipostaza lor principală (uneori unica) este cea scrisă, nu cea vorbită (ca în cazul limbilor naturale). Am studiat în altă parte (Solomon Marcus, *Semiotics of Scientific Languages,* în „A Semiotic Landscape", Proceedings of the First Congress of the International Association for Semiotic Studies, Milano, June 1974 (eds. S. Chatman, U. Eco, J. M. Klinkenberg), Mouton, The Hague-Paris, 1979, p. 29—40) tendințele actuale ale limbajelor științifice și nu voi mai insista aici.

Universaliile lingvistice

Umanul a fost definit încă din antichitate cu ajutorul universaliilor lingvistice. De aici, ideea naturală de a se asimila umanul lingvistic cu aceste universalii. O întreagă tradiție a acreditat concepția după care universaliile lingvistice rezultă din ceea ce constituie numitorul comun al limbilor naturale. Este deci

legitimă, cel puțin ca o ipoteză strategică în discuția care urmează, asimilarea umanului lingvistic cu tot ceea ce este inevitabil în limbile naturale, în limbajul articulat.

Vom discuta în continuare unele aspecte care sînt de obicei asociate cu limbile naturale.

Statutul secvențelor corect formate

În limbile naturale, acest statut nu are un caracter riguros. Nu se cunoaște o condiție necesară și suficientă ca un șir finit de cuvinte (sau de morfeme) ale limbii române să fie considerat gramatical corect. Situația este aceeași în orice altă limbă naturală suficient de evoluată. S-a crezut un timp că limbajele artificiale sînt lipsite de acest neajuns. Unele, într-adevăr, sînt. Limbajul calculului propozițional cu un număr finit de variabile este un exemplu tipic în această privință (un exercițiu simplu arată că acest limbaj este independent de context în sensul lui Chomsky). Alta însă este situația în limbajele de programare suficient de complexe, de evoluate. Am discutat această chestiune în articolul nostru semnalat mai sus, iar ulterior s-au adus și alte probe în acest sens (a se vedea, de exemplu, Cristian Calude, *Quelques arguments pour le caractère non-formel des langages de programmation*, „Cahiers de Linguistique Théorique et Appliquée", vol. 13, 1976, p. 257—264). Substratul acestei situații constă în absența unui statut riguros al conceptului de program de calculator. Nu se cunoaște o condiție necesară și suficientă ca o secvență de instrucțiuni să constituie un program de calculator.

Infinitatea

Este vorba nu de o infinitate actualizată, ci de una potențială. Infinitatea limbilor naturale poate fi pusă în evidență în foarte multe

feluri. Să considerăm, de exemplu, construcțiile prin coordonare. Dacă *A* și *B* sînt secvențe corect formate, atunci secvența *A și B* este de asemenea corect formată. Însă construcția de acest tip poate fi iterată indefinit. O situație similară apare și în cazul altor construcții, cum ar fi cele de tipul *Dacă... atunci...* sau cele prin care inserăm noi construcții relative în cadrul unora existente. Nu este însă greu de văzut că infinitatea potențială apare și în unele limbaje de programare mai evoluate. Într-adevăr, cel puțin unele dintre tipurile de construcții cu caracter iterativ, semnalate mai sus, apar și în unele limbaje de programare. Caracterul recursiv al unor construcții care intervin în limbajele de programare este atît de puternic, încît simularea acestor recursivități comportă folosirea unor gramatici generative de tipuri variate. Dacă la început s-a crezut că limbajele de programare sînt independente de context, ulterior s-a constatat că unele recursivități din aceste limbaje nu pot fi generate decît cu gramatici dependente de context. Există deci o întreagă tipologie a infinității potențiale a limbajelor de programare, întocmai cum există o atare tipologie pentru limbile naturale.

Decalajul dintre competență și performanță

Limbile naturale nu pot fi concepute în afara acestui decalaj, în sensul că, în orice astfel de limbă, la fiecare moment al dezvoltării ei competența lingvistică este superioară performanței. Aici intervine distincția dintre ceea ce este înnăscut și ceea ce este dobîndit, între ceea ce aparține speciei umane și ceea ce aparține individului, între intern și extern, între reflexiv (teoretic) și empiric. Experiența umană este totdeauna finită, extrapolarea infinită nu poate fi operată fără intervenția me-

canismelor înnăscute ale creierului. Experiența este dată de interacțiunile dintre stimuli și răspunsuri, teoreticul poate fi modelat prin diferite mecanisme generative caracterizate prin *reguli*. Apare astfel o legătură organică între trăsătura pe care o analizăm aici și infinitatea discutată în paragraful anterior. Competența este definită de ansamblul regulilor care definesc mecanismele generative ale creierului, în timp ce performanța este determinată de ansamblul de restricții contingente, de loc, timp, capacități fizice, fiziologice și psihice etc. Nu putem actualiza decît o parte din virtualitățile noastre. Însă acest decalaj în favoarea competenței apare, sub aspect lingvistic, în orice limbaj uman suficient de complex, cu o pragmatică suficient de dezvoltată. În momentul apariției ALGOL-ului, sintaxa sa era considerată independentă de context. Ulterior au fost puse în evidență recursivități neindependente de context. În vederea modelării matematice a acestor recursivități, au fost introduse diferite clase de gramatici care rafinează ierarhia lui Chomsky. Tot ceea ce este legat de programarea la un calculator cu anumite proprietăți fizice ține de performanță; competența are în vedere nivelul programelor posibile într-un anumit limbaj, independent de proprietățile calculatorului sau meritele programatorului.

Semantică aditivă sau integrativă ?

Paul L. Garvin (*What is Linguistics?* Report, Buffalo, State University of New York, 1971) susține că semantica limbajelor artificiale este aditivă, în sensul că semnificația unei secvențe se obține prin compunerea semnificațiilor termenilor. Prin contrast, semantica limbilor naturale este integrativă, semnificația întregului nefiind rezultatul simplei adițiuni a semnificațiilor părților. Într-adevăr, limbile na-

turale abundă în expresii idiomatice, care sfidează semantica aditivă. Însă expresii idiomatice apar frecvent și în componenta artificială a limbajului matematic, după cum am arătat în articolul menționat mai sus. Același fenomen are loc și în limbajele de programare evoluate, unde semnificația unei instrucțiuni nu se reduce totdeauna la suma semnificațiilor elementelor componente, iar sensul unui program se poate deosebi de suma sensurilor instrucțiunilor care-l compun (C. Calude, *loc. cit.*). Prezența inevitabilă a expresiilor idiomatice are drept una din cauze compromisul care trebuie realizat între proveniența și semnificația unei expresii. Astfel, simbolul integralei de la a la b a funcției f este ales pentru a aminti de proveniența ei dintr-o sumă finită având ca termeni produse dintre valori ale lui f și lungimi ale unor intervale. Un alt rost al expresiilor idiomatice este realizarea unui echilibru între aspectul atomistic-analitic și cel integrativ-holistic, necesar în orice limbaj uman. Un limbaj care-și fărîmițează prea mult semnificațiile devine neintuitiv și pierde din funcția lui euristică.

Utilizări dincolo de finalitatea fixată inițial

Autori ca H. Freudenthal au considerat că limbajele artificiale au o destinație specializată, în funcție de care au fost ele elaborate (în contrast cu limbile naturale, care vizează o utilizare universală). Se știe însă că limbajele de programare, construite în vederea comunicării om-calculator, s-au dovedit importante în studiul unor probleme de logică matematică și de semantică a limbilor naturale. În același timp, limbile naturale, în ciuda ambiției lor de a face față oricăror necesități, s-au dovedit incapabile de a face față exigențelor de

rigoare ale științei moderne, trebuind de aceea să fie suplimentate cu diferite limbaje artificiale, mai mult sau mai puțin formalizate.

Prezența fenomenelor de ambiguitate

Este răspîndită impresia că ambiguitatea este totdeauna nocivă și că ea nu are cum să apară în limbajele artificiale, deoarece acestea sînt construite de oameni cu un scop precis, care include totdeauna și evitarea ambiguității. Situația amintește de aceea existentă în matematică în primele decenii ale secolului nostru, cînd începuseră să apară teoreme afirmînd proprietăți aparent restrictive ale funcțiilor reale arbitrare de o variabilă reală. Unii matematicieni credeau că aceste teoreme sînt false deoarece, fiind dată o proprietate, putem totdeauna găsi o funcție care o încalcă. Nu se ținea seama că o aplicație, chiar arbitrară, a lui R în R se supune structurii dreptei reale și exprimă, cel puțin indirect, această structură. La fel se întîmplă și cu limbajele artificiale. Ele se supun restricțiilor generale ale competenței umane în domeniul lingvistic. Nu cumva una dintre aceste restricții este prezența inevitabilă a unor ambiguități ? Nu știm încă să răspundem la această întrebare, dar cîteva exemple sînt edificatoare. Dacă în limbajul genetic (ereditatea nu este un fenomen artificial, dar modelul ei matematic este) omonimia se rezolvă pe o bază contextuală (S. Marcus, *Linguistic structures and generative devices in molecular genetics*, „Cahiers de linguistique théorique et appliquée", 11/1974, 2, p. 77—104), ambiguitatea limbajelor de programare pare inerentă la un anumit nivel și de o complexitate ridicată. Se știe de altfel că ambiguitatea nu poate fi evitată nici în unele clase de gramatici generative. În ceea ce privește însă ambiguitatea contextuală de tipul aceleia care conduce la sincretismul unor ca-

tegorii morfologice sau sintactice, s-a putut demonstra (C. Calude, G. Păun, *The absence of contextual ambiguities in the programming languages FORTRAN and ASSIRIS*, p. 57—76 ; N. Dima, *The absence of contextual ambiguities in the programming language PASCAL*, p. 77—90, în S. Marcus, ed., *Contextual ambiguities in natural & artificial languages*, vol. 2, Communication & Cognition, Ghent, Belgium (1983)) că, la o alegere rezonabilă a nivelelor de gramaticalitate, limbajele FORTRAN, ASSIRIS și PASCAL sînt lipsite de ambiguități. Să observăm însă că nu aceeași este situația omonimiei lexicale.

Problema ambiguității este însă mult mai complexă. După cum rezultă dintr-o sistematizare aparținînd lui Joseph H. Greenberg *(Language Universals*, în „Current Trends in Linguistics" (ed. Th. A. Sebeok), vol. 3, Mouton, The Hague, 1966, p. 61—112), forma generală a universaliilor lingvistice este aceea a unei opoziții dintre o categorie marcată și alta nemarcată, adică dintre prezența și absența unei anumite trăsături. De exemplu, în engleză, între *man* cu semnificația de bărbat și *man* cu semnificația de ființă umană apare distincția dintre prezența și absența categoriei masculinului. Putem analiza în mod asemănător opoziția dintre *woman* și *man* în engleză, dintre *autoare* și *autor* în română. Peste tot avem a face cu fenomene de sincretism care constituie cadrul inevitabil al ambiguității. În aceste condiții, este puțin plauzibil ca limbajele artificiale, ca limbaje construite de oameni, să poată eluda ambiguitatea atunci cînd gradul lor de complexitate este suficient de ridicat.

Dubla articulare

Distincția articulat-nearticulat este aceea dintre combinator și necombinator. Sistemul de culori folosit în circulația rutieră este ne-

combinator, deci nearticulat, deoarece semnificația unei culori nu depinde de culorile apărute anterior sau ulterior ei. Nu există aici combinații de culori, ci numai culori izolate. Un exemplu de sistem semiotic cu o singură articulare este cel al reprezentării numerelor. Nimeni nu va confunda pe 13 cu 31, semnificația unei cifre depinde de combinația (contextul) în care ea apare. Față de reprezentarea zecimală a numerelor, ce aduce în plus limbajul ? Faptul că nu avem o singură articulare, ci două. O secvență de forma *cal frumos* este analizabilă în morfeme *(cal* și *frumos),* adică în unități minimale dotate cu sens (lexical sau gramatical), iar morfemele astfel obținute sînt la rîndul lor analizabile în foneme, care nu-s, în general, dotate cu semnificație lexicală sau gramaticală, dar care se pot combina sintagmatic. Această dublă articulare a limbilor naturale este totdeauna asociată cu o discrepanță între numărul de foneme (care este totdeauna cuprins între 10 și 100) și numărul de morfeme (cuprins de obicei între 1 000 și 10 000). Avantajul dublei articulări constă în faptul că, pornindu-se de la un număr relativ mic de semne, se obține, pe baza unei capacități combinatorii foarte mari, un foarte mare număr de semnificații.

André Martinet susține că dubla articulare este specifică limbilor naturale (a se vedea, de exemplu, *Le langage,* sous la direction d'André Martinet, Editions Gallimard, Paris, 1968, p. 31—33). Am argumentat în articolul amintit mai sus, asupra limbajului genetic, existența unei duble articulări în acest limbaj, rolul morfemelor fiind preluat de codoni, iar cel al fonemelor de nucleotizi. Prezența dublei articulări în unele limbaje artificiale rămîne însă să fie discutată în funcție de ce anume este considerat esențial în fenomenul dublei articulări. Dacă reținem din dubla articulare în primul rînd faptul că un număr relativ mic de elemente fără semnificație furnizează, prin

combinare sintagmatică, un număr foarte mare de elemente dotate cu semnificație, atunci este greu să refuzăm tuturor limbajelor artificiale privilegiul dublei articulări. Fiind vorba de un fenomen cu precădere combinator, este plauzibil să intervină aici restricțiile generale relative la capacitățile umane de prelucrare a informației, restricții la care ar urma să se supună orice limbaj creat de om.

Prezența unei retorici

Este vorba de figurile retorice (de tip metaforic sau metonimic) și de structurile prozodice. Am argumentat pe larg într-o serie de lucrări dedicate limbajului științific (de exemplu, în *The metaphors and the metonymies of the scientific language*, „Revue Roumaine de Linguistique", vol. 20, 1975, nr. 5, p. 535—537) că procesele de generalizare și abstractizare, esențiale în gîndirea științifică, sînt generatoare de figuri metaforice, iar deducția și, în general, organizarea în etape riguros ordonate, conduc la figuri metonimice. Funcția euristică a limbajului științific stimulează folosirea figurilor. În ceea ce privește structurile prozodice, vom menționa cercetarea lui Ladislav Nebeský *(One of the relations between poetic and formalized language*, „Poetics", vol. 10, 1974, p. 27—30), care a pus în evidență, în structura calculului propozițional implicativ al lui Church, prezența unor fenomene despre care argumentează că au statutul unor veritabile *structuri ritmice.*

Tendința spre poeticitate

Limbile naturale manifestă evident această tendință, independent de modul în care concepem poeticitatea. Însă poeticitatea a reprezentat, după o ipoteză foarte plauzibilă, și sta-

rea inițială a oricărei limbi naturale, ceea ce este greu de admis (dar, de fapt, această problemă nu a fost încă deloc discutată) în ceea ce privește limbajele artificiale. Este un limbaj artificial, în momentul creării sale (deci cînd nu a devenit încă o rutină) o stare poetică ? A fost ALGOL-ul, în 1960, în această situație ? Vom lăsa fără răspuns aceste întrebări, legate oarecum de poeticitatea inerentă a științei, în sensul în care ea a fost discutată în cartea lui Ion Ianoși (*Nonarta artă*, 2 volume, Editura Cartea Românească, 1982 și 1985). Să observăm că sursele de poeticitate *a posteriori* ale limbajelor artificiale sînt numeroase ; vom menționa aici două dintre ele : conotația și, mai ales, orientarea asupra mesajului (orientare care, după Roman Jakobson, definește funcția poetică a limbajului). S-a crezut (am afirmat și noi acest lucru în *Poetica matematică*, Editura Academiei R.S.R., 1970) că din limbajul matematic este exclusă conotația. Însă expresiile idiomatice ale unor notații matematice cu greu pot fi distinse de conotații (a se vedea notația integralei de la *a* la *b* a lui *f*). O expresie ca *subșir*, datorită analogiei ei cu *submulțime*, conotează inevitabil un statut ansamblist al subșirului, în contrast cu statutul neansamblist, de funcție, pe care-l are orice șir (deci și orice subșir) în virtutea denotației sale. Chestiunea rămîne însă să fie discutată și aprofundată. Mai lipsită de echivoc pare tendința de orientare asupra mesajului. De la nașterea algebrei și pe măsură ce a proliferat folosirea unor semne disponibile unor particularizări dintre cele mai variate, a variabilelor libere și legate, a unor formule și relații deschise unei multiplicități de interpretări, limbajul matematic funcționează tot mai mult atît în ipostaza sa de geam transparent cît și în aceea de geam translucid sau mat. Nu este aceasta orientarea asupra mesajului ?

Posibilitatea autoreferinței

Paul L. Garvin consideră că limbile naturale sînt singurele în care putem vorbi despre limbă fără a ieși din ea. *Româna este continuatoarea latinei...*, iată o afirmație (aparținînd acad. Al. Rosetti) *în* limba română, *despre* limba română. Această posibilitate a autoreferinței este posibilă într-un limbaj artificial? Pe mai multe căi a venit la această întrebare un răspuns afirmativ. Putem invoca aici nume ca cele ale lui Kurt Gödel și R. Smullyan (nume pe care le-am invocat în această privință și cu alte ocazii, de exemplu în *Paradoxul*, Editura Albatros, 1984), dar ne vom referi explicit la Hans Freudenthal *(loc. cit.)*, care, în construcția limbajului său cosmic, procedează de așa natură încît metalimbajul necesar diferitelor explicații să fie chiar limbajul-obiect pe care-l construiește.

Imposibilitatea învățării limbajului înainte de utilizarea sa

S-a crezut că această situație este specifică limbilor naturale. Însă dependența de pragmatică este severă și în alte cazuri. Toți informaticienii sînt de acord că nu este posibilă învățarea efectivă a unui limbaj de programare fără a-l practica. De fapt, în aceeași situație se află și limbajul matematic. Contrar celor afirmate de mulți autori, în aceste limbaje apar multe fenomene dependente de context, care nu pot nici pe departe să fie epuizate prin definiții descriptive. *Numărul zero* este un exemplu tipic în acest sens, în matematica elementară.

Nu am epuizat fenomenele care candidează la discriminarea natural-artificial în domeniul limbajelor. S-a cristalizat însă ideea că ar-

tificialul, chiar cînd este formalizat, manifestă o tendință puternică de apropiere de natural.

Limbajul științei și judecata publicului

Este limbajul o barieră importantă în apropierea științei de public ? L. J. Paige (*Public understanding of science and its implication for mathematics*, „American Mathematical Monthly", vol. 78, 1971, no. 2, p. 130—142) dă la această întrebare un răspuns afirmativ. Datorită și acestui fapt, chiar pentru specialiști, granița dintre cercetarea fundamentală și cea aplicativă, dintre știință și tehnologie este uneori neclară și, cu atît mai mult, este ea neclară pentru marele public. La această constatare a lui Paige vom adăuga o observație care vizează un strat mult mai profund și o situație mult mai gravă. O mare parte a publicului nu are o reprezentare corectă, fie ea și aproximativă, a obiectului și rostului științei, a naturii și istoriei ei. Se întîmplă deseori ca matematicienii să fie întrebați de către profani dacă a mai rămas ceva de descoperit în matematică. Neînțelegeri de acest fel au o asemenea amploare încît ele contaminează, inevitabil, și mentalitatea unor factori de decizie în domeniul științei. Paige constată cu amărăciune că după decenii de creștere spectaculoasă a suportului federal pentru cercetarea științifică, atît fundamentală cît și aplicativă, finanțarea cercetării este pusă sub semnul întrebării de diferite straturi ale societății americane.

Să revenim însă la limbaj. El este pus în chestiune cu o deosebită duritate de George Steiner (*Language and Silence*, Atheneum, New York, 1967 ; versiune franceză la Editions du Seuil, 1969), care rezumă istoria relației cultură-limbaj în felul următor. Pînă în secolul al XVII-lea, sfera limbajului îngloba expe-

rienţa şi realitatea în cvasitotalitatea lor. A urmat apoi un proces de restrîngere treptată a acţiunii limbajului. O serie întreagă de forme de gîndire şi sensibilitate s-au depărtat de limbaj. Desigur, Steiner înţelege prin *limbaj* limbajul articulat, în manifestările sale naturale, de la engleză la rusă şi de la franceză la germană. Zone întinse ale cunoaşterii şi ale practicii au intrat tot mai mult în raza de acţiune a unor sisteme lingvistice artificiale, ca cele promovate de matematică, de logica simbolică şi de formulele relaţiilor chimice sau electronice. Steiner făcea această constatare cu aproape 20 de ani în urmă, dar între timp situaţia „s-a agravat", deoarece au proliferat limbajele inteligenţei artificiale, printre care limbajele de programare la calculator sînt, probabil, cele mai cunoscute. Ne imaginăm cît de mare trebuie să fie acum scandalizarea lui Steiner, cînd constată că aceste limbaje artificiale, neverbale, iau amploare şi se impun tot mai mult în jocurile copiilor, în programele de învăţămînt şi în educaţia adolescenţilor de pretutindeni.

Problema este deosebit de importantă deoarece o atitudine ca aceea a lui Steiner riscă să creeze un conflict între dezvoltarea ştiinţei şi tehnologiei, pe de o parte, şi dezvoltarea culturii umaniste, pe de altă parte. Faţă de opoziţia teoretizată de Blaise Pascal, între spiritul geometric şi spiritul de fineţe, unde conciliere a şi complementaritatea celor două viziuni erau evidente, şi faţă de „cele două culturi" teoretizate de C. P. Snow, atitudinea lui Steiner este incomparabil mai radicală. Întreaga istorie a ştiinţei moderne este văzută de acesta ca un proces de înstrăinare faţă de om şi de restrîngere a audienţei faţă de public.

Steiner încearcă să aducă în sprijinul său punctul de vedere al unor mari oameni de ştiinţă ca J. Robert Oppenheimer, care a arătat că chiar în interiorul ştiinţei a apărut o criză a procesului de comunicare, fizicianul şi mate-

maticianul înțelegîndu-se între ei tot mai puțin, ca și biologul și astronomul. Și aici, lucrurile „s-au agravat" față de situația din urmă cu 20 de ani. Este foarte ușor azi să găsești matematicieni care nu-și pot relata unul altuia decît foarte vag ceea ce ei cercetează.

În toate aceste observații se amestecă mai multe probleme, foarte diferite ca statut și din punctul de vedere al modului de a le elucida. Să ne referim mai întîi la opoziția pe care Steiner o introduce între limbajul natural, pe de o parte, și limbajele artificiale ale științei, pe de altă parte. S-a demonstrat de mai multe ori și în mai multe feluri că toate limbajele artificiale create de știință sînt simple proteze ale limbajului natural, că ele sînt structurate după modelul acestuia din urmă. Am observat și cu alte prilejuri că limbajul natural este termenul fundamental de referință în structurarea formulelor matematice sau chimice, a limbajelor de programare la calculator și a sistemelor de simboluri ale calculului propozițional sau ale calculului cu predicate din logica matematică, tot așa cum spațiul euclidian este termenul fundamental de referință în studiul diverselor spații abstracte imaginate în matematică sau în fizică, în biologie sau științele umane. Este oare o întîmplare faptul că toate limbajele artificiale mai importante, ca cele enumerate mai sus, au putut fi studiate, din punctul de vedere al structurii morfologice, sintactice și semantice, cu ajutorul acelor metode și concepte care s-au dezvoltat în prealabil în studiul limbilor naturale? Cum se explică faptul că arsenalul de idei ale lingvisticii structurale, de la Ferdinand de Saussure și Louis Hjelmslev la Roman Jakobson și André Martinet, s-a dovedit atît de adecvat în studiul unor sisteme de semne complet diferite de limbajul natural (de exemplu, folosirea în antropologie, de către Claude Lévi-Strauss, a ideilor lingvistice ale lui Roman Jakobson)? De ce teoria gramaticilor generative, elaborată

inițial de către Noam Chomsky în legătură exclusivă cu studiul limbilor naturale, s-a dovedit ulterior a fi instrumentul cel mai adecvat pentru cercetarea structurii sintactice și semantice a limbajelor de programare la calculator, de la ALGOL la FORTRAN etc. ?

Toate aceste fapte sînt numai cîteva dintre cele care atestă că nici o opoziție radicală nu poate fi introdusă între limbajul natural și limbajele științei. Diferențe serioase există, dar unele dintre ele privesc nu atît natura acestor limbaje cît istoria lor ; ele sînt deopotrivă de ordinul umanului și poate chiar, într-un anume sens, artificialul este mai uman decît naturalul, cum am avut prilejul să observăm. Limbajele științei nu se pot lipsi de componenta lor naturală.

Între Hjelmslev și Gödel

Într-un cuvînt înainte la dicționarul lor de semiotică și de teoria limbajului, A. J. Greimas și J. Courtés (*Sémiotique. Dictionnaire raisonné de la théorie du langage*, Classiques Hachette, Paris, 1979, p. 6) scriu : „Dorința noastră este, într-adevăr, ca acest dicționar să fie locul de înregistrare a progreselor semioticii, iar inventarul provizoriu al conceptelor pe care le prezintă să fie considerat deschis unor formulări noi, mai reușite". În spiritul acestei invitații pe care autorii o adresează cititorilor, vom discuta în cele ce urmează modul în care dicționarul menționat prezintă unele concepte la care legătura și eventual discrepanța dintre aspectele lingvistico-semiotice și cele logico-sistemice sînt importante, dar din păcate eludate. Problema prezintă deci o semnificație mai largă, referindu-se la o chestiune fundamentală a teoriei lingvistice.

Să ne referim mai întîi la articolele consacrate termenilor *coerență* și *simplitate*, raportați, cum era de așteptat, la exigențele hjelms-

leviene privind coerența, exhaustivitatea și simplitatea drept criterii de științificitate a unei descrieri și a unei teorii. Lipsește aici conexiunea cu teorema din 1931 a lui Kurt Gödel, care afirmă în esență că nici un sistem formal suficient de complex nu poate fi în același timp necontradictoriu și complet. Tradus în limbaj hjelmslevian, acest rezultat afirmă imposibilitatea unei descrieri formalizate de a fi în același timp coerentă și exhaustivă. O prezentare destul de accesibilă a acestei teoreme a lui Gödel poate fi găsită în cartea de logică matematică a lui S. C. Kleene (*Mathematical Logic*, John Wiley, New York, 1967). Este foarte probabil că Hjelmslev nu cunoștea rezultatul lui Gödel. Faptul este normal. Chiar în lumea matematicienilor și logicienilor a fost nevoie de cîteva decenii pentru a se înțelege și a se asimila această teoremă, care ne obligă la o schimbare radicală a obișnuințelor noastre de gîndire. Între timp însă rezultatul s-a clasicizat și a devenit foarte popular, după cum se poate vedea din cartea lui D. R. Hofstadter (*Gödel, Escher, Bach: An Eternal Golden Braid*, Basic Books, New York, 1979). Nu-l mai putem deci ignora.

Așadar, cele trei exigențe hjelmsleviene sînt incompatibile. O intuiție a acestei situații apare însă chiar la Hjelmslev, care observă (a se vedea citatul din articolul despre *exhaustivité* din Dicționarul Greimas-Courtés) că „dacă exigența de exhaustivitate trece înaintea celei de simplitate, ea trebuie să cedeze primul loc exigenței de necontradicție (sau coerență)". Această grijă de a propune o ierarhie sugerează compromisul la care trebuie să recurgem în condițiile de imposibilitate a realizării simultane a celor trei exigențe. În baza acestui compromis, ordinea descrescîndă de importanță a exigențelor este : coerență, exhaustivitate, simplitate. Dacă ținem seamă de importanța pe care Hjelmslev o acorda formalizării, putem, fără riscul de a greși, să asimilăm teoria lin-

gvistică unui sistem formal (sau cu o mulțime de astfel de sisteme). Joncțiunea cu teorema lui Gödel este astfel realizată.

Urmarea celor de mai sus este faptul că unei descrieri lingvistice formalizate îi rămîne să aleagă între următoarele două variante optime: să fie coerentă și simplă sau să fie exhaustivă și simplă. Însă în contrast cu exhaustivitatea și coerența, care pot fi riguros precizate prin intermediul proprietăților de completitudine și necontradicție ale unui sistem formal, simplitatea prezintă diferite grade ; aceste grade pot fi și ele precizate în diferite teorii ale complexității unui sistem formal.

Acest mod de a pune problema formalizării în lingvistică are avantajul (pe care unii autori îl consideră un dezavantaj) de a permite existența paradoxurilor. Din acest motiv, poate fi mai util uneori să se sacrifice necontradicția, pentru a permite unei descrieri lingvistice formalizate a realiza simultan exhaustivitatea, existența paradoxurilor și o relativă simplitate. Pentru Hjelmslev, dimpotrivă, grija principală era evitarea paradoxurilor (așa cum rezultă din prioritatea pe care o acorda dezideratului necontradicției). Într-adevăr, paradoxul se definește prin negarea principiului aristotelic al necontradicției. După un rezultat al lui Y. Bar-Hillel *(Do Natural Languages Contain Paradoxes?* Studium Generale, vol. 19, 1966, p. 391—397), limbile naturale nu conțin paradoxuri, dar prețul pe care ele îl plătesc pentru aceasta este inexistența unei proceduri algoritmice de a decide, pentru fiecare enunț, dacă el este sau nu susceptibil de valori de adevăr.

O discuție a acestui rezultat se află la Emanuel Vasiliu (*Paradoxes and logical types in natural languages,* „Cahiers de Linguistique Théorique et Appliquée", 7, 1970, p. 43—54) și la Solomon Marcus (*Paradoxes,* „Revue Roumaine de Linguistique", vol. 27, 1982, p. 157—163). Însă aserțiunile lui Hjelmslev și Bar-Hillel nu au același obiect. Hjelmslev are în

vedere teoria lingvistică, în timp ce Bar-Hillel are în vedere limba însăși. Mai e o deosebire, ceva mai ascunsă. Cuvintele *paradox* și *antinomie* sînt utilizate de cele mai multe ori ca și cum ar fi sinonime ; această confuzie apare pînă și la un autor important cum este Kleene *(op. cit.)*. Urmînd o idee a lui Roland Posner (*Semiotic paradoxes in the use of language,* în „Zeichenprozesse: Semiotische Forschung in den Einzelwissenschaften", eds. R. Posner, H. P. Runecke, Athenaion, Wiesbaden, 1977, p. 109—128), antinomia este un caz particular de paradox, în care enunțurile *A* și *non A* se implică reciproc. Paradoxurile pe care Bar-Hillel le identifică în limbile naturale sînt de tipul paradoxului mincinosului, deci revin la antinomie. Dimpotrivă, paradoxurile evitate de Hjelmslev nu sînt obligatoriu antinomii. După cum am arătat (*Paradoxul,* Editura Albatros, 1984), există un caz intermediar important, semiantinomia.

Criteriile de științificitate propuse de Hjelmslev sînt deci irealizabile în totalitate. Această situație curioasă, în care mai multe condiții, dintre care fiecare luată separat pare rezonabilă, devin incompatibile cînd sînt considerate împreună, este frecventă în știință. Un exemplu devenit celebru este teorema lui Arrow privind imposibilitatea unei agregări rezonabile a mai multor opțiuni individuale într-o opțiune colectivă (K. L. Arrow, *Social Choice and Individual Values,* Wiley, New York, 1963).

Provocarea limbajelor de programare

„Proiectele privind programarea în limba naturală sînt, prin însăși natura lor, destinate eșecului". Iată o declarație a unuia dintre cei mai importanți autori din domeniul informaticii teoretice, Edsger W. Dijkstra (*How do we tell truths that might hurt?* „ACM Sigplan

Notices", vol. 17, 1982, no. 5, p. 13—15). Declarația este de natură să șocheze, deoarece ea apare într-un moment în care preocupările privind dialogul în limba naturală cu calculatorul electronic devin tot mai insistente și par a înregistra unele succese. Dijkstra inserează opinia sa într-o ordine de idei mai generală, care ține de natura paradoxal-antinomică a cunoașterii actuale.

Uneori descoperim adevăruri neplăcute, observă Dijkstra. Se creează astfel o situație conflictuală. Chiar dacă nu ne convine, un adevăr nu poate fi suprimat. O onestitate elementară ne impune această atitudine. Mai mult, un adevăr științific trebuie nu numai acceptat, dar și făcut cunoscut. Însă relatîndu-l, el se va întoarce asupra noastră, stimulîndu-ne. Dijkstra atrage atenția asupra aspectului psihologic al acestei situații. Dacă adevărurile care i se relatează sînt prea dezagreabile, atunci audiența poate fi psihic incapabilă să le accepte. Mai mult, cel care relatează aceste adevăruri riscă să fie etichetat de nerealist și naiv ; în orice caz, el devine nepopular în multe cercuri, fapt care poate implica unele riscuri (a se vedea Galileo Galilei).

Situația conflictuală schițată mai sus afectează în mod deosebit domeniul informaticii. De obicei se păstrează tăcere în această privință, eludîndu-se pur și simplu chestiunea. De exemplu, în ceea ce privește limbajul COBOL, nu-ți rămîne decît să alegi între următoarele două posibilități : sau să lupți împotriva bolii sau să pretinzi că nu există nici o boală. Cele mai multe departamente de informatică au ales calea a doua, evident mai comodă. Dar, se întreabă Dijkstra, este aceasta onest ? Oare o tăcere prelungită nu riscă să afecteze integritatea intelectuală a informaticii ? Dijkstra enumeră cîteva asemenea situații pe care mai toți informaticienii le cunosc, dar se comportă ca și cum nu le-ar cunoaște. Iată-le :

Programarea este una dintre ramurile cele mai dificile ale matematicii aplicate ; matematicienii prea puri ar face probabil bine să nu se angajeze în această activitate.

Instrumentele pe care le folosim au o influență profundă (și indirectă) asupra modului în care gîndim.

FORTRAN, „dezordinea infantilă", limbaj vechi de peste 20 de ani, nu oferă nici o speranță de a deveni adecvat unor aplicații ale informaticii într-un domeniu sau altul ; este un limbaj prea greoi, prea riscant și prea scump.

PL 1 — „boala fatală" — este mai degrabă o problemă decît o soluție.

Este practic imposibil să predai cum trebuie programarea unor studenți care în prealabil au fost inițiați în BASIC ; ca programatori potențiali, acești studenți sînt mutilați mintal fără speranță de recuperare.

Utilizarea limbajului COBOL schilodește mintea ; predarea acestuia ar trebui considerată un act criminal.

Limbajul APL este o eroare care tinde spre perfecțiune. Este limbajul viitorului pentru tehnicile de programare ale trecutului.

În legătură cu folosirea limbajului : este imposibil să ascuți un creion cu un topor. La fel de zadarnic este să încerci s-o faci cu zece topoare.

În afară de o oarecare înclinare matematică, o stăpînire foarte bună a limbii materne este calitatea cea mai importantă a unui programator competent.

Multe companii care au acceptat dependența de echipamentul produs de un mare fabricant (prin aceasta, vînzîndu-și sufletul diavolului) se vor prăbuși sub povara complexității nestăpînite a sistemului datelor de prelucrare.

Folosirea unei terminologii antropomorfice în domeniul sistemelor de calcul este un simptom al insuficientei maturități profesionale.

Pretinzînd că pot contribui la ingineria *soft*, oamenii de știință *soft* cad în ridicol. În ciuda

numelui ei, ingineria *soft* are nevoie de suportul științei *hard.*

Odinioară, fizicienii își verificau reciproc experimentele pentru a obține o siguranță mai mare. Astăzi, ei se agață de FORTRAN pentru a-și împrumuta reciproc programe, cu defectele lor cu tot.

Acest manifest incendiar a fost lansat de Dijkstra în 1982. În măsura în care vom afla reacțiile pe care le-a produs, le vom semnala. Desigur, nu pierdem din vedere mijloacele de ordin retoric pe care un autor le pune în mișcare, pentru a da ideilor sale mai multă pregnanță. Într-o lume aflată tot mai mult sub semnul limbajelor om-calculator, este important să se sublinieze și limitele și neajunsurile limbajelor aflate în uz și care tind să devină obiectul unei noi mitologii. Excesele verbale la care recurge uneori Dijkstra pot fi înțelese și motivate de nevoia retorică de a atrage atenția asupra unor aspecte de obicei eludate. Aceste exagerări nu trebuie luate deci *ad litteram.* Dar problemele pe care ele le semnalează nu pot fi minimalizate. Ne gîndim, de exemplu, la limbajul BASIC, introdus în multe țări în programa școlară și care urmează să fie introdus și la noi. Dijkstra nu este singurul care-l judecă foarte aspru. În jurul oportunității alegerii limbajului BASIC pentru educația informatică a adolescenților se desfășoară de cîțiva ani o polemică pe plan mondial. Unii argumentează pentru înlocuirea lui BASIC cu PASCAL. Vom mai avea prilejul să revenim asupra acestor probleme.

Lingvistica matematică, azi

Modul obișnuit de urmărire a transformărilor și perspectivelor unei discipline este acela al desprinderii dinamicii relațiilor dintre problemele pe care disciplina și le pune și rezul-

tatele pe care ea le obține. Simptomul vitalității unei discipline este capacitatea de a-și pune probleme; cum spune, într-un articol relativ recent, Paul Halmos, problemele sînt inima matematicii. De fapt, problemele sînt inima oricărei discipline științifice, nu numai a matematicii. Lingvistica matematică, la care ne referim acum, a fost discutată de mai multe ori din punctul de vedere al problemelor, metodelor și aplicațiilor ei. Autorul rîndurilor de față s-a angajat de cîteva ori într-un astfel de itinerar (de exemplu, în *Aspecte matematice în studiul limbajului*, în *Limbaj, logică, filosofie*, Editura Științifică, București, 1968, p. 48—85 și în *Mathematical Linguistics in Europe*, în „Current Trends in Linguistics", editor Th. A. Sebeok, vol. 9, *Linguistics in Western Europe*, Mouton, The Hague, 1972, p. 646—687). Interesul pentru disciplinele tinere (lingvistica matematică s-a născut la sfîrșitul deceniului al șaselea al secolului nostru), pentru evoluția și perspectivele lor a fost totdeauna mai mare decît pentru disciplinele cu o istorie seculară sau milenară. Ca în orice familie, și în familia științelor noii-născuți se bucură de o atenție mărită, toți comentînd cu cine seamănă și ce le va aduce viitorul. Dacă pentru o disciplină milenară cum este matematica sau chiar pentru una seculară, cum este analiza matematică, unul sau două decenii reprezintă un interval de timp neînsemnat, pentru o disciplină născută în urmă cu 25 de ani o perioadă de 15 ani sau chiar de un deceniu este imensă. Ne propunem în cele ce urmează: a) să confruntăm situația de azi a lingvisticii matematice cu cea prezentată în studiile menționate anterior și cu modul în care întrevedeam atunci viitorul care astăzi a devenit trecut, și b) să încercăm să desprindem unele tendințe actuale ale lingvisticii matematice nu atît în raport cu problematica abordată, cît în ceea ce privește schimbarea de mentalitate.

Este interesant de urmărit modul în care a evoluat statutul lingvisticii matematice ca disciplină. Pînă în urmă cu 10—15 ani se discuta dacă lingvistica matematică este lingvistică sau matematică, preponderent fiind punctul de vedere după care domeniul este interdisciplinar. În anii '60 se credea că acest caracter interdisciplinar se va accentua. Acum se constată că denumirea însăși de lingvistică matematică este mai puțin utilizată, fără însă ca aceasta să însemne o diminuare în importanță a domeniului ca atare. Două procese au avut loc, ele fiind și acum în plină desfășurare. Pe de o parte, lingvistica matematică s-a descompus în componente care s-au constituit treptat în domenii distincte, relativ independente, pe de altă parte unele dintre aceste componente au fost ulterior asimilate fie de lingvistică, fie de matematică, fie de informatică, logică sau filosofie. Astfel, partea relativă la teoria gramaticilor generative și transformaționale s-a descompus într-o componentă matematică, teoria limbajelor și gramaticile formale, și gramatica transformațională, asimilată de lingvistică drept unul dintre capitolele ei de bază. Partea relativă la utilizarea calculatorului în lingvistică s-a constituit într-o disciplină relativ independentă, lingvistica computațională, cu propriile ei reviste și congrese ; totuși, în ultima vreme se observă interesul crescînd, pentru această nouă disciplină, atît al lingvisticii cît și al informaticii. La un congres internațional al lingviștilor (Tokio, august 1982) o secțiune specială a fost intitulată „Lingvistica și calculatorul".

În ceea ce privește informatica, este de observat că unul dintre domeniile ei de bază, inteligența artificială, se interesează tot mai mult de limbile naturale, fie în ceea ce privește dialogul om-calculator, fie relativ la simularea pe calculator a dialogului om-om. În timp ce lingvistica computațională este preocupată cu precădere de probleme care vin din

tradiția îndelungată a lingvisticii structurale și a lingvisticii istorice, informatica vizează o problematică nouă, care depășește de obicei frontierele limbilor naturale. O amploare deosebită au luat-o metodele logicii matematice în studiul semanticii și pragmaticii limbilor naturale. Această orientare a fost asimilată de lingvistica modernă și reprezintă acum o parte organică a ei. Faptul acesta este atestat de simpla parcurgere a revistelor și monografiilor de lingvistică teoretică din ultimul deceniu. Trebuie însă observat că orientarea logică în lingvistică a fost cu precădere corelată cu gîndirea unor clasici ca Frege, Russell, Carnap, Wittgenstein și cu aceea a unor logici neclasice de tipul logicilor modale, deontice și fuzzy și mai puțin cu aceea dezvoltată de Kleene, Gödel, Turing, Church, Markov și atîția alții, privind recursivitatea, calculabilitatea, decidabilitatea și toate celelalte fenomene prin care logica matematică modernă se constituie drept baza teoretică a informaticii. Implicit, legătura lingvisticii cu informatica nu este încă efectuată la nivelul gîndirii lingvistice teoretice. Faptul acesta pare cu atît mai curios cu cît lingvistica generativă dezvoltată, începînd cu deceniul al șaselea, are una din sursele ei în acea teorie a sistemelor formale care a alimentat atît linia de gîndire a lui Hilbert și Gödel cît și pe aceea a lui Kleene și Turing.

O evoluție interesantă a avut-o teoria modelelor analitice în lingvistică. Dacă prin unele capitole ale ei această teorie a făcut joncțiunea cu teoria semigrupurilor libere, prin altele ea s-a legat organic de unele capitole ale lingvisticii, ca fonologia, morfologia și sintaxa. Un exemplu semnificativ în acest sens este cartea lui F. H. Kortland, *Modelling the Phoneme* (Mouton, The Hague, 1972). Să observăm că unele direcții ale teoriei modelelor analitice, cum este aceea a configurațiilor sintactice, prezintă dificultăți matematice care nu au fost încă depășite.

Cea mai veche orientare matematică în lingvistică, aceea relativă la utilizarea metodelor probabiliste și informaționale, a fost în mare măsură asimilată de lingvistică. După cărțile prea elementare ca cele ale lui Pierre Guiraud sau prea sofisticate, ca cele ale lui Gustav Herdan, în care gîndirea lingvistică și cea probabilistă nu reușeau să se întîlnească în mod efectiv, s-a reușit să se atingă o fază nouă, pentru care dau seama cărți ca aceea a lui Charles Müller (*Initiation à la statistique linguistique,* „Langue et Langage", Larousse, Paris, 1968) și, mai ales, ca aceea a lui Barron Brainerd (*Weighing evidence in language and literature ; a statistical approach,* Toronto University Press, 1973). Din păcate, domeniul lingvisticii statistice a fost într-o anumită măsură compromis de un număr mare de manifestări diletante, care au îndepărtat atenția multor lingviști de la aceste metode.

Forme noi ale interferenței lingvisticii cu matematica

Paralel cu această evoluție eterogenă a compartimentelor lingvisticii matematice care existau încă de la nașterea acesteia, trebuie să consemnăm apariția și dezvoltarea unor compartimente noi, în bună măsură relative la mecanisme generative de tip nechomskian. Avem în vedere în primul rînd teoria sistemelor Lindenmayer, care, plecînd de la modelarea unor fenomene de dezvoltare în biologia celulară, s-a constituit repede într-un capitol de matematică relativ independent, filiațiile sale cu teoria gramaticilor generative chomskiene neputînd fi însă eludate.

Putem spune, în ansamblu, că amploarea luată de lingvistica matematică se manifestă numai parțial într-o formă interdisciplinară ; în bună măsură ea este camuflată de integrarea unor capitole ale ei în disciplinele anterior

constituite, ca matematica sau lingvistica. Altele sînt înghițite acum de informatică, poate unele vor intra în logică. În orice caz, acest proces este însoțit de un altul. Matematica și lingvistica înseși își extind propriul lor obiect. Astfel, matematica își lărgește domeniul cu teorii sugerate de biologie, lingvistică, economie (a se vedea teoria catastrofelor), iar lingvistica, definită pînă ieri ca studiu al limbilor naturale, își extinde treptat interesul și asupra celor artificiale (logice, de calculator etc.). Orientarea promovată în acest sens de Richard Montague (*Formal Philosophy,* Yale University Press, New Haven, 1974) este semnificativă, de altfel ea era așteptată încă de la începutul lingvisticii matematice. În schimb, a surprins așteptările procesul prin care lingvistica s-a dovedit capabilă să asimileze într-un timp scurt metodele logice care pînă mai ieri îi erau străine (chiar dacă antecedente ale lor pot fi urmărite departe în trecut).

Prin aceasta se dezvăluie și caracterul în parte convențional a ceea ce numim interdisciplinaritate. Putem spune că lingvistica matematică își dovedește, într-o anumită măsură, maturitatea tocmai prin capacitatea ei de a se autodizolva, de a se lăsa absorbită de venerabilele discipline care i-au stimulat apariția. Aceasta nu înseamnă însă că majoritatea lingviștilor se contaminează de probleme de formalizare ; metodele logice în lingvistică rămîn o zonă specială a lingvisticii, iar o revistă ca „Theoretical Linguistics" rămîne în continuare neinteresantă pentru un număr destul de mare de lingviști. Imaginea de ansamblu a revistelor de lingvistică este astăzi destul de derutantă. Este însă cert că prezența gîndirii logico-matematice și a instrumentului matematic a devenit un fapt curent chiar în publicații lingvistice relativ tradiționale, ca „Linguistics" și „Lingua e Stile". În particular, revistele românești „Studii și Cercetări Lingvistice" și

„Revue Roumaine de Linguistique" se supun aceluiași proces.

Un alt fenomen interesant în ultima vreme, care probabil se va accentua, este rolul matematicii de catalizator al legăturilor lingvisticii cu celelalte discipline. Prin structuralism, lingvistica a putut colabora cu antropologia (Claude Lévi Strauss), cu poetica (Roman Jakobson), cu psihanaliza (J. Lacan) și cu alte cîteva discipline, prin gramatica generativă ea și-a lărgit considerabil legăturile interdisciplinare ; aceasta a fost posibil însă datorită transferului pe care-l permite generalizarea de natură matematică. Au fost dezvăluite astfel legături profunde ale lingvisticii cu teoria limbajelor de programare, cu genetica, teoria învățării, cu teatrul, muzica și literatura. Acest rol de „al treilea" al matematicii ar putea să fie detectat și în raport cu alte discipline (a se vedea de exemplu legăturile, prin intermediul modelului matematic al entropiei, dintre fizică și procesele de comunicare).

O privire nouă a adus matematica și în legătură cu situația lingvisticii față de dihotomia discret-continuu. Lingvistica structurală clarificase, în urmă cu mai multe decenii, faptul că trecerea de la vorbire la limbă constituie înlocuirea unei reprezentări continue cu una discretă. Deoarece, după Ferdinand de Saussure, obiectul lingvisticii este limba, nu vorbirea, modelele matematice adoptate în lingvistică au fost multă vreme de natură discretă. Algebra și Logica matematică păreau să fie suficiente în această privință. Iată însă că din ce în ce mai mult s-a conturat un proces surprinzător, acela al aproximării discretului lingvistic prin modele continue sau, altfel spus, de scufundare a celui dintîi în cele din urmă. Topologia a pătruns în lingvistică în mai multe etape. Topologiile, de obicei nemetrizabile, asociate diferitelor relații binare studiate în mor-

fologie și sintaxă s-au dovedit a avea uneori semnificații deosebite.

Diferite tipuri de distanțe introduse în mulțimea frazelor unei limbi sau în mulțimea părților ei au condus la probleme delicate, în bună măsură nerezolvate. Ulterior, în studiul fenomenelor de repetiție lingvistică, au pătruns metodele topologiei algebrice, care asociază unui text diferite complexe simpliciale. Prin teoria matematică a catastrofelor pătrunde în lingvistică topologia diferențială. Noutatea constă aici în faptul că nu mai este vorba de nivelul morfologic, nici de cel sintactic, ci de nivelul semantic al limbilor naturale. Relevanța cu care René Thom a analizat semantica verbului francez a marcat o cotitură în teoria lingvistică. Gonit din limbă, refugiat în vorbire, continuul lingvistic reapare prin schimbarea strategiei de investigare. După René Thom, renunțarea la matematica continuă în studiul limbii ar apărea la fel de nefericită ca renunțarea la metodele analizei matematice în studiul numerelor prime. Dar, vorbind despre analiza matematică, trebuie să observăm că din această ramură a matematicii lingvistica matematică împrumută în ultima vreme nu atît rezultate (deși nici acestea nu lipsesc), cît concepte, idei și metode. Sistemele de ecuații cu necunoscute limbaje, teoremele de punct fix, teoria măsurii, măsurile exterioare Caratheodory, seriile formale s-au dovedit importuri bine inspirate ale unor idei de analiză matematică astăzi devenite familiare în teoria limbajelor și a automatelor.

În prima fază de dezvoltare a lingvisticii matematice trei erau cu precădere criticile aduse acestei discipline : limitarea la problemele limbii scrise, neglijarea semanticii și neglijarea aspectelor diacronice ale limbii. Prima critică se baza pe faptul că una din preocupările principale ale lingvisticii matematice era traducerea automată, interesată exclusiv de limba scrisă. Între timp însă, lingvistica ma-

tematică s-a dovedit capabilă să cuprindă aspecte esențiale ale fonologiei, ale recunoașterii formelor și ale foneticii. Cea de a doua critică a intrat și ea în desuetudine, astăzi semantica și pragmatica aflîndu-se în centrul de preocupări al modelării logice în lingvistică. Cum rămîne cu cea de a treia critică ? Ea a devenit depășită prin impactul tot mai mare pe care calculatorul îl are asupra lingvisticii istorice, asupra filologiei și dialectologiei. Reviste de genul „Computers and the Humanities" (Statele Unite) și „Linguistic and Literary Computing" (Anglia) sînt semnificative în acest sens. Să mai observăm că la conferințele internaționale de lingvistică computațională, care se țin o dată la doi ani, sînt prezentate numeroase cercetări de istoria limbii.

Singura barieră care a mai rămas în fața lingvisticii matematice este ignoranța.

Comunicarea umană : un fapt comun și o enigmă

În ultimele decenii s-au acumulat diferite descrieri ale procesului de comunicare umană, fiecare descriere adoptînd unghiul de vedere al uneia dintre disciplinele care au ca obiect comunicarea sau/și limbajul. Să încercăm să articulăm aceste descrieri într-o prezentare unitară și coerentă ; o reprezentare care trebuie să ia în considerare achizițiile tuturor disciplinelor relative la semnificație, informație, comunicare și limbaj. În mod inevitabil, o atare reprezentare acordă o egală atenție factorilor interni și externi, aspectelor sintactice, semantice și pragmatice.

Comunicarea este un aspect al funcționalității limbajului. Este ea oare cea mai importantă manifestare a funcționalității limbajului ? Se știe că limbajul are un rol important și în formarea ideilor. Dacă totuși a prevalat punctul de vedere după care principala funcție

a limbajului este cea comunicativă, trebuie să observăm că, în ultima vreme, acest fapt a fost supus unei reexaminări atente, iar unii autori (a se vedea, de exemplu, S. Kuroda, *Some thoughts on the foundations of the theory of language,* în „Linguistics and Philosophy", vol. 3, 1979, p. 1—12) contestă primordialitatea funcției comunicative față de celelalte funcții ale limbajului.

O reprezentare triadică a procesului de comunicare a fost propusă de K. Bühler (*Die Axiomatik der Sprachwissenschaft,* "Kant Studien", vol. 38, 1933, p. 19—90) : *emițător-mesaj-destinatar.* Ulterior, Roman Jakobson (*Linguistics and Poetics,* în *Style in Language,* editor Th. A. Sebeok, MIT Press, Cambridge, Mass., 1960) a mai adăugat trei componente : *cod, canal* și *context (referent).* Sub această formă cu șase componente și, în mod corespunzător, cu șase funcții (expresivă, poetică, conativă, metalingvistică, fatică și referențială), procesele de comunicare sînt reprezentate actualmente în cele mai multe cercetări. Este însă necesar ca reprezentarea Bühler-Jakobson să facă joncțiunea cu o altă linie de gîndire, de la care lingvistica și semiotica s-au reclamat uneori, dar pe care nu au urmat-o cu fermitate. Este vorba de teoria matematică și inginerească a informației și comunicației (Cl. Shannon, *The Mathematical Theory of Communication,* în „Bell System Tehnical Journal", vol. 27, 1948 ; Cl. Shannon, W. Weaver, *The Mathematical Theory of Communication,* Urbana Illinois, 1949 ; C. Cherry, *On Human Communication,* MIT Press, Cambridge, Mass., 1957—1966), în cadrul căreia însă, deși elaborarea este, în general, mai riguroasă decît în teoria lingvistică și semiotică, explicitarea componentelor și funcțiilor nu mai este operată cu rigoare.

Căutînd să aducem versiunea Shannon în albia versiunii Jakobson, vom constata că în cea dintîi componenta contextuală (referen-

țială) lipsește, fapt explicabil, deoarece teoria lui Shannon are în vedere nu informația semantică, ci pe cea selectivă ; în același timp însă, în versiunea Shannon identificăm trei componente care lipsesc (sau sînt incluse în altele) în versiunea Jakobson : *transmițătorul, receptorul* și *zgomotul.* Transmițătorul transformă mesajul din sistemul de semne folosit de emițător în cel cerut de canalul de transmisie. Receptorul este cel care transformă mesajul din sistemul de semne cerut de canalul de transmisie în cel folosit de destinatar. Comunicarea telefonică și cea telegrafică pun bine în evidență distincția dintre emițător și transmițător, respectiv dintre receptor și destinatar. Tot pe aceste două exemple se înțelege bine și componenta de zgomot, prin care Shannon și Weaver înțeleg tot ceea ce poate constitui sursa deteriorării sau denaturării, parțiale sau totale, a mesajului. În vorbirea directă, zgomotul, în sensul lui Shannon, revine la zgomotul propriu-zis, de natură acustică ; lucrurile se simplifică aici și datorită faptului că emițătorul coincide cu transmițătorul iar receptorul coincide cu destinatarul. În raport cu aceste trei componente neexplicitate în versiunea Jakobson vom putea defini, în mod corespunzător, trei funcții noi : funcția de codificare îndeplinită atît de emițător cît și de transmițător, funcția de decodificare (care revine receptorului și destinatarului) și funcția de perturbare (ca rezultat al prezenței zgomotului).

O altă linie de gîndire, venind din filosofie, logică și semiotică (Frege, Peirce, Carnap etc.) a promovat distincția dintre intensiune sau sens (*Sinn* la Frege) și extensiune sau referent (*Bedeutung* la Frege), ceea ce permite descompunerea componentei referențiale (contextuale, în terminologia lui Jakobson) în două subcomponente : intensiunea și extensiunea. În mod corespunzător, putem defini două funcții : intensională (sau conceptuală) și extensională (sau referențială). Comunicarea la copii por-

neşte prin a dezvolta funcţia extensională şi treptat, printr-un proces foarte lent, care durează mulţi ani, se ridică la funcţia intensională. Acest proces a fost urmărit şi periodizat, în lucrări devenite clasice, de către marele psiholog Jean Piaget şi şcoala sa.

O a patra linie de gîndire vine din psihiatrie (de exemplu, P. Watzlawick, J. H. Beavin, D. D. Jackson, *Pragmatics of Human Communication,* Faber and Faber, Londra, 1968), dar a apărut şi în ingineria comunicaţiei, chiar dacă într-o interpretare diferită (C. Cherry, *op. cit.*). Noutatea principală aici o constituie o nouă componentă — *observatorul* — şi o nouă funcţie — *de observare* sau *terapeutică* (acest al doilea termen indică originea în psihiatrie a noii funcţii, corespunzătoare medicului terapeutician). Vom prelua componenta observaţională şi funcţia terapeutică, pentru a le include în structura generală a proceselor de comunicare.

Articulînd toate componentele şi funcţiile de mai sus, obţinem o reprezentare a procesului de comunicare constînd din unsprezece componente : emiţător, transmiţător, mesaj, receptor, destinatar, cod, canal, zgomot, sens (intensiune), referent (extensiune) şi observator şi unsprezece funcţii asociate : expresivă, de codificare, poetică, de decodificare, conativă, metalingvistică, fatică, perturbatoare, de conceptualizare (intensională), referenţială (extensională) şi terapeutică (de observare). Fiecare funcţie este orientată asupra componentei căreia i se asociază. În orice proces de comunicare sînt prezente toate componentele şi funcţiile, dar ierarhia şi interacţiunea lor diferă de la un proces la altul. Se obţin astfel diferite configuraţii, care conduc la o tipologie comunicaţională foarte bogată. În anumite cazuri, unele componente (respectiv funcţii) pot coincide. De exemplu, în comunicarea orală directă, aşa cum am văzut, emiţătorul coincide cu transmiţătorul iar receptorul cu destinatarul. Este posibil,

ca unele componente să prezinte un anumit grad de nedeterminare; de exemplu, receptorul și destinatarul unei cărți, ai unei emisiuni radiofonice sau de televiziune. Există probabil posibilitatea ca, în anumite procese de comunicare, unele componente să fie pur și simplu absente, dar această chestiune nu este încă elucidată. Astfel, rămîne controversată prezența funcției extensionale în comunicarea poetică. În ceea ce privește modul în care ierarhia celor unsprezece funcții se modifică de la o comunicare la alta, am încercat să arătăm (S. Marcus, *Diplomatic Communication*, „Revue Roumaine de Linguistique", 1981, nr. 1, p. 25—35) că în comunicarea diplomatică un rol privilegiat îl are funcția fatică (aceeași care predomină în comunicarea cu copiii).

Unele explicații sînt probabil necesare cu privire la zgomot. Dacă la Shannon era vorba de un zgomot pur fizic, care putea distruge sau falsifica ipostaza materială a mesajului, în reprezentarea noastră este vorba de o idee mai generală de zgomot, care include și zgomotul semantic. Funcția perturbatoare constă deci în orice acțiune de natură să introducă diferențe între mesajul trimis de emițător și cel ajuns la destinatar; în particular, această funcție poate afecta sensul și referentul mesajului, prin introducerea unor surse de ambiguitate semantică.

Ajungem astfel la o problemă deosebit de importantă, aceea a influenței reciproce a celor unsprezece funcții ale comunicării, a delimitării lor. Astfel, nu este deloc ușoară delimitarea, într-un caz concret, a funcțiilor fatică și metalingvistică, tocmai pentru că influența lor reciprocă este deosebit de puternică. Chiar faptul de a asocia cîte o singură funcție fiecărei componente și cîte o singură componentă fiecărei funcții constituie o simplificare; la o reprezentare mai nuanțată ea trebuie depășită (asfel, de exemplu, funcția de codificare apare atît în legătura emițătorului cu trans-

mițătorul, cît și în aceea a transmițătorului cu canalul).

Una dintre cele mai delicate probleme apare ca urmare a faptului că diferitele funcții, în cadrul interacțiunii lor, se pot uneori favoriza, alteori sabota. Astfel, dezvoltarea funcției expresive vine uneori în conflict cu aceea a funcției referențiale, după cum aceasta din urmă poate face mai dificilă dezvoltarea funcției intensionale. În aceasta constă caracterul paradoxal, antinomic al procesului de comunicare umană. Un cîmp vast de probleme, încă foarte puțin cercetat, se deschide aici. Cele mai multe interacțiuni se exercită nu direct, ci mediat. Detectarea lor cere elaborarea unui calcul adecvat al influențelor și interacțiunilor, care să urmărească modul în care compunerea unor interacțiuni directe conduce la o interacțiune indirectă, mai complexă. Se constată, între altele, că, prin această acțiune mediată, o funcție comunicativă se poate pe de o parte sabota pe ea însăși, pe de altă parte favoriza pe ea însăși.

PROVOCAREA ISTORIEI

Matematica și istoria

La Congresul internațional de științe istorice, care s-a ținut în august 1980 la București, s-a hotărît înființarea unei Comisii internaționale pentru metodele cantitative în Istorie. Este interesant de știut că o propunere privind înființarea unei astfel de comisii se făcuse și la congresul anterior, dar ea nu a fost suficient de puternic susținută pentru a fi acceptată. Faptul că această acceptare a fost acum obținută este simptomatic pentru amploarea pe care au căpătat-o preocupările privind folosirea metodelor matematice în studiul istoriei. Dacă totuși denumirea comisiei se referă la metode cantitative și nu la metode matematice, aceasta se întîmplă din două motive (un fenomen similar a avut loc în cadrul Asociației internaționale de științe politice, unde există de asemenea o comisie pentru folosirea metodelor cantitative) : a) cuvîntul *cantitative* sperie mai puțin decît cuvîntul *matematice ;* b) nu s-a răspîndit încă suficient, printre nematematicieni, faptul că, de vreo 60 de ani încoace, matematica a evoluat tot mai mult de la o știință a cantității către una a structurii, accentul căzînd din ce în ce mai mult pe aspecte calitative.

Istoria este, sub forma ei brută, o acumulare de date, care devin tot mai numeroase și

mai eterogene, pe măsură ce evenimentele istorice cresc în complexitate iar exigențele unei înțelegeri profunde a sensului evoluției sînt tot mai mari. Aceste date trebuie clasificate, ordonate, comparate și sistematizate ; ele trebuie prelucrate și interpretate în funcție de problema studiată, dar pentru aceasta trebuie mai întîi ca ele să fie păstrate într-o formă care să permită folosirea lor operativă, ori de cîte ori este necesar. Științele chemate în mod natural să răspundă problemelor formulate mai sus sînt : teoria probabilităților, statistica matematică, informatica, combinatorica, teoria matematică a clasificării și ierarhizării, teoria relațiilor binare și teoria grafurilor. Se pune în mod natural întrebarea : de ce s-au introdus metodele matematice atît de tîrziu în istorie, dacă temeiul pentru introducerea lor exista de atît de multă vreme ? Într-adevăr, Istoria, ca știință, nu se bazează de azi, de ieri, ci de totdeauna, pe numeroase date care trebuie interpretate. Numai că pentru anumite domenii ale ei, cum ar fi cel economic, cel militar, cel financiar, cel politic, cel diplomatic și cel cultural, a trebuit să se aștepte un nivel suficient de ridicat de maturizare pentru a se ști cum anume să se extragă datele semnificative pentru evenimentele la care ele se referă. În afară de aceasta, capacitatea matematicii de a prelucra aceste date s-a dezvoltat destul de tîrziu.

Astfel, dacă metodele probabilistice și statistice au, cel puțin în forma lor elementară, o anumită vechime, teoria matematică a clasificării și ierarhizării s-a dezvoltat destul de tîrziu, o situație similară avînd loc în ceea ce privește teoria relațiilor binare, combinatorica și teoria grafurilor. În plus — și poate că acesta este motivul cel mai important pentru care aplicarea matematicii în istorie a întîrziat — mijloacele tehnice de calcul necesare pentru prelucrarea efectivă a unor mase mari de date au apărut abia în ultimii treizeci de

ani ; avem în vedere construirea calculatoarelor electronice moderne, dotate cu o mare capacitate de memorie și cu o viteză de calcul mergînd de la mii la milioane de operații pe secundă. Informatica, adică știința construirii și folosirii calculatoarelor electronice, s-a dezvoltat abia în ultimele decenii, stimulînd considerabil prelucrarea și interpretarea datelor acumulate de științele istorice.

Cercetarea românească s-a încadrat masiv în acest curent de preocupări, semnificative fiind cîteva fapte : organizarea, în 1970, a unui Colocviu internațional româno-englez de folosire a matematicii în istorie și arheologie, colocviu ale cărui lucrări au apărut în 1971 în volum (la Editura Universității din Edinburgh, Marea Britanie) ; organizarea, în anii 1968—1969, la Facultatea de Istorie a Universității din București, a unui curs de metode matematice în istorie și în studiul relațiilor internaționale, curs ținut de profesorul Mircea Malița ; organizarea, în cadrul Institutului de Istorie al Academiei de Științe Sociale și Politice, a unui colectiv pentru folosirea metodelor matematice în istorie, colectiv din care au făcut parte atît istorici cît și matematicieni (menționăm în mod special pe istoricul Vasile D. Liveanu și pe matematiciana Irina Gavrilă, specializați în folosirea metodelor statistice în istorie) ; cooptarea unui reprezentant român în Comisia internațională pentru metodele cantitative în istorie ; publicarea, la sfîrșitul anului 1977, sub egida Academiei de Științe Sociale și Politice din București, a lucrărilor unei întîlniri științifice internaționale care a avut loc la Poiana Brașov, în mai 1974, avînd ca temă studiul matematic al relațiilor internaționale (editori : Mario Bunge, Johan Galtung, Mircea Malița).

Totuși, impactul matematicii asupra istoriei nu se referă numai la aspectul cantitativ, așa cum ar putea să rezulte din cele de mai sus. De altfel, lucrările la care ne-am referit privesc numai parțial metodele statistice și pro-

babiliste ; multe dintre lucrări au în vedere aspecte logice și cibernetice, folosirea calculatoarelor (care este de natură logică, nu cantitativă, așa cum se crede îndeobște), a teoriei matematice a jocurilor, a tehnicii predictive, a analizei sistemice, a limbajelor și gramaticilor formale. Problemele tratate se referă la momente ale trecutului îndepărtat (de exemplu, tratativele duse de Șerban Cantacuzino, după asediul Vienei, 1683—1688), coaliţiile interstatale, cursa înarmărilor, coexistența pașnică etc.

La ce se referă deci aspectele calitative ale matematicii în istorie ? Ele vizează problemele logice, decizionale și strategice, atît în cadrul tratativelor diplomatice cît și în conflictele armate. Logica istoriei a preocupat mult pe marele istoric român A. D. Xenopol, care a definit istoria ca ansamblul științelor referitoare la fenomene de succesiune, în opoziţie cu ştiinţele relative la fenomenele de repetiţie (cum sînt numeroase fenomene din natura fizică sau biologică). Filosoful și logicianul român Athanase Joja a precizat ideea lui Xenopol, arătînd că istoria este *o* știință în care, spre deosebire de ştiinţele naturii, particularul și singularul joacă un rol privilegiat. Istoria are ca obiect *universalul concret* ; elementul universal nu se manifestă numai sub forma sa realizată, ci și în procesul de realizare (Ath. Joja, *Filosofia istoriei în România,* în *Filosofie și cultură,* Editura Minerva, București, 1978). Dar asupra acestor chestiuni ne vom opri mai detaliat și mai sistematic într-un alt paragraf.

O aprofundare sensibilă a problemelor privind logica istoriei a fost realizată de logicianul Sorin Vieru (*Faptul istoric în perspectiva logicii ; cîteva repere,* „Probleme de logică", vol. VIII, 1981, p. 191—215). Atenuînd opoziţia propusă de Xenopol și analizată în continuare de Joja, Vieru surprinde repetiţia în succesiune, sub forma tendinţelor și valorilor care se regăsesc în fapte de succesiune dintre cele

mai diferite. Vieru discută cîteva chestiuni esențiale privind natura logică a adevărului istoric, cum ar fi : a) există o sferă a faptelor istorice separată de sfera faptelor de alte genuri ? b) există fapte istorice „atomare", adică ireductibile la alte fapte fundamentale, și pe baza cărora să fie alcătuite toate celelalte fapte istorice ? c) este orice fapt istoric rezultatul sau consecința unei acțiuni umane ? Punînd în mișcare idei ale lui Frege, Boole și Wittgenstein și elemente ale logicii deontice și teoriei generale a acțiunii (G. H. von Wright), dar distanțîndu-se de ele cînd este cazul, Vieru aduce clarificări interesante privind statutul logic al faptelor istorice.

O altă direcție de preocupări se referă la studiul documentelor vechi, rămase sub formă de manuscrise sau copii ale acestora. Aici intră vechile cronici. Vom discuta un singur exemplu. *Istoria Țării Românești* (1290—1680) *(Letopisețul Cantacuzinesc)* numită deseori și *Cronica anonimă*, este atribuită ipotetic unor membri ai familiei Cantacuzino. Acest letopiseț a avut o mare circulație, păstrîndu-se pînă azi 48 de manuscrise. Edițiile care s-au publicat pînă acum au avut în vedere unul sau altul dintre aceste manuscrise, dar niciodată ansamblul lor. Totuși, în 1690 se tipărește ediția critică a cronicii, la redactarea căreia se pleacă de la studierea comparativă a tuturor manuscriselor existente și, deși se publică textul unui singur manuscris, se prezintă și un aparat critic, în care se notează toate variantele sub care apar diferite cuvinte sau pasaje și în alte manuscrise, considerate reprezentative.

Este însă ușor de înțeles că o confruntare completă a 48 de manuscrise nu se poate realiza manual. Așa s-a și întîmplat în trecut, cînd s-a lucrat totdeauna pe bază de eșantioane reprezentative. O confruntare completă nu se poate realiza decît pe baza unei analize algoritmice programate la calculatorul electronic.

Este ceea ce a întreprins matematicianul Sorin Cristian Niță (a se vedea articolele sale din revista „Studii", 1971, vol. 2 și din „Informatică și modele matematice în științele sociale", 1973, vol. 1). Astfel de cercetări sînt numeroase azi în lume și ele deschid o perspectivă nouă în domeniul stabilirii paternității unor texte, al datării și localizării unor documente.

Istorie și strategie

Strategia nu este un fenomen cantitativ, ci calitativ. În numeroase situații, omul, instituțiile, guvernele, conducătorii de state au de ales o decizie din mai multe decizii posibile, care trebuie analizate și comparate. Tendința este, firește, de a se alege decizia optimă, dar aceasta nu există totdeauna, iar, dacă există, identificarea ei nu poate fi totdeauna realizată numai prin intuiție. Există o știință a deciziei optime, care s-a născut în anii celui de al doilea război mondial (J. von Neumann, O. Morgenstern, *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press, 1944, 1947), probabil și sub presiunea problemelor de strategie și decizie puse de război ; această știință a primit numele de *Cercetare operațională*. Un capitol important al acestei științe este *teoria jocurilor de strategie*, care studiază modul în care se iau deciziile în situații de competiție. O situație este considerată *de competiție* dacă în ea acționează mai mulți factori raționali (fiecare factor referindu-se la un alt scop), factori care, prin rezultatele la care conduc, sînt dependenți de ansamblul tuturor deciziilor. Această situație este formulată riguros în cadrul noțiunii matematice de *joc* (a se vedea Anatol Rapaport, *Conflict in Man-Made Environment*, Penguin Books, Harmondsworth, Middlesex, 1974). Pentru a ne da seama de generalitatea ei, trebuie să luăm în conside-

rare faptul că fenomenul de competiție apare atît în situațiile de conflict, cît și în cele de cooperare. Putem deci spune că cele mai multe situații pe care le oferă istoria pot face obiectul teoriei jocurilor. Evident, există din păcate și situații în care se acționează orbește, pe baza unui adevărat instinct al agresiunii ; ele nu fac obiectul teoriei jocurilor.

Unul din momentele cele mai interesante ale istoriei contemporane a României este, fără îndoială, cel care s-a creat în primul război mondial, în urma victoriei revoluției socialiste în Rusia. Noul regim, tocmai atunci instaurat, decide încetarea ostilităților și retragerea armatei rusești, stabilind o reglementare separată de pace cu puterile centrale (Germania, Austro-Ungaria, Bulgaria și Turcia). România se afla și ea în război, alături de Franța, Anglia, Italia și Rusia. Prin retragerea Rusiei, România rămînea singura pe frontul din Est, aliații ei din Vest fiind la prea mare distanță pentru a o putea ajuta. Ce trebuia să facă armata română ? Să continue ostilitățile contra Germaniei, în semn de fidelitate față de Antantă, sau să încheie armistițiu și să înceapă tratativele de pace ? Se știe că guvernul român de atunci a ales cea de a doua variantă. S-a orientat bine ? Iată o întrebare pe care mulți specialiști în istorie militară și-au pus-o. Evident, prezentarea de mai sus este foarte schematică. Ar mai trebui să amintim cel puțin faptul că Muntenia și Dobrogea se aflau sub ocupație germană, guvernul român se retrăsese în Moldova, armata română și economia țării se aflau într-o situație critică, bîntuiau bolile. Apare aici o problemă de decizie, care a fost studiată de curînd, pe baza datelor furnizate de specialiști în istorie militară.

Analiza întreprinsă se referă la toate variantele cît de cît plauzibile, în raport cu informațiile existente în acel moment (anii 1917—1918). Astfel, varianta formulării unor condiții

puse puterilor centrale pentru încheierea unei păci separate, fără a se aștepta consimțămîntul aliaților, este analizată în două subvariante, după cum condițiile formulate de guvernul român sînt sau nu acceptate. Ipoteza neacceptării este la rîndul ei analizată în alte două subvariante, anume încheierea unei păci necondiționate sau continuarea războiului. Această din urmă posibilitate este analizată în cele două consecințe posibile : victoria puterilor centrale sau a aliaților. Ia naștere astfel un *arbore de decizie*, în care fiecare variantă și subvariantă are o anumită probabilitate de apariție și un anumit grad de preferință (acești doi parametri fiind stabiliți pe baza tuturor informațiilor furnizate de lucrările de istorie militară). Se evaluează apoi, cu ajutorul acestor parametri, *speranța matematică* a fiecărei strategii posibile. Analiza efectuată a arătat că toate deciziile luate de guvernul român în împrejurările menționate au fost cele mai judicioase care se puteau lua. Aceasta nu înseamnă însă că metodele teoriei deciziei sînt inutile. Guvernul român avea atunci de analizat un număr relativ mic de variante și este de înțeles că intuiția și experiența puteau suplini calculul. În condițiile actuale însă, tratativele internaționale sînt mult mai complexe, comportă mult mai multe variante și mult mai mulți parametri.

Analiza de mai sus, întreprinsă de matematiciana Dorina Pop, face parte dintr-un ansamblu de procedee pe care profesorul Mircea Malița de la Universitatea din București le-a sistematizat în cinci tipuri de probleme, toate ilustrate pe istoria României. Problemele de *decizie* se sprijină pe teoria matematică a deciziei și au drept concept de bază pe acela de *utilitate*. Aici intră decizia lui Mihai Viteazul, domnul Țării Românești, în conflictul său cu turcii (1595), de a prefera lupta armată menținerii statu-quo-ului. Problemele de *conflict*

se studiază cu teoria jocurilor de sumă nulă (una dintre părți cîștigă dacă și numai dacă cealaltă pierde) iar conceptul-cheie este aici cel de *strategie*. Un exemplu tipic este constituit de luptele lui Ștefan cel Mare, domnitorul Moldovei, din jurul anilor 1500, strategia conducînd aici la șansele unei armate mici de a face față unei armate mult mai mari. Aplicațiile acestui tip de model sînt numeroase, dar nu prea se văd căi de ameliorare a modelului. Problemele de *negociere* au la bază teoria jocurilor de sumă nenulă (cu alte cuvinte, cîștigul unei părți nu se realizează neapărat în dauna celeilalte; pot cîștiga sau pierde amîndouă). Conceptul de bază este aici cel al *punctului de echilibru*. În acest mod au fost analizate tratativele duse de Șerban Catnacuzino cu Apafi, după asediul Vienei, 1683—1688. Rezultatul analizei accentuează însă instabilitatea situației și persistența dilemei. Modelul este insuficient și necesită o ameliorare. Problemele de *coaliție* sînt studiate cu ajutorul unor metode de teoria matematică a informației (mai precis, criteriul entropic al lui Watanabe) și au drept concept central pe cel al *măsurii interacției dintre părți*. Au fost analizate pe această cale relațiile lui Șerban Cantacuzino cu cele șase puteri, obținîndu-se unele clarificări și criterii în ceea ce privește modul de formare a coaliților. Perspectivele acestui model sînt promițătoare, dar condiționate de utilizarea calculatorului. Problemele privind *încheierea acordurilor* sînt studiate cu ajutorul metodei bayesiene din teoria probabilităților și se sprijină pe conceptul de *probabilitate condiționată*. Au fost analizate pe această cale unele tratate de capitulare a țărilor române în fața Porții Otomane, obținîndu-se unele clarificări privind controversele legate de insuficiența documentelor. Modelul este susceptibil de numeroase aplicații și dezvoltări.

Între discursul istoric și cel de ficțiune

Distincția operată de Xenopol între fenomenele de repetiție și cele de succesiune corespunde la două viziuni posibile ale lumii, una repetitivă, alta narativă. S-a interpretat uneori greșit această distincție, în sensul că prima viziune ar fi aceea din științele naturii, iar a doua aceea din istorie. Însă unele fapte ținînd de viața grupurilor sociale pot fi văzute într-o optică repetitivă, după cum fapte ale evoluției naturii pot fi privite într-o perspectivă narativă. După Xenopol, faptele care se repetă în timp sau în spațiu fără schimbări apreciabile nu sînt fapte istorice. Sînt menționate în acest sens căderea corpurilor, scînteierea stelelor, rotația planetelor, mișcarea altor corpuri cerești. Xenopol observă însă că anumite fenomene astăzi repetitive erau altele într-o epocă anterioară. Rezultă că un același fenomen poate fi considerat repetitiv sau istoric, după cum perspectiva temporală este mai restrînsă sau mai vastă. Rotația pămîntului în jurul soarelui este un fapt repetitiv, dacă este raportată la intervalul de timp care a început odată cu nașterea planetei noastre, dar devine un fapt istoric dacă avem în vedere și perioada anterioară, incluzînd formarea soarelui și a pămîntului. Faptul repetitiv, deși se desfășoară în timp, devine într-un anume sens independent de timp, deoarece, neprezentînd variații, nu furnizează repere în raport cu care să înregistrăm diferența între două momente distincte. Faptele de repetiție, așa cum le concepe Xenopol, sînt foarte rare în natură. Tocmai acest fapt explică dificultatea măsurării riguroase a timpului. Chiar mișcările de rotație ale pămîntului, care păreau exemple ideale de fapte de repetiție, fiind luate din acest motiv ca termen de referință pentru definirea secundei, s-au dovedit impure cînd a fost nevoie de o reprezentare mai riguroasă a timpului cronologic ; astăzi, definiția

secundei, așa cum este ea utilizată în tehnica modernă de mare precizie, se bazează pe diferențele de nivel energetic care au loc în atom.

Totuși, Xenopol admite existența a două situații în care faptele de repetiție sînt pertinente din punct de vedere istoric : *cînd se încorporează într-un rezultat stabil* (de exemplu, repetarea depunerii unor reziduri poate conduce la formarea deltei unui fluviu ; repetarea unui anumit comportament poate conduce la apariția unei noi specii de animale), ceea ce revine la procesul care, într-o altă terminologie, a fost numit *transformarea cantității în calitate ; cînd este vorba de reconstituirea anumitor fapte istorice* (de exemplu, cum trăiau romanii). Însă pentru a se putea reconstitui o perioadă trecută este mai întîi nevoie ca ea să fi fost consemnată de contemporanii ei sub forma unor fapte de repetiție. Cele două excepții la care se referă Xenopol sînt departe de a fi periferice ; ele pun în evidență interferența organică a repetiției și succesiunii.

Un alt punct central în doctrina lui Xenopol se referă la istorie ca știință a faptelor individuale. În raport cu o viziune tradițională, care vine de la greci, știința este exclusiv a generalului. Desigur, acest punct de vedere a nemulțumit pe mulți filosofi, istorici, literați, care doreau să înlăture această limitare. Am mai discutat această problemă (a se vedea, de exemplu, lucrarea noastră *Gîndirea algoritmică*, Editura Tehnică, 1982), dar ne vom referi acum la un aspect diferit al ei, bazîndu-ne pe achizițiile biologiei moderne. Generalul este controlat cu precădere de emisfera cerebrală stîngă iar particularul de cea dreaptă. Generalul nu este numai al științei, ci al întregii activități raționale, bazate pe limbaj. Particularul este al intuitivului. Nemulțumirea lui Constantin Noica (a se vedea ciclul său de *Scrisori despre logică* publicat în revista „Viața Românească", 1981—1985) față de incapacitatea logicii aristotelice de a da seama

despre faptele individuale vizează un fapt mai general. Orice abordare rațională are darul de a transforma individualul în categorial. Uneori această transformare este explicită, forma supremă a acestei explicitări fiind gîndirea algoritmică, pe care se bazează activitatea calculatoarelor electronice și a tuturor celorlalte tipuri de automate cu care ne întîlnim azi la tot pasul.

Investigația istorică este și ea bogată în astfel de abordări. Aici intră toate statisticile care comportă un volum mare de calcul și care dau seama de situația economică, socială, demografică etc., în anumite perioade și regiuni, dar pe lîngă aceste aspecte de rutină intră tot aici și unele aspecte logice și combinatorii pe care, cunoscîndu-le în principiu, nu le putem face efective fără acele proteze pe care tehnica modernă ni le pune la dispoziție, de cîteva decenii, sub forma calculatoarelor electronice. Un exemplu semnificativ îl constituie cartea lui Dom Froger (*La critique des textes et son automatisation*, Dunod, Paris, 1957), unde cu ajutorul teoriei matematice a grafurilor sînt prezentate proceduri de analiză algoritmică pe care R. Marichal, în prefața cărții lui Froger, le califică esențiale pentru compararea textelor, utile în stabilirea unor genealogii, încă inoperante în actul de colaționare. Dacă ținem seamă de faptul că documentele istorice sînt, în multe cazuri, texte, realizăm ușor importanța gîndirii algoritmice în istorie. De altfel, într-un paragraf anterior am prezentat unele cercetări importante de acest tip, efectuate la noi în țară, în studiul unor probleme de paternitate privind cronicile românești.

De cele mai multe ori însă, narațiunea istorică transformă de o manieră implicită și indirectă faptul individual în unul categorial. După cum arată Paul Ricoeur (*Temps et Récit*, tome I, Editions du Seuil, Paris, 1983), în narațiune se manifestă trei tipuri de raporturi temporale : cu timpul acțiunii și trăirii, cu

timpul dezvoltării intrigii (conflictului) și cu timpul lecturii. Aceste aspecte pot fi urmărite atît în istorie cît și în ficțiune. Dedicîndu-se, în primul volum al cărții sale, narațiunii istorice, Ricoeur accentuează funcția ei explicativă, de înțelegere, ceea ce conduce la o raționalitate de natură tocmai să transforme individualul în categorial (esențial ni se pare aici cel de al treilea tip de raport temporal pus în evidență de Ricoeur, timpul lecturii). Se ajunge astfel la o situație foarte complexă, de estompare a graniței dintre discursul istoric și discursul de ficțiune, fapt care ar putea să ducă la un schimb fructuos de metode și idei între discipline care pînă nu de mult se ignorau reciproc.

În această ordine de idei, trebuie să amintim și organizarea propusă de Cesare Segre (*Le strutture e il tempo*, Einaudi, Torino, 1974; *Les structures narratives et l'histoire*, „Revue Roumaine de Linguistique", vol. 21, 1976, no. 3, p. 351—358), după care un text narativ poate fi văzut sub cel puțin patru aspecte : discursul (care pune în joc elemente lingvistice și stilistice, eventual metrice), intriga (care angajează o tehnică a expunerii, construcției și montajului povestirii), fabula sau narațiunea (care se compune din material antropologic, incluzînd și mitologii vechi și noi, teme, motive etc.) și modelul narativ (cuprinzînd funcțiile, adică elemente invariabile care pot fi selectate și înlănțuite în mod diferit, dar trebuind să asculte de constrîngeri puternice, de natură cronologică și logică, inclusiv o logică a acțiunii). Este păcat că Ricoeur nu și-a confruntat reprezentarea sa cu cea a lui Segre (la care nu face nici o referință, dar cu care prezintă evidente puncte comune). Dar atît reprezentarea unui hermeneutician ca Ricoeur cît și aceea a unui semiotician ca Segre ne ajută să înțelegem într-o lumină nouă teoria lui Xenopol a seriilor istorice, după cum vom vedea într-un paragraf ulterior.

Ne aflăm aici într-un punct fierbinte al discuțiilor privind obiectul istoriei ca știință ; în această ordine de idei pot fi menționați mulți autori români, mai toți raportîndu-se la Xenopol. Îi avem în vedere atît pe istorici cît și pe filosofi. Putem cita lucrarea colectivă, coordonată de L. Boicu și Al. Zub *(A. D. Xenopol. Studii privitoare la viața și opera sa,* Editura Academiei R.S.R., 1972), lucrarea lui Alexandru Tănase și Victor Isac (*Realitate și cunoaștere în istorie,* Editura Politică, 1980), pentru a nu mai vorbi de contribuțiile clasicilor istoriei românești, de la Nicolae Iorga la Vasile Pârvan. Ne vom referi, însă, în mod special, în paragraful următor, la ideile lui Athanase Joja, care realizează o sinteză a discuțiilor despre natura faptului istoric.

De la Xenopol la Ferdinand de Saussure

Athanase Joja (*Teoria științei la Xenopol,* în „Studii de logică", vol. 2, Editura Academiei R.S.R., 1956) se oprește asupra modului în care Xenopol repartizează fenomenele în patru clase, în raport cu situația lor în spațiu și timp : 1) fenomene universale în spațiu și timp, cum ar fi rotația și revoluția planetelor sau faptele psihologice și logice ale gîndirii ; 2) fenomene universale în ceea ce privește timpul, dar individuale spațial, cum ar fi inelele planetei Saturn ; 3) fenomene universale în spațiu, dar individuale în timp, cum ar fi cele care fac obiectul zoologiei, paleontologiei și teoriei descendenței ; 4) fenomene individuale în timp și spațiu, care sînt fenomenele istorice propriu-zise. Rezultă de aici o clasificare a științelor în două mari categorii, după cum se ocupă de fenomene care comportă modificări relevante sau irelevante în timp. Primele sînt științele istorice (care pot fi ale naturii sau ale societății, ale materiei sau spiritului), celelalte sînt științe ale fenomenelor re-

lativ independente de timp, științe ale repetiției (la rîndul lor putînd fi ale materiei sau ale spiritului). Distingem totodată două grade de istoricitate, corespunzătoare respectiv tipurilor 3 și 4.

Dar, dacă Joja aderă la filosofia lui Xenopol privind spațiul și timpul ca forme reale și obiective ale universului (în contrast cu reprezentarea lor la Kant) și la înțelegerea istoriei ca domeniu al faptelor singulare, el se află într-un profund dezacord cu Xenopol în ceea ce privește capacitatea istoriei de a aborda cauzalitatea faptului istoric. Pentru Joja, singularul poate deveni obiect al cercetării științifice prin subsumarea sa la universal. Dar care este mecanismul acestei subsumări? Nu un *regressus in infinitum*, o întoarcere verigă cu verigă pînă la trecutul îndepărtat, în așa fel încît, pentru a explica domnia lui Carol I în România, să fie nevoie să mergem înapoi pînă la împăratul Traian. În locul acestei mișcări preponderent temporale, analitice, sintagmatice, Joja propune o alta, preponderent paradigmatică, globală și angajînd doar contextul temporal imediat, astfel încît, de exemplu, faptul particular al domniei lui Napoleon este subsumat fenomenului general al dezvoltării capitalismului. Pentru Joja, istoria devine transparentă, inteligibilă, prin această raportare a faptelor ei singulare, particulare, la fenomene generale, universale.

Înțelegem astfel că, în timp ce Xenopol se referă la explicațiile cauzale cu care ne-au obișnuit științele naturii și constată incompatibilitatea lor cu faptul istoric, Joja elaborează un alt concept de explicație cauzală, specific faptului istoric. Xenopol este obsedat de distincția dintre cauzalitate și legitate, prima aparținînd numai fenomenelor de repetiție, a doua exprimîndu-se fie prin cauzalitate fie prin serii istorice. Joja recunoaște că există o deosebire între cauză și lege, dar refuză să le opună, deoarece, pentru el, în absența cauzei

legea nu mai este posibilă. Pentru Joja, legile istorice există cu aceeași legitimitate cu care există legile naturii, dar identificarea lor este mai dificilă deoarece faptul istoric este impregnat de fenomene contingente și subiective. Xenopol are deci un alt concept de lege istorică decît cel propus de Joja. Pentru Xenopol, istoria se compune din trei factori : partea generală ; *legea* (care, de exemplu, în cazul războiului ruso-turc este legea instinctului de conservare, sub forma luptei pentru existență) ; partea succesivă, *seria* și partea individuală, *faptul particular*. Dar prin invocarea unor legi atît de abstracte și atît de generale, care nu pot explica ele singure faptul istoric, Xenopol neagă existența unor legi ale istoriei, referindu-se numai la legi generale care, tocmai pentru că sînt generale, sînt valabile și în istorie. Cum spune Joja, aceste legi, vrînd să explice totul, nu explică nimic. Însă Xenopol nici nu consideră că o știință este obligată să explice fenomenele pe care le studiază ; ea trebuie numai să le generalizeze și să le dovedească, să le demonstreze, să conducă la o cunoaștere sigură și sistematică. Această viziune în aparență bizară este totuși contrazisă de o alta, tot a lui Xenopol, pe care el nu a elaborat-o suficient, pentru a-i dezvălui consecințele. Este vorba de înțelegerea conceptului de *serie care înlănțuie fapte singulare ;* concept pe care-l vom discuta într-un paragraf următor.

Teoria lui Xenopol și ecourile ei pot fi privite într-o lumină nouă cu ajutorul distincțiilor operate în lingvistica modernă, începînd cu Ferdinand de Saussure. Mai mult, confruntarea ideilor lui Xenopol cu cele ale părintelui lingvisticii structurale pune în evidență două moduri oarecum complementare de a vedea lumea. Cei doi autori au fost contemporani, dar este aproape sigur că s-au ignorat reciproc. Ca

lingvist, Ferdinand de Saussure nu era probabil înclinat să examineze o teorie care aparţinea unui domeniu destul de diferit ca cel al istoriei. În ceea ce-l priveşte pe Xenopol, el n-avea cum să cunoască teoria lui Ferdinand de Saussure, al cărui curs a fost publicat, după cum se ştie, abia după moartea acestuia, într-un moment în care Xenopol se afla la sfîrşitul activităţii sale, cînd, chiar dacă ar fi luat cunoştinţă de ideile lui F. de Saussure, nu mai avea posibilitatea de a se prevala de ele.

O lectură actuală însă nu poate eluda confruntarea acestor doi autori, de o semnificaţie metodologică deosebită. Mai întîi să observăm că atît Xenopol cît şi Saussure pun accentul pe *diferenţe*. „În limbă nu există decît diferenţe", observă F. de Saussure. În mod analog, Xenopol consideră că în faptele de succesiune, deci în istorie, nu similarităţile, ci diferenţele sînt pertinente. Ceea ce contrastează însă la cei doi autori este faptul că, în timp ce F. de Saussure sugerează că *în general* în ştiinţă relevante sînt opoziţiile, diferenţele, Xenopol trasează o graniţă între faptele de repetiţie, unde există similarităţi pertinente, care conduc la generalizări şi la legi (diferenţele fiind în schimb neglijabile) şi faptele de succesiune, unde similarităţile sînt neglijabile (făcînd astfel imposibile generalizările şi legile), iar diferenţele pertinente. Acest contrast devine mai explicit în momentul în care Xenopol afirmă că faptele sociale prezintă două aspecte: unul de *coexistenţă*, care se descrie prin *similarităţi*, şi altul de *succesiune*, care se descrie prin *diferenţe*. În termenii lui F. de Saussure, aceasta ar însemna că sub aspect sincronic faptele sociale interesează prin ceea ce au ele comun, în timp ce sub aspect diacronic ele interesează prin ceea ce se deosebesc; dar istoria reţine numai aspectul diacronic.

Dacă recurgem la o altă dihotomie importantă a lingvisticii structurale, aceea dintre paradigmatic și sintagmatic sau dintre alegere și contiguitate (pentru a folosi terminologia lui Roman Jakobson), putem imagina un pătrat în care vîrfurile din stînga corespund sus paradigmaticului și jos sintagmaticului, iar vîrfurile din dreapta corespund sus similarităților și jos diferențelor. Pentru Xenopol, latura de sus a pătratului este relevantă în fenomenele de repetiție, iar cea de jos în cele de succesiune. Dar acest pătrat are și două diagonale, pe care Xenopol, identificînd paradigmaticul cu sincronicul și sintagmaticul cu diacronicul, le consideră irelevante, nerecunoscînd interesul diferențelor dintre fenomene coexistente, nici cel al similarităților între fenomene succesive. Prin contrast, întreaga tradiție care începe cu F. de Saussure și trece prin N. S. Trubetzkoy, J. Cantineau, L. Hjelmslev, Roman Jakobson accentuează rolul opozițiilor sincronice, deci între fenomene coexistente (fără a nega și fără a neglija rolul opozițiilor dintre fenomene succesive) și al similarităților dintre stările la momente diferite ale evoluției unui sistem (fără a nega și fără a neglija diferențele dintre ele).

După cum s-a putut vedea mai sus, sincronicul a fost echivalat cu paradigmaticul, iar diacronicul cu sintagmaticul. Această echivalare corespunde concepției lui Xenopol; în fapt însă, sintagmaticul nu este totdeauna diacronic, iar paradigmaticul nu se reduce la relații de similaritate, cum se întîmplă la Xenopol. Prin această sărăcire a paradigmaticului și datorită nesesizării pertinenței sale în raport cu faptul istoric, Xenopol ratează și laturile verticale ale pătratului de mai sus, deci mișcarea dintre paradigmatic și sintagmatic, dintre iconic și indicial. Însă aceste ratări sînt în bună măsură compensate de fecunditatea reprezentării istoricității prin forme seriale, reprezentare despre care vom discuta în continuare.

Istoria ca serialitate

Referindu-ne la metafora geometrică a pătratului, propusă în paragraful anterior, putem spune că Xenopol reduce istoria la latura inferioară a acestui pătrat. Dar ceea ce se întîmplă pe această latură este atît de interesant, din punctul de vedere al sugestiilor pe care le oferă *astăzi*, încît este necesară o analiză mai atentă.

În polemica sa cu Lacombe, Xenopol, referindu-se la seriile sale istorice, observă că istoria nu poate explica rezultatele la care ajung aceste serii decît descriind chiar aceste serii. Astfel ajunge el la opoziția dintre predominanța legilor transversale în științele faptelor de repetiție și predominanța seriilor longitudinale în științele faptelor succesive. Distingem aici opoziția dintre *lege* și *serie* și opoziția dintre *transversal* și *longitudinal*. Cea de a doua opoziție revine la aceea dintre *sincronic* și *diacronic* sau (echivalent la Xenopol) dintre *paradigmatic* și *sintagmatic*. Cea dintîi opoziție exprimă esența deosebirii dintre cele două categorii de științe. Xenopol distinge între legi abstracte (de tipul legii gravitației) și legi concrete (cum ar fi legea revoluției astrelor, după care ariile descrise de razele vectoare sînt proporționale cu timpul), pretinzînd că, în timp ce în științele fenomenelor de repetiție funcționează legi de ambele tipuri, în științele fenomenelor de succesiune funcționează numai legi abstracte, cele concrete fiind înlocuite prin serii. Deci nu avem legi ale istoriei ca atare, marcînd diferența lor specifică, ci numai legi generale, ale genului proxim. Explicația acestei deosebiri ar sta în faptul că în timp ce în primele științe forțele și circumstanțele au un caracter general relativ constant, în celelalte științe circumstanțele se schimbă mereu, tocmai aceste schimbări fiind surprinse prin seriile istorice. Faptele fiind mereu diferite, nu poate fi formulată o lege de producere a lor.

Constatăm astfel cel puțin două restricții puternice care operează în gîndirea lui Xenopol. Reducerea realității istorice la nivelul percepției senzoriale și condiționarea legilor de operația de generalizare (operație care, la rîndul ei, este condiționată de existența similarităților relevante). De aici decurge prăpastia care apare la Xenopol între *lege* și *cauză* în istorie, legea în istorie fiind totdeauna generală, abstractă, deci ținînd nu propriu-zis de realitatea istorică, ci de realitatea naturală căreia îi este ea subsumată, cauza putînd fi însă și relativă la fapte concrete, individuale. A. Joja a sesizat foarte bine această limitare a gîndirii lui Xenopol, argumentînd un anume mod în care ea poate fi depășită. În ceea ce ne privește, dorim să arătăm că un alt mod de a depăși limitările semnalate îl constituie exploatarea sugestiilor și virtualităților conținute chiar în conceptul lui Xenopol de serie istorică. Cînd Xenopol afirmă, într-un articol de o deosebită forță sintetizatoare (*Les faits de répétition et les faits de succéssion*, „Revue de synthèse historique", octobre 1900, vol. 1, no. 2, p. 121—136) că „unii autori (în special sociologi) au căutat un compromis între legile de repetiție și seriile istorice, căutînd să descopere același *mod de succesiune* (s.n.) a anumitor fenomene la diferite popoare, triburi sau rase și, generalizînd acest mod de succesiune au creat pretinsele legi sociologice" (*loc. cit.*, p. 135), tot el se grăbește să descurajeze această încercare, afirmînd, o pagină mai departe, că „orice încercare de a formula legi istorice, prin generalizarea unor serii diferite, este o întreprindere himerică".

Examinată însă cu ochii de azi, ai unei experiențe centenare de logică matematică, semiotică și lingvistică structurală (îi avem în vedere cu precădere pe David Hilbert, pe Ch. S. Peirce și pe Noam Chomsky), serialitatea lui Xenopol conține în structura ei imanentă *regula*, adică o anumită transformare, o

anumită substituție cu caracter iterativ, care indică în ce mod (*modul de succesiune* al lui Xenopol) se succed termenii într-o serie. Desigur, nu putem confunda seria istorică a lui Xenopol cu conceptul matematic de serie. Seriile istorice sînt aparent finite, pe cînd seriile matematice sînt efectiv infinite. De fapt, este vorba aici nu atît de erii cît de ceea ce în analiza matematică se înțelege prin *șiruri*; seria este acel șir în care termenii sînt legați prin operația de adunare. Putem eventual să considerăm că seriile lui Xenopol sînt șiruri în care termenii sînt legați prin operația de concatenare. Dar întrebarea-cheie rămîne : sînt seriile lui Xenopol finite numai în expresia lor, în structura lor de suprafață sau pă trează această finitudine și în structura lor profundă?

În polemica sa cu marele matematician E. Picard (A. D. Xenopol, *De la méthode dans les sciences et dans l'histoire*, „Revue internationale de l'enseignement", Paris, 1910, p. 3—16), Xenopol susține că posibilitatea de a prevedea un fenomen nu presupune neapărat și posibiltatea de a-l explica (se poate totdeauna prevedea, de exemplu, că un element de clor adăugat protoclorurii de mercur o va schimba pe aceasta din urmă într-o otravă violentă ; sau că belladonna luată în doză mare provoacă nebunia ; dar explică aceste previziuni fenomenul ?). Cauza este totdeauna extrin ecă fenomenului sau legii care-l generalizează. Cauza nu poate fi găsită decît într-o altă lege sau într-un alt fapt. Tocmai aici vede Xenopol „deosebirea dintre legea unui fenomen și cauza acestuia, deoarece cauza unei legi, departe de a fi dată prin ea însăși, nu este totdeauna conținută într-o altă lege, putîndu-se afla într-o circumstanță individuală" (sînt aduse aici unele exemple din fizică). Însă această situație se referă la științele faptelor de repetiție. Altfel, crede Xenopol, se întîmplă în științele faptelor de succesiune (în special în geologie, în trecerea de la pre-

istorie la istorie etc.), unde „cercetarea cauzelor urcă, prin înlănțuirea faptelor de evoluție, la infinit...". Drept consecință, Xenopol crede că așa după cum, pentru a explica apariția și evoluția omului, ar trebui să parcurgem toată filiera ființelor vii, pînă la originea vieții, pentru a explica Revoluția franceză „trebuie urmărită istoria înapoi etapă cu etapă pînă la originea societății". De aici, Xenopol conchide în polemică deschisă cu matematicianul E. Picard (după care narațiunea istorică, nefăcînd decît să relateze o evoluție, nu este aptă să precizeze cauzele) că „explicația cauzală, dată numai excepțional pentru faptele de repetiție, este foarte frecventă (se rencontre presque toujours) în cele de succesiune". Istoria este, pentru Xenopol, „expunerea cauzală a unei dezvoltări".

Multe sînt de spus pe marginea acestui mod de a vedea istoria, în care cauzalitatea ar fi tot timpul la ea acasă, fără însă a avea accesul la legi decît sub forma lor generală, abstractă, nespecifică. Modul de referire la Revoluția franceză contrastează cu cel întîlnit, în zilele noastre, la Adam Schaff (*Geschichte und Wahrheit*, Europa Verlag, 1970 ; versiune românească sub titlul *Istorie și adevăr*, Editura Politică, București, 1982) care, ocupîndu-se de marea varietate de interpretări date Revoluției franceze, pune accentul nu pe cele întîmplate anterior acestui eveniment, ci concomitent și ulterior ei. La întrebarea de ce aproape fiecare generație își are viziunea ei proprie asupra procesului istoric, Schaff răspunde în două feluri, sistematizînd astfel numeroase cercetări întreprinse în secolul nostru : 1) reinterpretarea istoriei este o funcție a nevoilor prezentului ; 2) reinterpretarea istoriei este o funcție a efectelor evenimentelor trecutului, efecte ivite în prezent.

Dacă primul răspuns accentuează rolul *interesului* în interpretarea faptului istoric, cel de al doilea accentuează dubla orientare cau-

zală a faptului istoric ; efect al unor cauze și cauză a unor efecte. Ducînd la extrem viziunea exprimată de cel de al doilea răspuns de mai sus, I. Aluaș și H. Daicoviciu afirmă (*În legătură cu noțiunea de fapt istoric*, „Studia Universitatis Babeș-Bolyai, Philosophia", Cluj, 1966, p. 30) : „Cunoașterea de *tip istoric* este totdeauna o cunoaștere care merge de la *efecte* la *cauze*". Pe drept cuvînt, Alexandru Tănase și Victor Isac (*Realitate și cunoaștere în istorie*, Editura Politică, București, 1980, p. 19) aduc aici echilibrul necesar : „Noi cunoaștem, e adevărat, un fapt istoric și însemnătatea sa în mare măsură prin consecințele pe care le-a produs. Dar la înțelegerea sa, la o explicare cît mai comprehensivă nu vom putea ajunge limitîndu-ne la consecințe și ignorînd cauzele...". Desigur, problema se complică dacă ținem seamă de faptul că interpretarea cauzelor influențează interpretarea efectelor și invers. În același timp, între cele două tipuri de răspunsuri la care se referă Schaff, nu cumva există o profundă legătură ? Nu cumva cauzele și efectele evenimentelor trecutului sînt interpretate și reinterpretate în funcție de nevoile prezentului ? Iar nevoile prezentului sînt ele omogene sau sînt tot atît de eterogene și contradictorii cît de eterogen și contradictoriu este prezentul însuși ? Ajungem astfel din nou la rolul *interesului* în interpretarea istoriei.

Istoria ca text

Să ne întoarcem la seriile lui Xenopol, la modul în care ele înregistrează cele discutate în paragrafele anterioare. Deosebit de interesantă este intuiția prelungirii la infinit a seriilor (care, în forma lor explicită, atestată, sînt finite) ; „Singura problemă care rămîne deschisă este dacă aceste serii pot fi la rîndul lor supuse unei operații de generalizare com-

parativă, cum vrea s-o facă sociologia, sau cumva seriile își păstrează semnificația lor prin extensiune în timp și prin limitare în spațiu", iar mai departe : „seriile nu se repetă, ele se continuă", „nu putem prevedea fenomenele viitoare ale dezvoltării ; putem numai întrevedea direcția pe care seriile o vor urma în viitor". Mai cu seamă în ultimul citat este uimitoare intuiția unei *reguli* care prezidează structura unei serii, explicînd modul de trecere de la un termen la cel următor lui. După Xenopol, nu există legi ale dezvoltării în timp, există numai succesiuni de cauze și efecte care se constituie în serii. Dispunem aici de toate elementele pentru a putea afirma că seriile, la Xenopol, sînt o reprezentare esențialmente liniară (concomitența fiind pusă între paranteze, relevantă fiind numai succesiunea) a dezvoltării istorice, sesizată prin segmente finite, dar nemărginite. Rezultă că seriile istorice ale lui Xenopol sînt infinite, dar numai potențial, nu și actual. Nici o serie istorică nu este încheiată, dar orice stadiu al ei este finit. Posibilitatea de a continua o serie la infinit în cele două sensuri (spre trecut și spre viitor) este recunoscută, dar realizarea acestei prelungiri nu poate deveni efectivă.

Este deci clar că esențiale în acest proces sînt modalitățile prin care trecem de la o serie de lungime n la alta de lungime $n + 1$. Deosebirea față de seriile matematice nu poate scăpa. O serie matematică este dată prin primul ei termen și prin modul în care trecem de la un termen generic la cel următor. Uneori se indică direct forma termenului general. O serie istorică este dată printr-un număr finit de segmente finite și printr-un repertoriu, în general infinit, dar niciodată explicit de posibilități de prelungire a acestor segmente la stînga (deci în trecut) și la dreapta (deci în viitor). O analogie din domeniul sportului ne poate veni în ajutor. Să considerăm șirul diferitelor performanțe realizate pînă azi la

proba de sărituri în înălțime bărbați. Acest șir este astăzi, 24 septembrie 1985, altul decît cel care a fost în urmă cu un an, la rîndul său altul decît în urmă cu 5 ani etc. Forma acestor șiruri în viitor nu poate fi anticipată, fiind deschisă unei infinități de posibilități (toate corespunzînd unor șiruri crescătoare). Nu se pune problema găsirii termenului general al unui astfel de șir, ci problema diferitelor lecturi posibile ale șirurilor finite, parțiale, cunoscute, o lectură fiind aici o prelungire infinită, cu ajutorul unei reguli generative ; dar pentru ca o regulă să conducă la o atare prelungire este nevoie ca ea să fie recursivă, căpătînd astfel capacitatea de a fi iterată nelimitat (chiar dacă, la orice moment, iterarea nu a avut loc decît de un număr finit de ori).

Pentru detalii asupra acestor chestiuni, trimitem pe cititori la unele lucrări anterioare (cap. V și VIII din volumul Solomon Marcus, coordonator, *La sémiotique formelle du folklore*, Klincksieck, Paris — Editura Academiei, București, 1978 ; Solomon Marcus, *La lecture générative*, „Degrés", no. 28, 1981, unde lectura generativă este examinată în ceea ce privește textele narative, cu precădere basmul fantastic). Dar argumentarea noastră tocmai aici a vrut să ajungă : la ideea că seriile istorice ale lui Xenopol reprezintă, din perspectiva pe care o oferă teoriile moderne ale narativității, *o viziune textuală* asupra istoriei. *Istoria este un text*, parc-ar vrea să ne spună Xenopol. Acum, cînd descifrăm în sfîrșit acest mesaj în lumina a tot ceea ce teoria textului a putut acumula sub aspect conceptual și metodologic, consecințele par imense, deschizînd un vast cîmp de investigații pe care nu ne propunem nici măcar să-l schițăm în paragraful de față. Xenopol nu dispunea însă de conceptele, instrumentele și limbajul care să-i fi permis să explicitezе natura textuală a istoriei. Numai că „a întrevedea direcția pe

care seriile o vor urma în viitor", așa cum cerea Xenopol, revine la a inventa acele recursivități care simulează prelungirile seriilor, iar recursivitățile sînt modalități de a genera repetiții, chiar dacă numai potențiale. Așa se face că repetițiile pe care Xenopol le elimină (și aceasta numai parțial, deoarece el a recunoscut că unele repetiții sînt semnificative și trebuie reținute de istorie, cum am amintit de altfel și într-un paragraf anterior) din dezvoltarea istorică revin într-o formă implicită, dar inevitabilă, în prognoza istorică. Faptele sînt, desigur, mai complicate. Interacțiunea cauzelor și efectelor, în seriile istorice și în modul în care ele se propagă, întocmai unor organisme filamentoase, include atît viziunea istoriei ca procedare de la cauze la efecte, cît și viziunea ei ca suire de la efecte la cauze.

Înțelegem astfel mai bine și locul subiectivității în istorie, în viziunea lui Xenopol; subiectivitatea apare, în mod esențial, tocmai în modul de reprezentare a diferitelor lecturi posibile ale seriilor istorice și în modul de alegere a uneia sau alteia dintre aceste lecturi. Recitind acum reprezentările propuse de Segre și de Ricoeur și revăzînd și interpretările propuse de Joja, constatăm că aceste viziuni, în ciuda eterogenității lor, se racordează uneori, se sprijină și se completează, chiar dacă diferă uneori prin problematică, prin concepție, prin limbaj, prin accente și sublinieri.

Din punct de vedere semiotic, putem deci spune că la Xenopol, în timp ce fenomenele de repetiție stau sub semnul iconicului și al generalizărilor prin relații de echivalență și prin legi, ca expresie a necesarului, fenomenele de succesiune sînt reglementate în primul rînd prin semne indiciale, reflex al relațiilor cauză-efect, efect-cauză, ca expresie a contingentului. Joja adaugă dimensiunea paradigmatică, restabilind verigile necesare legăturii dintre

cauză și lege, în istorie ; alți autori propun orientări într-un sens sau altul sau bilaterale pe axa temporală a cauzelor și efectelor (Aluaș-Daicoviciu, Schaff, Tănase, Isac etc.). Segre și Ricoeur contribuie la aducerea într-o albie comună a narativității istorice și a celei de ficțiune. Dar echilibrul dintre repetiție și succesiune, dintre narațiune și prognoză poate fi obținut, în ceea ce privește istoria, printr-o viziune generativă, textuală, în care infinitul potențial ocupă un loc esențial, ca verigă de legătură între finitul performanței istorice și infinitul actual al competenței narative ; între singularitatea termenilor unei serii istorice și generalitatea tipurilor de recursivitate pe care succesiunea acestor termeni le sugerează. Amintim aici că în cartea noastră asupra semioticii formale a folclorului, cap. V, primul tip de segmentare narativă, în evenimente, conduce la serii xenopoliene deoarece două evenimente distincte nu sînt niciodată identice ; abia segmentările ulterioare, care acceptă atît similarități pertinente cît și diferențe pertinente, conduc la reguli generative de prelungire infinită. La Xenopol se întîmplă invers ; preconizînd caracterul nelimitat al seriilor istorice, deci infinitatea lor potențială, el face nu numai posibilă, dar și necesară o anumită clasificare a evenimentelor, deci anumite fenomene de similaritate, deci de repetiție, pe care atît de mult le-a repudiat, dar care își fac loc inevitabil în dezvoltarea istorică.

PROVOCAREA INDICATORILOR SOCIALI

Introducere

Studiile dedicate indicatorilor sociali se remarcă, pe de o parte, prin numărul lor mare, pe de altă parte, printr-o oarecare lipsă de varietate. Sînt abordate mai ales aspectele economice, monetare, demografice și mai puțin cele ale bunăstării. Or, în ultimii ani, un interes din ce în ce mai mare este arătat unor indicatori paneconomici cum sînt : nivelul de viață, calitatea vieții, dezvoltarea socială și umană, schimbarea socială. Din păcate însă, această lărgire a ariei de interes nu a fost însoțită sau măcar urmată de o amplificare corespunzătoare a cercetărilor teoretice și metodologice cu privire la indicatori. Cele mai multe dintre date sînt disponibile numai sub formă statistică și deci se referă doar la aspecte cantitative. Dar statisticile, așa cum se știe prea bine în matematică, sînt deseori înșelătoare, derutante, pot deveni un instrument de manipulare. Cei mai mulți indicatori sînt produși în exclusivitate de către factorii de decizie, de persoane sau organizații internaționale. Aceasta face ca o mare parte dintre indicatori să fie prezentați într-un jargon specific, într-o formă tehnică, uneori neinteligibilă pentru cei mai mulți nespecialiști.

Astfel, indicatorii sociali ridică importante probleme de comunicare, ce nu au fost însă

niciodată abordate într-un mod sistematic, explicit. Mai mult chiar, în majoritatea cercetărilor din domeniul indicatorilor sociali se poate lesne observa o oarecare lipsă de generalitate, de perspectivă teoretică, de cadru metodologic. Eterogeneitatea procedeelor, caracterul ad-hoc al multor investigații fac dificilă legarea diferitelor fapte individuale de unele ipoteze și concepte fundamentale, fac dificilă obținerea de evaluări comparative, precum și organizarea indicatorilor în diverse tipuri de sisteme.

În cele ce urmează ne propunem două obiective : a. Încadrarea domeniului indicatorilor sociali în domeniul mai larg al semioticii ; b. Crearea unor premise pentru aprofundarea și extinderea abordării matematice a indicatorilor. Această extindere ar putea oferi posibilitatea de a înțelege și de a utiliza nu numai indicatorii probabiliști, ci și pe cei determiniști, nu numai indicatorii cantitativi, ci și pe cei calitativi (logici, topologici etc.), nu numai indicatorii analitici, dar și pe cei sintetici și holistici, nu numai mulțimi de indicatori, ci și sisteme de indicatori.

Evident, nu vom nega importantele realizări obținute deja în cadrul cercetărilor legate de indicatorii sociali. Ar fi o greșeală să punem eșecurile în abordarea proceselor de dezvoltare doar pe seama defectelor indicatorilor existenți. Johan Galtung (*The true worlds. A transnational perspective.* The Free Press, New York, 1980) merge chiar mai departe, susținînd că indicatori există deja din abundență, problema constă în dorința de a-i folosi. Noi susținem doar că, în raport cu nivelul teoretic și metodologic ridicat din alte domenii de cercetare, domeniul indicatorilor sociali este mai puțin dezvoltat. Acest decalaj *poate* fi eliminat sau măcar redus.

Indicatorii sint semne

Să ne amintim cîteva din definițiile date noțiunii de indicator (unele dintre ele sînt enumerate de M.S.V. Rao, K. Porwit, N. Baster (*Indicators of human and social development: Report on the state of the art,* The United Nations Univ., Programme document HSDPD-8/ UNUP-10, Tokyo, 1978). „Un indicator este ceva ce descrie altceva" (Mac Granahan). M.S.V. Rao (*Concepts, scope and methodology of development indicators,* in Rao-Porwit-Baster, *op. cit.,* p. 77—101) observă că „deși termenul *indicator* este folosit deja de destul de mult timp, el nu pare a fi fost încă definit de o manieră precisă ; nu are un loc în statistica teoretică, dar a fost deseori utilizat în practică pentru a denumi serii asociate tendințelor curente". Pentru R. A. Bauer, indicatorii sociali sînt „statistici, serii statistice și orice alte forme de înregistrare care ne dau posibilitatea să stabilim, în raport cu obiectivele noastre, unde ne aflăm și încotro ne îndreptăm", în timp ce scopul indicatorilor sociali este de a furniza „o bază de planificare pentru deciziile viitoare". Pentru A. D. Biderman, indicatorii sociali sînt simple date cantitative care servesc ca indici pentru aspectele sociale importante ale societății. Martin T. Kazman și Doris Holleb văd în indicatorii sociali măsuri ale fenomenelor sociale ; Kenneth C. Land deosebește indicatorii descriptivi (definiți ca măsuri ale produselor finale ale proceselor sociale sau ale condițiilor sociale ale existenței umane și ale schimbărilor care au loc în interior) de indicatorii analitici (definiți drept componente ale modelelor conceptuale explicite ale proceselor sociale din care rezultă valorile indicatorilor descriptivi de ieșire).

Departamentul S.U.A. pentru Sănătate, Educație și Bunăstare definește indicatorii sociali ca o măsură directă a bunăstării, susceptibilă de a fi interpretată astfel : dacă un anumit

lucru se schimbă în direcția dorită, în timp ce celelalte lucruri rămîn neschimbate, atunci lucrurile merg mai bine sau oamenii sînt mai mulțumiți. Astfel, statisticile cu privire la numărul de medici sau de polițiști nu pot fi indicatori sociali, în timp ce cifrele oglindind starea sănătății sau rata crimelor ar putea fi indicatori sociali. În Raportul Națiunilor Unite „Towards a System of Social and Demographic Statistics", indicatorii sociali sînt definiți drept constructe, întemeiate pe observații, avînd în general un caracter cantitativ și care descriu un aspect oarecare din viața socială sau schimbările care se produc în societate. Oficiul pentru Statistică al Națiunilor Unite definește indicatorii economici și sociali ca „serii de date relative la stocuri și fluxuri, desemnate să măsoare aspectele economice și sociale care intervin în momentul analizelor și luării de decizii". Rao subliniază faptul că un indicator este o cantitate care, prin modificările sale, descrie modificările unor aspecte imposibil de măsurat direct sau de observat practic.

Elementele de mai sus sînt suficiente pentru a înțelege cît de strînsă este legătura dintre conceptul de *semn* și conceptul de *indicator social*. Să ne amintim doar că părintele semioticii, Charles Saunders Peirce (*Collected Papers*, Harward Univ. Press, Cambridge, 3 volume, 1931—1935; a se vedea și Umberto Eco, *Semiotics: A discipline or an interdisciplinary method?* In: "Sight, Sound and Sense , ed. Th. A. Sebeok, Indiana Univ. Press, Bloomington, 1978, p. 73—83; A. Skidmore, *Peirce and semiotics; an introduction to Peirce's theory of signs*, in "Semiotic Themes", ed. R. T. De George, Univ, of Kansas Publ., Laurence, 1981) a definit semnul ca „ceva care, pentru cineva, stă în loc de altceva, într-o anumită măsură și într-un anumit sens". Se vede imediat că noțiunea de indicator este o formă particulară a noțiunii de semn; „cineva" poate însemna aici un factor de decizie, un guvern,

o organizație internațională sau un cetățean oarecare. Semnul nu este, prin el însuși, atît o calitate a unui obiect oarecare, cît mai degrabă o funcție pe care acesta o poate dobîndi. Funcția de semn a unui obiect este capacitatea de a reprezenta, de a înlocui ceva pentru cineva, într-un context natural sau social oarecare. Semnul este un triplet (*R, I, O*), unde *R* este *reprezentantul,* mereu disponibil, *I* este *interpretantul,* iar *O* este *obiectul.* De exemplu, cuvîntul *cal* este reprezentantul unui semn al cărui interpretant este noțiunea de cal și al cărui obiect este mulțimea tuturor cailor care au existat sau vor exista. O altă tradiție, al cărei reprezentant este Ferdinand de Saussure, este aceea de a adopta o reprezentare binară a semnului. „Cea mai simplă versiune a unei teorii a semnelor este aceea care afirmă că un semn este un lucru care stă în locul altui lucru : *aliquid stat pro aliquo*" (J. Trabant, *Elemente der Semiotik,* Verlag, G. H. Beck, München, 1976).

Asemănarea dintre definiția dată de Mac Granahan indicatorului și forma binară a conceptului de semn este izbitoare. Și definiția dată de Rao este de natură semiotică. Dar, pentru a merge mai adînc în direcția pe care ne-am propus-o, sînt necesare noi fapte și distincții, atît din domeniul semioticii, cît și din cel al indicatorilor sociali.

O incursiune în semiotică

Instaurarea unui semn este un proces (numit *semiosis*) în care, la un anumit moment, ceva înlocuiește altceva, Reprezentantul (ceva) este numit de obicei, printr-un abuz de limbaj, *semn.* Să-l citățm exact pe Peirce (*op. cit.,* vol. 2, p. 228) : „Un semn, sau reprezentamen, este ceva ce, pentru cineva, înlocuiește altceva, într-o măsură oarecare sau într-o privință oarecare. El se adresează cuiva, adică el

creează în mintea unei persoane un semn echivalent sau poate un semn mai evoluat. Pe acest semn pe care el îl creează îl voi numi *interpretantul* primului semn. Semnul înlocuiește ceva, *obiectul său*. El înlocuiește acel obiect nu în raport cu orice, ci numai referitor la o anume idee, pe care am numit-o uneori baza reprezentamen-ului". Deci baza este contextul sau sistemul de elemente în cadrul căruia semnul se leagă de interpretantul său.

Noi distincții sînt necesare. După Peirce (*op. cit.*, vol. 2, p. 274), „un semn sau un reprezentamen este un *cel dintîi* (primul), care se află într-o asemena relație triadică cu un *al doilea*, numit *obiectul* său, încît el este capabil să-l determine pe un *al treilea*, numit *interpretantul* său, să-și asume o aceeași relație triadică cu obiectul său în care să înlocuiască el însuși același *obiect*. Relația triadică este proprie, ireductibilă, în sensul că cei trei membri ai săi sînt corelați într-un mod care nu poate fi echivalat cu nici un sistem de relații binare. „Cel de-al treilea" trebuie să fie o relație triadică de ordinul al doilea în care reprezentamen-ul, sau mai degrabă acea relație a sa cu *obiectul* său să fie chiar propriul său obiect și trebuie să fie capabil să determine un *al treilea* pentru această relație. Toate acestea trebuie să aibă loc și pentru *al treilea* al celui *de-al treilea* și așa mai departe, la infinit".

Putem da și o reprezentare grafică pentru a face lucrurile mai inteligibile. Relația triadică descrisă în prima dintre definițiile semnului citate mai sus poate fi figurată cu ajutorul unui triunghi avînd drept vîrfuri reprezentantul, obiectul și interpretantul.

Cuvintele *primul, al doilea, al treilea* din controversa lui Peirce sînt legate de categoriile sale de „primul nivel", „al doilea nivel", „al treilea nivel". *Primul nivel* este un mod de a fi care constă în faptul că ceva este ceea ce

este fără vreo referință la altceva, deci făcîndu-se abstracție de relația sa cu alte lucruri. Este cazul proprietății de a fi frumos, de exemplu. „*Primul nivel* este atît de delicat încît nu-l poți atinge fără a-l distruge" (Peirce, *op. cit.*, vol. 1, p. 358). Așa cum arată J. K. Sheriff (*Charles S. Peirce and the semiotics of literature*, in "Semiotics Themes", ed. E. T. De George, Univ. of Kansas Publ., Laurence, 1981, p. 51—74), atunci cînd vorbim despre *primul nivel*, transformăm semnul într-un interpretant și astfel pierdem tocmai ceea ce căutăm să surprindem. *Al doilea nivel* este existența faptului propriu-zis, în timp ce *al treilea nivel* constă din acea tendință a lucrurilor de a se uni astfel încît să se conformeze unei reguli generale. Putem acum să dăm o tipologie generală a semnelor. Din punctul de vedere al relației reprezentantului cu el însuși, un semn poate exprima o simplă calitate (qualisemn), o existență actuală (sinsemn) sau o lege generală (legisemn). Din punctul de vedere al relației cu obiectul, semnul poate reprezenta o relație motivată (care la rîndul ei poate fi analogică (iconică) sau existențială (indicială) sau o relație nemotivată (simbolică). Din punctul de vedere al relației cu interpretantul, semnul poate exprima o posibilitate (rema), un fapt (semn dicent) sau o argumentare (argument).

Pentru a înțelege mai bine importanța semiotică a numărului *trei*, să considerăm următoarele predicate logice: 1) *A* este roșu; 2) *A* este după *B*; 3) *A* îl reprezintă pe *B* pentru *C*; 4) *A* vrea ca *B* să cumpere *C* de la *D*.

Putem construi mai departe alte predicate cu mai mult de patru variabile, dar Peirce afirmă că secvența de predicate logice de mai sus se încheie cu cel de-al treilea predicat. Aceasta înseamnă că predicatele logice cu mai mult de trei variabile pot fi reduse la sisteme

de predicate logice cu trei variabile, dar că predicatele logice cu trei variabile nu pot fi la rîndul lor reduse în același mod la sisteme de predicate logice cu două sau cu o variabilă și nici predicatele logice cu două variabile nu pot fi reduse la sisteme de predicate logice cu o variabilă. Astfel, există exact trei clase distincte, ireductibile, de predicate logice (vezi Skidmore, *op. cit.*, p. 38). Acum putem afirma că dacă o relație este obiectul unui predicat, atunci există numai trei feluri de relații : monadice (corespunzătoare *întîiului nivel*), diadice (corespunzătoare *celui de-al doilea nivel*) și triadice (corespunzătoare *celui de-al treilea nivel*).

Această tipologie a semnelor ne conduce la un sistem de zece clase de semne, reprezentate în 1945 de Weiss și Burks printr-un tabel (reprodus de Thomas A. Sebeok în *Contributions to the doctrine of signs*, Indiana Univ. Press, and the Peter de Ridder Press, Lisse, 1976). Pentru a pune în evidență aceste zece posibilități realizabile, vom introduce în prealabil următoarea codificare : A_1 (qualisemn), A_2 (sinsemn), A_3 (legisemn) ; B_1 (icon), B_2 (index), B_3 (simbol) ; C_1 (rema), C_2 (dicent), C_3 (argument). Convenim ca o reprezentare de tipul *a-b-c* (unde *a*, *b* și *c* sînt cifre de la 1 la 3) să fie înțeleasă în sensul *Aa-Bb-Cc*. Cele zece clase de semne realizabile sînt următoarele : 1-1-1 (qualisemn : senzația de roșu) ; 2-1-1 (sinsemn iconic : o diagramă individuală) ; 2-2-1 (sinsemn rematic indicial : un strigăt spontan) ; 2-2-2 (sinsemn dicent : girueta) ; 3-1-1 (legisemn iconic : o diagramă, la modul generic, deci fără individualitatea sa factuală) ; 3-2-1 (legisemn rematic indicial : un pronume demonstrativ) ; 3-2-2 (legisemn dicent indicial : strigătul străzii) ; 3-3-1 (simbol rematic sau schemă simbolică : un substantiv comun) ; 3-3-2 (simbol dicent : o propoziție) ; 3-3-3 (argument : un silogism).

Indicatorii ca semne indiciale

Enumerarea celor zece clase de semne este interesantă nu numai prin ceea ce conține, ci și prin ceea ce lasă deoparte. Se poate observa că apar doar secvențe descrescătoare de numere. Astfel, dintre cele $3^3 = 27$ de combinații posibile sînt prezente numai 10, celelalte 17 nu se produc. De exemplu, un qualisemn nu poate fi un indice sau un simbol, în timp ce un sinsemn nu poate fi un simbol. (Peirce folosește silaba *sin* cu înțelesul de „există o singură dată", adică are loc totdeauna și în exclusivitate a doua transformare). În același timp, orice simbol este un legisemn (Sheriff, *op. cit.*, p. 61).

Deoarece, așa cum am văzut, un indicator este un semn, restricțiile combinatoriale semiotice de mai sus vor acționa și asupra indicatorilor. Vom obține deci 10 tipuri de indicatori. Dacă revenim asupra definițiilor indicatorului citate mai sus, observăm că cele mai multe dintre ele asimilează indicatorii cu semnele indiciale.

Să luăm mai întîi definiția dată de Mac Granahan : „Un indicator este ceva ce arată, indică altceva". Este suficient să înlocuim pe *arată* cu *înlocuiește* și obținem în esență definiția dată de Peirce pentru semn (vezi și J. Pelc, *Prolegomena zu einer Definition des Zeichenbegriffe*, „Zeitschrift für Semiotik", vol. 3, 1981, no. 1, p. 1—10). Dar deosebirea dintre *arată* și *înlocuiește* este tocmai deosebirea dintre semnul indicial și semnul general. Pentru a înțelege mai bine acest lucru ar trebui arătat că există mai multe tipuri de semne indiciale, cum ar fi simptomele, sindromele, indicii. Un simptom este un semn coercitiv, automat, nearbitrar, astfel încît semnificantul (adică semnul) este cuplat cu semnificatul într-un mod natural. Un sindrom este o configurație de simptome. Ambii termeni au conotații medicale foarte puternice, dar nu ex-

clusive. În acest sens s-a observat că denotațiile simptomelor și sindromelor nu sînt în general aceleași pentru adresant (pacient) și pentru destinatar (medic). De exemplu, febra este un simptom de boală. Indicii au proprietatea că semnificantul și semnificatul lor sînt adiacenți. De exemplu, un ceas, categoriile lingvistice cunoscute sub numele de deictice, mai ales modificatorii (cum ar fi pronumele personale), „dansul" șerpuitor al albinei pe o suprafață orizontală (Sebeok, *op. cit.*, 1976, p. 43). *Deixis* înseamnă în greceşte *a indica*. Astfel, din punct de vedre etimologic, indicatorii sînt elemente deictice (în lingvistică, elementele deictice sînt definite prin următoarea proprietate : în cadrul unei aserțiuni, ele se referă la (1) situația în care aserțiunea a fost făcută, (2) momentul în care aserțiunea a fost făcută, (3) subiectul care o face).

Natura indicială a indicatorilor este cît se poate de explicită în definiția dată de J. Galtung, D. Poleszynski, A. Wirak : „Un indicator este tocmai aceasta : ceva ce arată ca un deget, un index arătîndu-ne direcția corectă". Într-adevăr, gesturile sînt semnele indiciale cele mai tipice. Semnele lingvistice devin semne indiciale numai relativ la nivelul pragmatic al comunicării (adresantul, destinatarul, locul și momentul în care are loc comunicarea, identitatea a două acte de vorbire — „L-am văzut pe Ion, se simte bine" — justificînd astfel rolul pronumelui). Semnele lingvistice sînt toate simboluri, deoarece ele își reprezintă obiectele cu ajutorul convențiilor lingvistice și sînt cu toate legisemne (Skidmore, *op. cit.*, p. 44—45).

Putem spune că semnele indiciale se află într-o relație fizică cu obiectele lor. Porwit vorbește despre simptomele și atributele dezvoltării sociale și umane ale unei societăți ; astfel de simptome și atribute ale dezvoltării ar trebui să fie relevante pentru un destinatar anumit și pentru scopuri anumite. Dar asta duce

către o mai profundă înțelegere a rolului semnelor indiciale în dezvoltarea socială. Avem în vedere mai ales simptomele. Ele reprezintă calea prin care oamenii devin conștienți de situațiile ascunse sau care încă nu s-au manifestat direct. Z. Sadowski (*The concept of rationality and the macroindicators of goal attainment in socio-economic development,* Working Paper HSDRGPID-39/UNUP-153, 1980) utilizează indicatorul *eficiență,* care reprezintă raportul dintre suma beneficiilor produse de o activitate și suma costurilor necesare ei. Efectivitatea, eficiența sînt, în viziunea lui Sadowski, un simptom și o măsură a raționalității în activitatea economică, raportul dintre ele fiind de directă proporționalitate. Aici raționalitatea aproape că este definită cu ajutorul eficienței, exact așa cum în medicină o boală necunoscută este definită prin șirul simptomelor sale.

Indicatorii și problemele globale

Un alt exemplu interesant poate fi obținut din modul în care C. A. Mallmann, O. Nudler și M. A. MaxNeef (*Quality of life oriented development and global social modelling.* Working Paper, under contract with UNESCO's Socio-Economic Analysis Division, 1980), identifică problemele majore ale umanității. Acestea sînt problemele „care sînt răspunzătoare de nivelul scăzut al satisfacerii nevoilor de întreținere, protecție, dragoste, înțelegere, participare și sens". Astfel, răspunderea pentru acest nivel scăzut este un simptom care anunță o problemă majoră a umanității, cu alte cuvinte, și aici ca și mai înainte, un fenomen este definit prin simptomul său. Metafora medicală a bolii, cu care debutează modelul matematic al nevoilor umane la C. A. Mallmann și S. Marcus (*Logical clarifications in the study of*

needs, in *Human Needs*, ed. K. Lederer, Oelgeschlager, Gunn & Hain Publ. Cambridge, Mass., Verlag Anton Hain, Königstein, 1979, p. 163—185), este încă un motiv pentru a acorda statutul de simptom oricărui semn care anunță un aspect patologic al satisfacerii nevoilor umane.

Dar poate că cel mai interesant exemplu este acela oferit de domeniul studiilor viitorului. Deoarece în spatele unui simptom se află o relație cauză-efect, cercetarea științifică este confruntată cu două situații de bază : (a) simptome aflate în căutarea obiectului și interpretantului lor și (b) obiecte și interpretanți aflați în căutarea simptomelor lor. Situația (a) este un fel de anticipare, deoarece efectul poate fi separat de cauza sa printr-un lung interval de timp. În acest sens, o situație tipică este cea conținută în titlul întîlnirii organizate de Academia R. P. Polone (5—8 decembrie 1981) : „Identificarea timpurie a pericolelor iminente din viața socială ; metodologie, experiență, indicatori". Astfel, transformarea unor lucruri care se petrec astăzi în simptome a ceea ce s-ar putea petrece mîine este una din sarcinile majore ale studiilor despre viitor. Un alt aspect al situației (a) este acela al transformării fenomenelor evidente în simptome ale fenomenelor ascunse. Un exemplu tipic în acest sens sînt lucrările Eleonorei Masini *(The non expressed visions,* Draft Paper presented for the meeting on „Early identification of iminent dangers in social life ; methodology, experience and indicators", by the Polish Acad. of Sciences, 1981). Rolul artelor este într-o mare măsură legat de această sarcină. Dar Masini cercetează încă două categorii umane implicate în aceste situații : femeile și copiii. Copiii foarte mici, ca și animalele, nu sînt în stare să se exprime, astfel încît trebuie să învățăm să le interpretăm și să le decodificăm manifestările, să le stimulăm viața emo-

țională. „Trebuie să căutăm viziunile neexprimate și să le aducem la lumină... Sînt viziuni care zac neexprimate în viața emoțională a copiilor. Acestea trebuie pur și simplu stimulate".

Un domeniu important al semnelor indiciale este acela al problemelor globale. B. Faskel (*Die Energiekreise. Eine Chance zur „Erneuerung der Architektur*, „Kodikas/Code", vol. 3, 1981, no. 3, p. 261—269) analizează semnele indiciale care arată cum s-au manifestat în epocile anterioare atitudinile față de energie. Majoritatea semnelor crizei energetice sînt simptome asemănătoare acelora care au loc la stațiile de benzină, unde pot fi observate semne directe, ca prețuri în continuă creștere, raționalizări, rezervoare goale etc. Putem merge mai departe, citîndu-l pe Mihai Nadin (*Energy crisis — a topic for Semiotics ?*, „Kodikas/Code", vol. 3, 1981, no. 3, p. 195—198): „Criza, oriunde s-ar manifesta ea, se face cunoscută prin simptomele ei. Nimeni nu pretinde că o simptomatologie perfectă înseamnă vindecare, dar cel puțin ne ajută să nu aplicăm unei boli tratamentul adecvat alteia și care aplicat astfel în mod greșit ar putea avea consecințe dezastruoase". Același autor (*Sign and value in the energy crisis*, „Kodikas/Code", vol. 3, 1981, no. 3, p. 281—301) întreprinde o inventariere a inflației, șomajului, produsului național brut, concurenței, mișcărilor ecologice, de eliberare a femeilor, a minorităților, a semnelor recrudescenței fascismului (cu reacția antifascistă corespunzătoare), a mișcărilor contestatare, a apatiei, a militarismului etc. De fapt, în toate aceste cazuri, ca și în multe dintre cele precedente, nu avem de-a face cu semne deja confecționate, ci sîntem incitați să construim procese semiotice prin descoperirea interpretantului și obiectului corect pentru un simptom potențial. Cealaltă sarcină, de a descoperi simptome simple, disponibile, ale unor

procese complexe, este a doua latură, la fel de importantă, a cercetărilor în domeniul indicatorilor.

Indicatorii ca semne iconice

Cea mai răspîndită formă de iconicitate atunci cînd se lucrează cu indicatori este grafia. Să luăm de exemplu cartea editată de I. Miles și J. Irvine (*The poverty of progress. Changing ways of life in industrial societies*, Pergamon Press, Oxford, 1982), despre schimbarea modurilor de viață în societățile industriale. Sînt descriși numeroși indicatori ai modului de viață cu ajutorul cifrelor și tabelelor, dintre care majoritatea sînt forme particulare de grafice. Astfel, relația dintre dezvoltarea umană și nivelul producției este prezentată cu ajutorul unei curbe într-un sistem bidimensional de coordonate, avînd pe axa orizontală consumul de satisfactori ai nevoilor și dezvoltarea umană (satisfacerea nevoilor) pe axa verticală. Utilarea tehnică a agriculturii Elveției în anii 1955, 1965, 1975 este descrisă cu ajutorul a trei dreptunghiuri a căror înălțime reprezintă tocmai nivelul acestei utilări în cei trei ani menționați. Tabelele și matricile au în general formă de linii și coloane ; putem astfel imediat surprinde o multitudine de date, le putem compara, sintetiza. Iată, de exemplu, Tabelul 5.19 (p. 163) referitor la adecvarea din punct de vedere nutritiv a hranei domestice (în medie, în Anglia, între 1953—1971). O matrice cu 10 linii — corespunzătoare celor 10 tipuri de cerințe : valoare energetică, proteine, calciu, fier ... vitamina C, vitamina A, vitamina D — și 4 coloane — corespunzătoare anilor 1951, 1960, 1970, 1973 — conține cifre date sub formă de procente ale cantităților recomandate oficial. Se observă ușor o tendință generală de creștere a acestor cifre, exceptînd vitamina C, care a scăzut.

Esența iconicității este analogia dintre semn și obiectul său. Se vede ușor că gradul de iconicitate este mai mare în cazul unei curbe sau a unei diagrame decît în cazul unei matrici sau a unei liste. Primele două dau o reprezentare analogică a evaluării unor parametri, în timp ce pentru ultimele analogia este mai săracă, referindu-se numai la ordinea unor evenimente, date, însușiri.

Iconii și indicii se provoacă unii pe alții. Nu există un icon pur sau un indice pur. Orice semn neconvențional (motivat) are și o funcție iconică și una indicială, dar este posibil ca una dintre ele să fie predominantă. Un exemplu tipic de rivalitate între iconicitate și indicialitate este discutat de D. Pignatari (*The contiguity illusion*, în „Sight, Sound and Sense", ed. Th. A. Sebeok, Indiana Univ. Press, Bloomington, 1978, p. 87—97), care susține că rolul indicialității a fost exagerat în culturile vest-europene, în timp ce iconicitatea nu a fost privită în adevărata sa valoare; „...iconul este semnul tuturor minciunilor posibile precum și semnul tuturor descoperirilor ... este semnul euristic, semnul deschis prin excelență".

Diagramele, curbele și celelalte reprezentări grafice nu sînt cele mai tipice semne iconice. ele fac mai degrabă parte dintr-o iconicitate exterioară, legată de prezentare, a unor semne predominant indiciale. Informațiile date de aceste curbe, diagrame, matrici și chiar de liste sînt obținute prin analiza și prelucrarea unor observații empirice, prin urmare, ele se bazează pe o relație de tipul cauză-efect, ipoteză-concluzie, întreg-parte, deci o situație tipic indicială.

Imaginile și metaforele prezintă un grad de iconicitate mai ridicat. Imaginile domină din ce în ce mai mult mass-media (vezi avertismentele lansate de Marshall McLuhan). Sîntem înconjurați de imagini iar pe cele mai multe dintre ele nu mai sîntem capabili să le receptionăm și să le prelucrăm. Astfel, un mare nu-

măr de indicatori potențiali nu mai pot fi niciodată transformați în mesaje efective. Domeniul problemelor globale necesită, poate mai mult decît alte domenii, utilizarea imaginilor, a desenelor, deoarece mulți dintre indicatorii legați de aceste probleme nu sînt inteligibili omului de pe stradă. Din păcate, folosirea imaginilor este încă foarte restrînsă. Există însă unele dovezi pozitive ale eficienței lor. De exemplu, în domeniul crizei energetice, îi putem cita pe Blonsky (1981), B. Faskel *(op. cit.)* și M. Nadin *(op. cit.)*. Aceste lucrări se adresează specialiștilor ; lucrarea lui C. Bienvenu (*Vous avez dit energie ?* Sofedir, Paris, 1980) se adresează însă omului de pe stradă, demonstrînd imensele posibilități pe care le au semnele iconice și mai ales imaginile și desenele, de a implementa o mai ridicată conștiință publică asupra problemelor globale ale umanității. Din păcate, nu vom putea reproduce nici una dintre imaginile sale, care ne spun mai mult decît o pot face textele oricît de lungi și aceasta într-o formă sugestivă, ironică și foarte semnificativă.

Un alt exemplu de același fel este datorat lui Yona Friedman (*Money makes poor*, Draft, GPID-UNU Project, 1979). Metoda sa constă în a asocia două secvențe : una de imagini (desene) așezate pe pagina din stînga și alta de texte așezate pe pagina din dreapta. Fiecare imagine are alăturat un scurt text care îi explicitează sensul și mesajul. Imaginile luate izolat nu au un înțeles prea bogat ; în schimb, dacă privim întreaga secvență de imagini putem reconstitui mesajul profund al textului. În acest fel, oricine poate constata cît de mare este forța contextului iconic, capabil să-și construiască doar cu propriile sale mijloace o semantică a cărei exprimare ar necesita în mod obișnuit un aparat lingvistic complicat. Mesajul de bază al lui Y. Friedman este evidențierea crizei globale a resurselor, mutațiile unei ordini (sau dezordini ?) economice internațio-

nale în care cantitatea de bani este din ce în ce mai mare, în contradicție cu capacitatea redusă de satisfacere a nevoilor umane. Uneori, Y. Friedman combină imaginile și textele, adică semnele iconice cu cele simbolice. Astfel, în imaginile „de pe pagina stîngă" sînt inserate texte care devin parte componentă a desenului, în timp ce textele „de pe pagina din dreapta" capătă, printr-o segmentare specială, prin utilizarea unor anume tipuri de litere, prin însăși aranjarea lor, calități de imagine. Și astfel, unele dintre aceste ingenioase asocieri evidențiază capacitatea semioticii de a valorifica eterogenitatea semnelor.

Motivația profundă a succesului acestui mod de abordare a indicatorilor sociali este legată de modul de funcționare a creierului nostru. Se știe că operațiile secvențiale sînt localizate în emisfera stîngă a creierului, în timp ce cele nesecvențiale sînt controlate de emisfera dreaptă. De exemplu, operațiile logice și lingvistice sînt „la stînga", iar intuițiile, emoțiile sînt „la dreapta". Pandantul semiotic al acestei situații constă în faptul că operațiile de contiguitate, de tipul celor care conduc la semne indiciale, sînt localizate mai ales la stînga, în timp ce operațiile analogice, de tipul celor care conduc la semne iconice, sînt localizate cu precădere la dreapta. Echilibrul vieții noastre spirituale reclamă stabilirea și menținerea unei balanțe și colaborări între activitățile celor două emisfere și, prin urmare, între indicialitate și iconicitate.

Dar iconicitatea nu înseamnă numai imagini și diagrame, ci și metafore, poate chiar în primul rînd metafore. Ele sînt fundamentale pentru orice tip de gîndire, fie ea științifică sau artistică. O metaforă fericit aleasă poate fi uneori un indicator mult mai bun decît orice șir — cît de lung — de date statistice. Evident, nu putem efectua calcule cu metafore, nu le putem utiliza în activitățile de planificare. În schimb, ele fac lumea mai plină de sens, sti-

mulează înțelegerea și creativitatea, ele opun gîndirii analitice gîndirea holistică, surprind numitorul comun al unor lucruri aparent deosebite (chiar opuse uneori), ele sînt mai lesne înțelese de omul de pe stradă și conduc la rezultate mai bune atunci cînd se lucrează cu aspecte calitative, greu de cuantificat.

În ciuda acestor avantaje pe care le prezintă metaforele cu rol de indicatori, nu există încă o investigare explicită și sistematică în această direcție. Deși mulți autori merg și dincolo de indicatorii statistici ai aspectelor economice ale vieții sociale, căutînd indicatori calitativi (de exemplu, ordonări fără măsurători), precum și indicatori ai aspectelor neeconomice ale vieții sociale, nu există nici o încercare de a dezvolta indicatorii iconici și de a aprofunda semnificația lor. Aceasta ar satisface atît cerința obiectivă de echilibrare a exigențelor celor două emisfere ale creierului, cît și responsabilitatea socială de a democratiza politica indicatorilor, prin înlăturarea jargonului specific oamenilor de știință și factorilor de decizie și prin informarea categoriilor largi de cetățeni.

Indicatorii ca simboluri

Semnele simbolice de bază sînt cele verbale. Ferdinand de Saussure a argumentat temeinic teza arbitrarului semnului lingvistic, acceptată azi de toți cercetătorii. Orice indicator exprimat cu ajutorul unor mijloace lingvistice este, chiar prin aceasta, înzestrat cu o funcție simbolică. Dar și alți indicatori pot fi dotați cu aceeași funcție. Să ne gîndim, de exemplu, la sistemul monetar, în mare măsură convențional. Semnele simbolice au fost clasificate de Ch. S. Peirce în semne rematice (simple posibilități), semne dicent (fapte) și argumente (în special silogisme), acestea din urmă fiind cele mai complexe.

O sursă importantă a multor indicatori simbolici este capacitatea unor semne de a fi replicate, adică de a putea fi reproduse într-un mare număr de exemplare. Cuvintele, monedele, bancnotele și uniformele sînt exemple tipice ale unor astfel de semne. Este lesne de înțeles că prin replicare semnele își potențează considerabil funcția de indicator social. Simpla creștere a frecvenței unor cuvinte și expresii ca *grevă, șomaj, terorism, poluare, accident nuclear, catastrofă nucleară, foamete, violență, consum de droguri, criză energetică, dezarmare, pace, tratative, colaborare internațională, democrație*, este de natură să atragă atenția oricui asupra racilelor și primejdiilor majore ale lumii contemporane ca și asupra aspirațiilor legitime ale oamenilor de pretutindeni. Proliferarea mijloacelor de comunicare rapidă, ca urmare a noii revoluții științifice și tehnologice, conferă replicării capacitatea de a mări considerabil audiența unor indicatori sociali sau de a instaura o atare funcție chiar acolo unde ea nu exista inițial.

Un cuvînt este asociat cu anumite trăsături ireductibile (qualisemne), el poate fi conceput ca o apariție irepetabilă datorită particularităților sale fonetice (sinsemne), dar, în același timp, el poate fi replicat indefinit, toate aparițiile sale fiind asociate cu unul și același tip (legisemn), care face posibil să se identifice, de exemplu, cuvîntul *casă* pronunțat de o persoană la un anumit moment cu același cuvînt pronunțat de o altă persoană la un alt moment. Printr-un proces similar, de la particularitățile fizice ale unei bancnote de 10 lei (qualisemne) trecem ușor la integritatea bancnotei ca atare (sinsemn) și la echivalența ei cu toate celelalte bancnote de 10 lei (legisemn). Așa cum echivalența dintre două ocurențe ale cuvîntului *casă* este asigurată de suportul lor semantic comun, echivalența a două bancnote de 10 lei

se bazează pe identitatea dintre obiectele care pot fi cumpărate cu prima bancnotă și obiectele care pot fi cumpărate cu a doua bancnotă.

Funcția simbolică și contractul social

Replicarea conferă unei bancnote o funcție socială bazată pe o convenție socială. În același fel, replicarea cuvintelor se sprijină pe un acord mutual între membrii unei comunități de a considera drept echivalente anumite ocurențe lingvistice, atribuindu-le aceeași semnificație sau aceeași funcție lingvistică. În ambele cazuri, funcția simbolică este creată prin intermediul unui contract social. O bancnotă (sau o monedă) este un semn convențional avînd drept referent (obiect) toate obiectele care pot fi cumpărate cu bancnota (moneda) respectivă ; valoarea comună a acestor obiecte constituie interpretantul semnului. Bancnota reprezintă pe oricare dintre aceste obiecte. Un cuvînt este un semn convențional avînd drept referent (obiect) toate ocurențele sale individuale iar ca interpretant semnificația sau funcția sa.

Convenția care se află la baza unui simbol poate fi recentă, după cum ea poate să fie rezultatul unei lungi evoluții istorice. De exemplu, această evoluție este, în general, mai lungă în cazul limbajului decît în ceea ce privește sistemele monetare. Nu lipsesc însă excepțiile. Astfel, o parte dintre cuvintele și expresiile evocate mai sus pentru a exemplifica simbolul verbal au dobîndit abia în ultimele decenii funcția simbolică pe care le-o acordăm azi. Un alt exemplu intersant este cel al drapelurilor naționale ale diferitelor state. Aceste drapeluri s-au constituit ca simboluri și, implicit, ca indicatori sociali, relativ recent, deoarece cele mai multe state naționale s-au format de-a lungul ultimelor două secole. O caracteristică a ultimelor decenii este creșterea ritmului de

constituire a unor noi simboluri și chiar a unor noi mituri. Să ne gîndim la calculatorul electronic, la implicarea lui în cvasitotalitatea domeniilor de activitate socială și la tot ceea ce acestea evocă și semnifică din punctul de vedere al nivelului de dezvoltare a unei economii. Miturile tehnologiilor moderne încep să concureze miturile constituite de-a lungul unei dezvoltări milenare.

Importanța socială a semnelor simbolice rezultă și din implicarea lor majoră în cultură. Dintre toate tipurile de semne, cele simbolice constituie forma supremă, cea mai avansată, a evoluției sociale și exprimă gradul cel mai înalt de abstracție. Chiar dacă unii autori, ca Thomas A. Sebeok, semnalează forme rudimentare ale funcției simbolice la anumite tipuri de insecte și la unele animale, mai toți cercetătorii admit faptul că omul este singura ființă care a dezvoltat funcția simbolică într-un mod sistematic. Lucrul devine firesc, dacă ținem seamă de ipoteza după care funcția simbolică se dezvoltă ca o consecință a competenței lingvistice. Fiind singura ființă dotată cu limbaj articulat, omul devine privilegiat și în dezvoltarea funcției simbolice. Dacă în viața economică se stabilește un echilibru între semnele motivate (iconice sau indiciale) și cele nemotivate (simbolice), de îndată ce trecem la activitățile umane de natură creativă semnele simbolice capătă o preponderență netă.

Cultura — un comerț cu semne

Ce anume conferă un rol atît de important capacității noastre de simbolizare? Intervine aici faptul că, mărind distanța dintre reprezentant, pe de o parte, referent și interpretant, pe de altă parte, simbolul oferă posibilitatea unor procese de semnificare mult mai profunde decît cele asociate cu alte semne. Simbolurile sînt de multe ori rezultatul evoluției unor

semne indiciale sau iconice. Iau naștere lanțuri de semne motivate, în care, datorită lungimii mari a lanțului, nu mai este posibil să se perceapă legătura dintre verigile extreme. De exemplu, multe cuvinte au fost la origine semne motivate, dar s-au modificat atît de mult ca formă și semnificație în decursul evoluției limbii, încît au pierdut orice relație vizibilă între aspectul sonor și cel semantic.

Filosofi ca Ernst Cassirer (*The philosophy of symbolic forms*, 1923) și Suzanne K. Langer (*Feeling and form*, 1953) au arătat că limbajul articulat, întreaga cultură umană, ritualurile, instituțiile, relațiile sociale sînt, toate, forme simbolice ; ele dezvoltă o experiență care poate fi comunicată sau transferată. Viața socială constă în mare măsură într-un comerț cu semne, în mod deosebit cu semne simbolice. Semnele ne permit să ne ridicăm deasupra percepției nemijlocite.

Cultura s-a născut atunci cînd omul a inventat unelte cu care a acționat asupra naturii. Umberto Eco (1972) consideră că uneltele presupun o activitate de simbolizare. O piatră nu este numai un obiect natural, ci și o unealtă folosită în luptă. Dar, pentru a se descoperi aceasta, era nevoie ca următoarele trei condiții să fie îndeplinite : *(A)* existența unei ființe care să imagineze această funcție a pietrei ; *(B)* capacitatea de a-i da un nume ; *(C)* posibilitatea de a recunoaște piatra ca ceva care are numele *B* și funcția *A*.

Considerente metodologice ne-au impus diferențierea indicatorilor sociali după natura lor semiotică. Să nu uităm însă că nu există semn iconic pur, nici semn indicial pur, nici semn simbolic pur. Orice semn are, în diferite proporții, toate aceste trei funcții. Cînd una dintre ele este dominantă, o adoptăm ca definitorie. Dincolo de natura sa, orice semn este o asociere dintre o prezență și o absență ; prima o reprezintă pe cea de-a doua. Înțelegerea acestor corespondențe presupune o vastă cultură,

fără de care riscăm să deformăm grolosan multe semnificații care ne înconjoară. O interpretare corectă a unui semn atît de simplu ca zîmbetul presupune cunoștințe și experiență în domeniul psihosocial. Numai pentru cei cu o competență ridicată în psihologia socială este posibil ca zîmbetul străzii să devină un indicator social.

Indicatorii și dezvoltarea umană

O contribuție importantă la studiul indicatorilor o constituie lucrarea lui Ian Miles (*Social indicators for human development*, Frances Pinter Publishers, London, 1985). Cartea a apărut sub auspiciile Universității Națiunilor Unite, care l-a invitat pe autor să alcătuiască un raport asupra indicatorilor sociali. Vicerectorul Universității Națiunilor Unite, Kinhide Mushakoji, explică în prefață mobilul invitației adresate lui Ian Miles. Indicatorii sociali au fost multă vreme aproape exclusiv indicatori economici, deoarece dezvoltarea era redusă la creșterea economică (după modelul furnizat de societățile industrializate occidentale). Efectele negative ale unui atare mod de a vedea, efecte care privesc atît pe indivizii umani cît și mediul înconjurător, nu au întîrziat să apară. A devenit astfel legitimă problema elaborării unor indicatori care să măsoare distanța dintre o societate existentă și una dezirabilă și să orienteze procesul care trebuie urmat pentru a se ajunge la aceasta din urmă.

Ian Miles explică, la rîndul său, că lucrarea a fost concepută, inițial, în cadrul proiectului internațional al Universității Națiunilor Unite „Obiective, Procese și Indicatori de Dezvoltare" și exprimă recunoștința sa intelectuală față de membrii acestui proiect, printre care autorul rîndurilor de față a avut privilegiul de a se afla. Am participat împreună cu Ian Miles

la mai multe dezbateri din cadrul proiectului amintit și am putut urmări diferite forme preliminare ale lucrării pe care o discutăm acum. Conceptele de bază adoptate au fost, într-o anumită măsură, rodul acestor dezbateri la care au contribuit personalități de cele mai variate orientări, provenind din cîteva zeci de țări europene, asiatice, africane și americane, dar în care accentul s-a menținut mereu asupra lumii în curs de dezvoltare. Deoarece indicatorii sociali își propun să dea seamă despre dezvoltarea umană, era necesar să se precizeze de la început acest concept. Este vorba de dezvoltarea ființelor umane de-a lungul întregii lor vieți, pe baza unei relații armonioase cu societatea și cu natura și într-un mod care să permită o manifestare optimă a potențialului uman, fără a degrada, deposeda sau distruge societatea sau natura. O atare dezvoltare centrată pe om este detaliată de Ian Miles în următoarele patru puncte : 1. Echitate socială, care să permită o dezvoltare umană pentru toți membrii societății ; 2. Echitate interregională și internațională ; fiecare societate trebuie să permită și să promoveze dezvoltarea umană a membrilor ei, cu respectarea integrității altor societăți, în sensul interzicerii oricărei exploatări economice, dominații politice sau opresiuni culturale care ar împiedica pe membrii altor societăți de a realiza dezvoltarea lor umană ; 3. Prezența vie a viitorului. Dezvoltarea umană a generațiilor prezente nu trebuie să se producă în detrimentul generațiilor viitoare ; 4. Sensibilitate față de prezent ; grija pentru generațiile viitoare nu este compatibilă cu oprimarea generației actuale.

Desigur, astfel de formulări generale au în vedere o situație idealizată, dar care poate constitui un prim termen de referință în ceea ce privește relevanța indicatorilor pentru dezvoltarea umană ; acești indicatori ne pot spune în ce măsură ne apropiem sau ne depărtăm de o dezvoltare umană. Dar ce este specific uman

în viața socială ? Nu faptul că existăm atît ca ființe individuale cît și ca ființe sociale și poate nici măcar faptul că sîntem conștienți și că putem lupta pentru atingerea unui scop, ci — crede Miles — capacitatea noastră de a sesiza lumea socială ca o construcție umană, de a concepe obiective sociale alternative și diferite tipuri de relații sociale și de a acționa în funcție de acestea. Elaborarea și utilizarea indicatorilor sociali se pot constitui ca o parte a unor activități umane de acest fel.

Sînt vreo 20 de ani de cînd indicatorii sociali au intrat în atenția sistematică a cercetătorilor. Între timp, ei s-au răspîndit și au intrat și în atenția factorilor de decizie. Aceasta nu înseamnă că ar exista vreun consens în ceea ce privește definiția lor. Pentru unii autori, orice statistică socială, orice observație privind viața socială constituie un indicator social. Dacă mulți autori se restrîng și azi la indicatori cantitativi, din ce în ce mai frecvent se recurge la indicatori calitativi. Depășind statisticile sociale, indicatorii tind să să se manifeste sub forma unor date dintre cele mai eterogene privind cele mai importante aspecte ale schimbării sociale. Este deci de reținut faptul că indicatorii își propun tot mai mult să dea seamă nu despre stări încremenite, ci despre tendințe de manifestare.

De la indicatori izolați la sisteme de indicatori

O distincție importantă se referă la dubla natură a indicatorilor, care pot fi structurali și/sau axiologici. Sub aspect structural, indicatorii au un rol explicativ în înțelegerea naturii și sensului schimbării. Sub aspect axiologic, indicatorii dau seama despre impactul uman și social al schimbării, despre gradul în care obiectivele avute în vedere sînt atinse, despre efectele unor eventuale încercări de a interveni

în procesul de dezvoltare. În această a doua accepțiune, interesează aprecierea costurilor și beneficiilor diferitelor strategii de dezvoltare. Dacă cercetarea se interesează în primul rînd de aspectul structural, pentru factorii de decizie și pentru public aspectul axiologic este esențial. Dar, desigur, este greu de trasat o graniță între cele două aspecte ; interacțiunea dintre structural și axiologic este și aici, ca și în atîtea alte domenii, esențială.

O altă distincție importantă este aceea dintre indicatorii de proces și indicatorii relativi la obiectivele de atins. Nu este însă exclus ca un același indicator să dea seamă despre amîndouă. Se face din ce în ce mai puțin separația între exigențele științelor sociale și cele ale politicii. Indicatorilor li se cere să fie, în același timp, instrumente de cercetare în analiza socială și instrumente ale politicii de schimbare într-un anume sens a cursului social.

O distincție interesantă a fost propusă de Michael Carley (*Social measurement and social indicators*, Allen and Unwin, London, 1982). Carley distinge două aspecte esențiale ale indicatorilor, aspectul de *surogat* și cel de *măsură*. Se știe că surogatul este un „produs sau preparat care, avînd aparent aproape aceleași proprietăți cu altul, îl poate înlocui" (*Mic Dicționar Enciclopedic*, ed. a II-a, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1978). Indicatorul nu se reprezintă pe sine, ci trimite la un anumit obiect, fenomen sau proces. În situația actuală, cei mai mulți indicatori elaborați de factorii de decizie sînt entități măsurabile care se substituie unor fenomene nemăsurabile direct și dau seama despre acestea din urmă. Fenomenele care interesează sînt desigur cele privind obiectivele și procesele care au o anumită relevanță pentru dezvoltarea umană. Nu un indicator izolat, ci un sistem de indicatori poate da seama despre aceasta. Astfel, o statistică socială nu este, prin ea

însăși, un indicator social; ea devine un indicator în măsura în care este corelată cu alte informații, în cadrul unui sistem conceptual. Numai în acest fel ea devine și surogat și măsură. (Asupra folosirii de către Carley a termenului de surogat avem unele rezerve, deoarece surogatul înlocuiește o entitate, fără a o reprezenta; a se vedea relația zaharină-zahăr. Funcția semiotică a indicatorului este exprimată optim prin termenul de semn). Un exemplu simplu evidențiază această situație. Cantitatea de calorii consumate, în medie, de un locuitor, într-o unitate de timp nu poate singură să dea seamă despre starea de nutriție a unei populații. Este nevoie să se cunoască diferențiat consumul de proteine, minerale, vitamine, fibre etc., repartizarea acestora pe diferite straturi ale populației, relația lor cu tipul de activitate a diferitelor grupuri sociale și cu condițiile de climă etc. În acest fel ia naștere un sistem complex de indicatori care aproximează statutul nutrițional al unei populații. În funcție de destinatarul acestor indicatori, se aleg limbajul în care ei sînt exprimați și gradul său de tehnicitate.

Una dintre cele mai interesante probleme este aceea a influenței pe care un sistem de indicatori o poate avea chiar asupra fenomenelor despre care ele trebuie să dea seama. Aici apare necesitatea abordării sistemice, în care interacțiunile, circularitățile, situațiile paradoxale și antinomice sînt la ele acasă. O fuzionare a punctului de vedere semiotic cu cel sistemic, în problema indicatorilor, se impune.

O încercare de sistematizare

Să încercăm să sistematizăm problemele esențiale privind semiotica indicatorilor.

1. De ce ne trebuie indicatori? Indicatorii sînt reclamați de însăși complexitatea reali-

tății sociale, de caracterul ascuns al multora dintre aspectele acesteia, de gradul scăzut de efectivitate al unora dintre ele, de necesitatea de a face realitatea socială mai inteligibilă, mai operațională.

2. Indicatori despre ce? Indicatorii se pot referi la obiective, procese, stări de lucruri, tendințe etc. Ei se pot referi fie la situații deja existente, fie la fenomene plauzibile, probabile în viitor.

3. Indicatori pentru cine? Există o mare varietate de destinații pentru indicatori. Ei se pot adresa publicului, copiilor, factorilor de decizie, politicienilor, experților, oamenilor de știință, intelectualilor, instituțiilor. Fiecare dintre aceste categorii are un limbaj specific în care ar trebui exprimați indicatorii. Așa cum arată majoritatea lucrărilor despre indicatori, nu există din păcate pînă acum decît o slabă preocupare de a aduce indicatorii sociali la o formă inteligibilă pentru marele public. Copiii mai ales sînt oarecum neglijați. Manualele și sistemul de învățămînt ar trebui să se preocupe mai mult de acest lucru.

4. Indicatorii sînt semne în sensul semiotic al cuvîntului: indicatorii sînt ceva ce înlocuiește altceva pentru cineva, într-o anumită privință, într-o anumită măsură. Prin urmare, ei au o intensiune (înțelesul lor) și o extensiune (realitatea pe care o acoperă). De exemplu, pentru un indicator cum ar fi procentul persoanelor alfabetizate, extensiunea (obiectul) este realitatea materială a persoanelor alfabetizate, în timp ce intensiunea (interpretantul) este înțelesul creat de acest indicator și de obiectul său, de exemplu: cît de relevantă este această cifră pentru nivelul educației. Dacă pentru satisfacerea nevoilor fundamentale (ca hrană, îmbrăcăminte, adăpost, sănătate, educație), pentru creșterea economică sau pentru creșterea socială (urbanizare, transport, comunicații), distincția dintre extensiune și inten-

siune, dintre obiect și interpretant se face relativ ușor, trebuie arătat că pentru alte nevoi umane, ca dragoste, creație, sens, sinergie (pentru a utiliza clasificarea propusă de Mallmann, Nudler, Max-Neef, op. cit.), intensiunea își caută încă extensiunea. Pe de altă parte, în alte situații, ca de pildă în educația copiilor, pornim totdeauna de la extensiunea indicatorului și încercăm să descoperim intensiunea corespunzătoare.

5. Indicatorii sînt elemente de bază în orice proces de comunicare legat de dezvoltare. Acest lucru rezultă din punctul 4 și este comparabil cu faptul că cuvintele sînt elementele de bază ale unei limbi naturale. K. Valaskakis și I. Martin (*Economic indicators and the GPID : An attempt to bring economics back into the church without losing the faith,* Working paper HSDR GPID-23/UNUP-134, 1980) consideră că indicatorii sînt pentru știință ceea ce limbajul este pentru gîndire. Indicatorii sînt partea vizibilă a icebergului dezvoltării sociale.

6. Natura semiotică a relației dintre indicator și obiectul său nu poate fi eludată. Un indicator poate avea o legătură motivată sau o legătură nemotivată (simbolică) cu obiectul său. Legăturile nemotivate sînt în general de natură convențională (de exemplu, indicatori exprimați în bani). Legăturile motivate sînt de două feluri : analogice, în cazul indicatorilor iconici (diagrame, desene, imagini ale unor aspecte ale realității avînd o relație de analogie cu obiectul lor) și de contiguitate, în cazul indicatorilor indiciali, avînd o relație de contiguitate cu obiectul lor (de pildă, zîmbetul poate fi considerat un indicator indicial al unei bune calități a vieții).

Indicatorii iconici pot fi științifici (modele ale unor procese) sau poetici (metafore). Indicatorii indiciali pot fi parte a procesului pe care îl exprimă, o aproximare, o consecință sau o cauză a acestuia. Indicatorii cantitativi sau statistici (de exemplu, produsul național

brut) sînt mai degrabă indiciali, deoarece sînt deduși din realitatea pe care o exprimă.

Mulți dintre indicatori au atît aspecte nemotivate (simbolice) cît și aspecte motivate (indiciale sau iconice), dar unele dintre acestea sînt predominante.

7. Gradul de mediere. Indicatorii pot fi legați direct de unele procese reale sau pot fi indicatori ai altor indicatori. Indicatorii cu un grad mai ridicat de complexitate au nevoie de indicatori cu un grad mai scăzut de complexitate. Avem deci de a face cu lanțuri de indicatori. O cale sistematică de a genera indicatori cu un grad mai mare de complexitate este aplicarea unor operații de un anumit tip unui set inițial de indicatori. De exemplu, există un mare număr de indicatori de ordinul al doilea. Un alt aspect important este modul de obținere a indicatorilor globali din cei locali.

8. Tipuri de cuprindere. Indicatorii pot fi mai mult sau mai puțin teoretici (de exemplu, indicatorii statistici sofisticați), mai mult sau mai puțin empirici (de exemplu, imaginea unei străzi, a unei piețe), mai mult sau mai puțin analitici, mai mult sau mai puțin holistici. Există un curent puternic în favoarea unor indicatori teoretico-analitici inteligibili și pentru oamenii simpli. Fără astfel de indicatori, se deschid largi posibilități de manipulare a semnificației indicatorilor.

9. Destinația în raport cu distincția dintre emisfera dreaptă și emisfera stîngă a creierului. Din păcate, și aici există un dezechilibru: majoritatea indicatorilor se adresează posibilităților noastre lingvistice și logice, sînt liniari, atomistici, cantitativi, analitici, adresîndu-se deci emisferei stîngi a creierului, în care sînt localizate operațiile secvențiale. În schimb, nu dispunem de prea mulți indicatori a căror înțelegere să fie localizată în emisfera dreaptă, a proceselor de intuiție. Întrucît indicatorii calitativi sînt legați mai mult de activitatea

intuitivă decît de cea rațională, se poate ușor înțelege de ce indicatorii intuitivi se află abia la început. Un echilibru între activitatea emisferei drepte a creierului și activitatea emisferei stîngi este un simptom de sănătate a persoanei respective. O sarcină importantă a cercetării în domeniul indicatorilor este tocmai păstrarea acestui echilibru și instaurarea pe baza lui a unei atitudini generoase relativ la dilema intuitiv/rațional.

10. Metodele de elaborare a indicatorilor. Sînt elaborați de oameni simpli ? de factori de decizie ? de specialiști ? (din ce domeniu ?). Prin colaborarea unora dintre aceste categorii ? Cum se poate realiza aceasta ? Deoarece doar oamenii sînt în măsură să aprecieze gradul de satisfacere a nevoilor lor, reacția maselor este importantă pentru posibilitatea ameliorării ulterioare a indicatorilor. De aceea, odată cu problema adecvării indicatorilor trebuie să punem și problema capacității lor de a fi înțeleși și acceptați. Aceasta din urmă este una dintre problemele-cheie legate de indicatorii sociali și individuali.

11. Cum să prelucrăm indicatorii ? Ce se întîmplă cînd diferiți indicatori furnizează informații opuse despre același proces ? Cum putem articula diverși indicatori referitori la același proces ? Cum putem elabora un calcul al indicatorilor ? Cum putem agrega indicatorii individuali luînd în considerare și posibilele incompatibilități ale diferitelor cerințe ? De exemplu, cum putem atenua imposibilitatea (pusă în evidență de G. Păun, *Restricții în problema indicatorilor sociali*, în *Metode matematice în problematica dezvoltării*, coordonator S. Marcus, Editura Academiei R.S.R., 1982, p. 133—162) de a agrega indicatorii individuali astfel încît procesul de agregare să fie simultan monoton, non-compensatoriu și anticatastrofic ? Fenomenul amintește de faimoasa teoremă a lui K. J. Arrow (*Social choice and individual values*, ed. a II-a, Yale Univ. Press,

New Haven, 1963), după care nu ar fi posibilă o agregare rezonabilă a unor preferințe individuale într-o preferință colectivă. Cum în majoritatea cazurilor indicatorii nu intervin individual, există o cale de a investiga sistemele de indicatori ? Care sînt perspectivele și primejdiile unei prelucrări automate a indicatorilor sociali ? Pentru a răspunde acestor dificile întrebări, trebuie să luăm în considerare unele rezultate recente privind natura antinomică și paradoxală a unor aspecte ale agregării opiniilor, indicatorilor etc. Unele restricții obiective care acționează în acest domeniu arată în ce măsură știința poate contrazice intuiția și simțul comun. Colaborarea dintre factorii de decizie și oamenii de știință este — cel puțin în acest sens — indispensabilă.

12. Indicatori în căutarea proceselor despre care dau seama. Trebuie să pornim de la ceea ce este evident, vizibil, pentru a face inteligibil ceea ce nu este vizibil. Uneori indicatorii sînt percepuți chiar înainte ca procesele cărora le sînt asociați să fie înțelese. Acesta este itinerarul obișnuit atunci cînd se explică indicatorii copiilor.

13. Procese în căutarea îndicatorilor. Pentru unele procese calitative este nevoie de indicatori foarte sofisticați. Poate apărea însă o contradicție între complexitatea acestor indicatori și înțelegerea lor de către oamenii simpli. Procesele viitoare necesită indicatori deja existenți.

14. În ce măsură pot fi indicatorii derutanți ? Indicatorii sînt implicați în procese de comunicare și prin urmare sînt supuși tuturor pericolelor acestor procese. Este nevoie de informații cu privire la context pentru a înlătura posibila ambiguitate a majorității indicatorilor. În special indicatorii statistici pot fi manipulați ușor, deoarece oamenii simpli și chiar cei mai puțin simpli nu cunosc exact condițiile de validitate a unei statistici științifice (amintim

o binecunoscută glumă a lui Von Mises : există trei feluri de minciuni : cele vinovate, cele motivate și... statisticile !). Exemple semnificative în legătură cu unii indicatori foarte importanți dar derutanți se află în lucrarea lui Valaskakis și Martin *(op. cit.)*.

15. Indicatorii nu pot fi înțeleși decît într-o viziune în același timp sistemică și semiotică, în care circularitățile devin un fenomen normal.

PROVOCAREA PROGRAMELOR ŞI MANUALELOR ŞCOLARE

Cum a fost contestat Euclid

Anii şaizeci au marcat, în multe ţări ale lumii, un punct de cotitură în predarea matematicii, în învăţămîntul ştiinţelor în general. Vechi tradiţii erau puse sub semnul întrebării. Deosebit de pregnant s-a manifestat acest fenomen în Franţa. Momentul merită să fie evocat, deoarece matematica românească şi învăţămîntul nostru matematic s-au aflat într-o strînsă legătură cu matematica franceză. Începînd din secolul trecut, cu Spiru Haret, mulţi dintre matematicienii noştri de seamă au susţinut teze de doctorat la Paris şi au adus la noi ideile, preocupările, mentalitatea matematicienilor francezi.

În perioada menţionată, matematica franceză era dominată de grupul de matematicieni cunoscuţi sub pseudonimul colectiv de Nicolas Bourbaki. Încă din anii treizeci, acest grup (care se primeneşte mereu, pentru a nu cuprinde decît matematicieni sub vîrsta de 50 de ani) s-a angajat într-un proiect de amploare privind aşezarea matematicii moderne pe baze structurale. Proiectul s-a concretizat de-a lungul anilor într-un număr mare de volume, a căror influenţă asupra dezvoltării matematicii a fost deosebit de importantă. În mod special, învăţămîntul matematic universitar din ţara noastră s-a resimţit puternic de această influ-

ență, încă din deceniul al cincilea. De fapt, procesul de structuralizare se dezvoltă în matematică încă din primele decenii ale secolului nostru, simptomatică fiind în această privință constituirea ca discipline autonome a Topologiei, Analizei funcționale și Algebrei moderne de tipul celei prezentate într-o carte celebră a lui Van der Waerden. Dar prin Bourbaki matematica structurală capătă pentru prima oară o expunere sistematică și unitară, care marchează, în matematică, un nou standard de rigoare.

Era inevitabil ca această orientare să influențeze decisiv discuțiile angajate în anii șaizeci privind învățămîntul matematic. O comisie ministerială, prezidată de André Lichnerowicz, membru al Academiei de Științe din Paris și profesor la Collège de France, a lucrat timp de trei ani la elaborarea unor noi programe pentru învățămîntul matematic francez, programe a căror aplicare a început în 1969. Un element șocant în noile programe îl constituia introducerea unor elemente de teoria mulțimilor și a limbajului corespunzător. Unele elemente de logică matematică își găseau astfel și ele loc. Sînt puse în evidență noi perspective de aplicare a matematicii, prin introducerea în programe a elementelor de calcul matricial, atît de important pentru înțelegerea fizicii moderne, și prin studiul numerelor în alte baze decît zece, strîns legat de funcționarea calculatoarelor electronice. Un alt element șocant îl constituia, în noile programe, restrîngerea chestiunilor de geometrie elementară. Numeroși fizicieni erau de părere că vechile programe consacrau un loc prea mare unor chestiuni de geometrie lipsite de aplicații semnificative.

Dar o atitudine negativă și mai fermă față de elementele de geometrie euclidiană prezente în mod tradițional în programele de matematică a fost manifestată de către reprezentanții grupului Bourbaki. Profesorul Jean

Dieudonné, membru al Academiei de Ştiinţe din Paris, nu s-a sfiit să proclame cu vehemenţă caducitatea geometriei euclidiene, incompatibilă cu spiritul integrativ şi structural al matematicii moderne. Dieudonné argumenta că teoremele fundamentale ale geometriei euclidiene (în orice număr de dimensiuni) sînt simple consecinţe ale conceptului de spaţiu vectorial în care se consideră o formă pătratică definită pozitiv ; prin urmare aceste din urmă elemente trebuie introduse în programa şcolară, evitîndu-se astfel complicaţiile cu triunghiuri şi cercuri. În schimb, se acordă atenţie transformărilor geometrice, începînd cu translaţiile şi simetriile, transformări marginalizate în programele anterioare.

În ansamblu, noile programe propuse de comisia Lichnerowicz şi puternic marcate de gîndirea lui Bourbaki pun accentul pe structurile care se află la baza matematicii, în special structurile algebrice (grup, inel, corp etc.) şi structurile de ordine. Prin aceasta, matematica încetează de a fi o aglomerare de noţiuni şi rezultate eterogene, devenind în schimb un ansamblu organizat, în care componentele se articulează pe baza unei concepţii globale. O simplitate profundă este astfel revelată, întregul edificiu capătă o structură uşor inteligibilă.

Avantajele matematicii structurale greu pot fi contestate, iar fascinaţia pe care tratatul lui Bourbaki a stîrnit-o în special în rîndul tinerilor matematicieni de la noi şi de aiurea este pe deplin explicabilă.

Desigur, se poate pune problema dacă această viziune structurală asupra matematicii este adecvată din punct de vedere pedagogic. Comisia Lichnerowicz nu a neglijat acest aspect, dimpotrivă, i-a acordat întreaga atenţie, colaborînd cu doi dintre cei mai mari specialişti în ceea ce priveşte psihologia învăţării matematicii, Jean Piaget şi Z. P. Dienes. Piaget a studiat modul în care copilul şi tînărul asimilează structurile algebrice, topologice şi de

ordine, elaborînd o întreagă periodizare în acest sens. Z. P. Dienes a elaborat tipuri de jocuri privind învățarea matematicii la diferite vîrste. Jocul, desenul și manipularea își capătă fiecare locul adecvat, în conformitate cu un vechi proverb chinez, care spune că ceea ce numai se aude, se uită ușor ; ceea ce se vede rămîne în amintire ; înțelegi cu adevărat numai ceea ce faci tu însuți.

Programele elaborate de comisia Lichnerowicz păstrează o bună parte din programele anterioare, dar caută să realizeze o unificare între elementele tradiționale și cele moderne, mai cu seamă cu ajutorul limbajului. Prin acest fapt, matematica școlară atinge un nou nivel de rigoare.

Cei care cunosc istoria programelor școlare de matematică din ultimele decenii, în țara noastră, știu că și învățămîntul nostru a parcurs o evoluție importantă în sensul modernizării. De altfel, aceasta a fost evoluția predării matematicii în multe țări ale lumii.

Spre o știință accesibilă celor mulți

În campania de convingere a opiniei publice franceze de oportunitatea noilor programe de matematică puse în aplicare începînd cu anul 1969, autorii acestor programe se prevalau în primul rînd de situația nesatisfăcătoare în care ajunsese învățămîntul matematic. Rezultatele acestui învățămînt erau din ce în ce mai slabe, lecțiile de matematică erau urmărite și asimilate de tot mai puțini elevi și, ceea ce era mai grav, mulți profesori de matematică se complăceau în această situație. Astfel s-a creat mentalitatea, atît de răspîndită, conform căreia matematica este o disciplină aristocratică, destinată unui număr restrîns de elevi dotați. Ceilalți elevi urmau să se resemneze cu învățarea pe dinafară a unor procedee de rutină,

care însă nu aveau nimic comun cu adevărata gîndire matematică.

Cum s-a putut ajunge la această situație? Prin prezentarea tot mai artificială a matematicii ca o aglomerare de trucuri, de probleme „scoase din buzunar", prin absența motivațiilor în ceea ce privește semnificația conceptelor și teoremelor prezentate. Toate acestea erau de natură să intimideze pe elevul de rînd, care se vedea tot mai mult obligat la un efort neînsoțit de nici o satisfacție. Prin reforma promovată de noile programe se spera să se pună capăt acestei situații. Se sconta că logica de ansamblu care apare într-o abordare structurală, posibilitatea de a raporta toate detaliile la cîteva relații fundamentale și, deci, de a ierarhiza faptele după importanța lor vor oferi elevilor motivațiile necesare pentru a le face matematica nu numai inteligibilă, ci și atractivă, prin legătura permanentă cu aspectele operaționale și utilitare. „Vrem să înarmăm pe copii pentru lumea anilor 1990", declara în 1971 André Lichnerowicz, președintele comisiei de reformă a învățămîntului matematic francez. „Pentru aceasta — continua el — nu ne putem mulțumi să le dăm viitorilor fizicieni și chimiști rețete de bucătărie; trebuie să le dăm tuturor elevilor o metodologie de gîndire care să le permită să nu se afle niciodată sub dictatura unui pumn de oameni a-toate-știutori". Accentuînd ideea exigenței crescute pe care trebuie s-o avem față de educația matematică a noilor generații, Jean Leray, membru al Academiei de Științe din Paris și profesor la Collège de France, atrăgea atenția că azi nu mai e suficient ca un copil să învețe să numere și să efectueze operații cu numere; la zece ani, el trebuie să și înțeleagă ceea ce face. Practica mulțimilor în învățămîntul elementar poate să ajute în acest sens, crede Jean Leray.

O formulare răspicată a dilemei în fața căreia se afla învățămîntul matematic venea din

partea lui Georges Th. Guilbaud, director de studii la „École Pratique des Hautes Études", care într-o emisiune la televiziunea franceză, la 10 ianuarie 1972, considera că fondul problemei este de a alege între un învățămînt științific apt să dea tuturor elevilor o cultură științifică adaptată timpului nostru și un învățămînt elitar, care-i are în vedere numai pe cei ce vor continua studiile la universitate sau alte institute echivalente. Opțiunea era categoric pentru prima variantă.

Atitudini similare erau exprimate și de reprezentanții științelor fizice. André Lagarrigue, director al Laboratorului de acceleratori lineari de la Universitatea Paris-Sud (Orsay) și președinte al Comisiei ministeriale de reformă a învățămîntului științelor fizice și al tehnologiei, declara : „Trebuie să concepem un învățămînt științific pentru masa elevilor, nu pentru o elită restrînsă". De acord în linii mari cu reforma programelor de matematică, comisia condusă de A. Lagarrigue preconiza un învățămînt al fizicii bazat în mare parte pe observație și măsură, pe activitate practică, pe latura experimentală a fizicii, pe lucrări practice simple de mecanică, electronică și electricitate, pe folosirea curbelor și a reprezentărilor grafice, pe studiul pluridisciplinar al unor mari ansambluri tehnologice (de exemplu automobilul, aviația, televiziunea, petrolul, telecomunicațiile).

Este lesne de înțeles că într-o problemă atît de complexă erau inevitabile unele dezacorduri atît între matematicieni cît și între ei, pe de o parte, și fizicieni, chimiști, naturaliști, pe de altă parte. Există totuși un numitor comun care merită să fie subliniat, anume necesitatea unui echilibru între disciplinele abstracte, pe de o parte, și științele de observație și de experiment, pe de altă parte.

Rămînea de văzut cum se va implementa noua reformă. Un prim semnal de alarmă, venit atît din partea matematicienilor cît și din par-

tea fizicienilor, se referă la faptul că noile programe păreau prea încărcate ; ceea ce ele adăugau nu era suficient compensat de ceea ce se scotea. A doua problemă se referea la necesitatea reciclării profesorilor de matematică, în sensul noilor programe, ținîndu-se seamă de faptul că masa acestor profesori, mai cu seamă la clasele mici, este foarte eterogenă ca grad de pregătire. Departe de a fi o improvizație, noua reformă, experimentată timp de vreo zece ani în unele clase speciale, nu avea cum să realizeze peste noapte reciclarea masei de profesori. Operația era cu atît mai delicată cu cît nu era vorba numai — și nici măcar în primul rînd — de predarea unor cunoștințe noi, ci și de o nouă mentalitate în înțelegerea matematicii ca disciplină formativă.

Dar poate că dificultatea cea mai mare, în implementarea noilor programe, consta în realizarea unor manuale corespunzătoare. Aici s-au concentrat de altfel cele mai multe critici, unele venite chiar din partea partizanilor noii reforme. Însuși Lichnerowicz a reacționat negativ față de modul în care gîndirea axiomatică era reflectată în noile manuale : „Axiomele sînt deseori parașutate, în timp ce noi preconizăm, dimpotrivă, o abordare concretă, care să conducă natural la aceste axiome". Jean Leray observă că este o mare greșeală elaborarea în grabă a manualelor școlare. Orice improvizație în această privință este plătită scump, deoarece mulți profesori, insuficient acomodați cu noua materie și cu noul spirit, manifestă o încredere oarbă în manualele după care predau. Alte critici se refereau la unele exagerări de limbaj. Este potrivit să ceri unui copil de 7 ani să învețe cuvinte ca *echipotente* sau *disjuncte ?* Este necesară această terminologie pentru înțelegerea noțiunilor respective ?

Probleme ca cele de mai sus au fost mult discutate și la noi și sînt în continuare discutate

și acum. Experiențele altora sînt, de aceea, foarte instructive. Le vom urmări în continuare.

Cearta „matematicilor moderne"

Ceea ce părea inițial să fie o simplă critică a unor stîngăcii și greșeli tehnice ale manualelor a luat rapid forma unei reacții de mari proporții la reforma învățămîntului matematic. La această reacție au participat atît mari matematicieni, ca Jean Leray și René Thom, cît și mari fizicieni, laureați ai premiului Nobel, ca Alfred Kastler și Louis Néel, ingineri (ca Marc Pélegrin, director al Școlii Normale Superioare de Aeronautică și Spațiu) și părinți ai elevilor. Aceștia din urmă se trezeau dezarmați în fața unor manuale pe care nu le mai înțelegeau, fiind astfel în imposibilitate de a-și mai ajuta odraslele. Fizicienii se arătau îngrijorați de natura preponderent abstractă pe care o imprimau noile programe. „Invenția, reușita, descoperirea nu sînt decît punctul final al unui drum complicat, care pleacă de la observarea faptelor, un drum în care logica își are și ea locul ei, dar tot atît loc au și intuiția, tatonările, aproximațiile succesive. Nu e oare primejdios să plecăm sistematic de la abstract?" se întreba André Lagarrigue.

Marc Pélegrin (*Ne pas abandonner la règle de trois*, „Le Monde", 20 ianuarie 1972, p. 7) exprima punctul de vedere al inginerilor. El arăta că inginerul este hărțuit de un mare număr de probleme, luate individual nu prea complicate, dar în ansamblul lor reclamînd utilizarea unui arsenal matematic bine adaptat și într-o viziune sistemică. Avionul este un exemplu în acest sens. Calculele de rezistența materialelor implică manipularea unor matrice pătrate de dimensiuni uriașe; este vorba aici nu de calcule ocazionale, ci de calcule efectuate zilnic pentru realizarea plat-

formelor de foraj sau a aripilor de avion. Fără calcul matricial, nici avionul Concorde nici podul de la Tancarville nu ar fi fost posibile. Matematicile sînt deci indispensabile inginerului, o reformă în acest sens a predării matematicii fiind vitală, deoarece matematicile predate pînă în 1950 erau cu totul insuficiente. Pélegrin se arăta totuşi neliniştit de o anumită evoluţie posibilă, întrebîndu-se ce se va întîmpla cînd, progresiv, problemele cu robinete şi cu trenuri şi rezolvarea ecuaţiei de gradul al doilea vor face loc studiului sistemelor de numeraţie în baza 5 sau 12. Pentru acei elevi care nu vor face studii superioare este oare cunoaşterea altor sisteme de numeraţie preferabilă posibilităţii de a rezolva o problemă cu trenuri care pleacă în sensuri opuse ? Pélegrin se arată însă satisfăcut de introducerea în noile programe a noţiunilor relative la calculul matricial, a chestiunilor de logică (anterior predate numai studenţilor în filosofie) şi a tuturor chestiunilor relative la structuri, chestiuni fără de care nu pot fi înţelese sistemele complexe cu care este confruntat un inginer. Pélegrin mai subliniază importanţa pe care o prezintă, în formaţia unui inginer, noţiunile de calculul probabilităţilor (lumea industrială este de natură probabilistă), de analiză numerică (pentru a şti să transferi calculele unui calculator) şi de logică formală (importantă în automatică). Dar toate aceste lucrări noi nu au dreptul să elimine „chestiuni care rămîn de o manieră intrinsecă ale inginerului : calculul diferenţial şi integral, seriile convergente sau... regula de trei".

O critică directă şi detaliată a noilor manuale a venit din partea lui Jeean Leray (*Les mathématiques „modernes"*, „Gazette des Mathématiciens", no. 64, octombrie 1971, p. 5—11), care mărturiseşte că articolul său, iniţial o improvizaţie orală la o discuţie care a avut loc la Institutul Henri Poincaré la 25 februarie 1971, s-a născut dintr-o întîmplare. Un elev a

venit la el pentru a-i cere explicații în legătură cu următorul text aflat în manualul școlar : „O mulțime finită (nevidă) E este prin definiție imaginea bijectivă a unui segment $[1, a]$ al mulțimii N a întregilor naturali. Două mulțimi finite au, prin definiție, același cardinal dacă și numai dacă ele pot fi puse în bijecție. Se demonstrează tranzitivitatea relației card (E) = card (F). Definiție : Numărul a este cardinalul segmentului $[1, a]$ al lui N". Leray observă că ultimul enunț trebuie să aibă forma : „aplicația care asociază lui a pe card $[1, a]$ este bijectivă" ; nu este vorba de o definiție, ci de o consecință a axiomei (absentă din manual) : o mulțime finită nu poate fi pusă în bijecție cu nici o parte strictă a ei. Dar această omisiune făcea parte dintr-una mai generală : întregul text dedicat în manual mulțimilor finite nu se sprijină pe nici o proprietate caracteristică a întregilor sau a mulțimilor finite, putîndu-se deci aplica și segmentelor din R și mulțimilor infinite. Se „demonstrează" astfel că nu se pot pune în bijecție două segmente de dreaptă decît dacă au aceeași lungime, ceea ce ar însemna, observă mucalit Leray, că orice hartă a Franței este obligată de a avea dimensiunile Franței. „Acestea sînt matematicile moderne", exclamă sarcastic Leray.

Așa cum am arătat anterior, Leray nu s-a opus noilor programe ; recunoaște și în articolul pe care-l discutăm acum că Lichnerowicz are idei sănătoase și clare, că vrea să se postuleze ceea ce elevului îi apare evident iar fizicienii, chimiștii și biologii să folosească în mod oportun și corect termenii matematici. Dar cei care trebuiau să pună în practică aceste idei s-au descurcat mai greu. Astfel, observă Leray, este cu totul nefericit ca primul exemplu de mulțime să fie o mulțime de... mulțimi (se cunosc dificultățile logice asociate cu acest concept), iar al doilea exemplu să fie „mulțimea proprietăților unui obiect". Care este mul-

ţimea proprietăţilor unui punct? se întreabă batjocoritor Leray. Postulatul lui Euclid nu este „un enunţ pe care nu ştim să-l demonstrăm", cum se spune în manualul incriminat, ci definiţia însăşi a geometriei euclidiene, observă Leray.

Concluzia lui Leray: în concepţia noilor manuale, matematicile moderne sînt o acumulare de definiţii ale unor noţiuni ale căror proprietăţi caracteristice (adică axiome) nu sînt enunţate şi despre care nu se stabileşte nici o proprietate importantă; astfel de noţiuni nu prezintă interes şi nu se poate raţiona logic cu ele. A le învăţa este un exerciţiu de memorie nociv inteligenţei. Nu aceasta au vrut autorii programelor, ei au cerut profesorilor de matematică să utilizeze cu bun simţ, atunci cînd împrejurarea o cere, termenii corecţi ai limbajului ştiinţific contemporan, chiar înainte ca sensul lor ştiinţific să poată fi riguros definit elevilor, printr-un sistem de axiome.

Este necesar să modernizăm învăţămîntul matematic, dar predarea „matematicilor moderne" este o iluzie, crede Leray, care constată că învăţămîntul superior va trebui în continuare să recomande multor studenţi: „Uitaţi ceea ce aţi învăţat la liceu".

Matematicienii provoacă pe fizicieni

Alfred Kastler, laureat al Premiului Nobel pentru fizică, a fost unul dintre criticii cei mai acerbi ai reformei învăţămîntului matematic francez. Preşedintele comisiei de reformă, matematicianul André Lichnerowicz, i-a răspuns printr-o scrisoare publică inserată în ziarul „Le Figaro", nr. 8513, 27 ianuarie 1972, p. 26), pe care o vom relata şi comenta în cele ce urmează.

Lichnerowicz îşi manifestă de la început aderiunea la ideea lui Kastler de a dezvolta la elevi observaţia concretului şi un anumit tip

de imaginaţie, dar îi atrage atenţia lui Kastler că, în timp ce matematicienii lucrează de mai mulţi ani la o reformă a învăţământului matematic, nici o concepţie globală şi nici măcar sugestii nu au venit din partea fizicienilor, în vederea unei reforme corespunzătoare a învăţământului fizicii. O comisie în acest sens, pentru fizică, a luat naştere cu mare întîrziere, crearea ei fiind susţinută şi aprobată cu sprijinul puternic al matematicienilor. Fizicienii care făceau parte din această comisie au constatat, în 1971, că, în conţinutul său, învăţământul fizicii rămăsese substanţial acelaşi de 70 de ani, în contrast cu înnoirea pe care a cunoscut-o, în această perioadă, învăţământul chimiei şi al biologiei. În continuare, Lichnerowicz reproşează fizicienilor universitari francezi că, spre deosebire de colegii lor din alte ţări, s-au dezinteresat de problemele puse de învăţământul fizicii în licee. Gravitatea acestei situaţii este accentuată de faptul că învăţământul secundar a devenit, cel puţin în primul său ciclu, un învăţământ pentru toţi, pretinde Lichnerowicz, un învăţământ care se adresează unor copii care trăiesc într-o lume profund diferită de aceea din urmă cu 50 de ani. Electricitatea, de exemplu, face parte din viaţa cotidiană. Adolescentul de 16 ani pe care vrei să-l iniţiezi în „misterele" curentului continuu şi ale celui alternativ poate avea impresia că-ţi rîzi de el ; ar fi trebuit să-l iniţiezi mult mai devreme.

Lichnerowicz îl invocă în continuare pe fizicianul Pauli (laureat al premiului Nobel) care, referindu-se la învăţământ, observa că o idee ştiinţifică realmente nouă implică o reformă, care se constituie într-un nou pariu, un pariu reînnoit şi într-un viitor care urmează să fie construit. Ştiinţa, observă Lichnerowicz, nu este o acumulare de straturi geologice disparate, provenind din epoci diferite ; în procesul de iniţiere ştiinţifică, abordarea istorică (foarte des fals-istorică) este contraindicată, de-

oarece inițierea în știință este altceva decît istoria științelor. Învățămîntul fizicii îi apare lui Lichnerowicz (ca și lui Kastler de altfel) învechit, deseori „livresc" și insuficient de atent cu latura experimentală, cum de altfel și Kastler o recunoaște.

Față de o atare situație dezechilibrată a învățămîntului științelor, Lichnerowicz accentuează responsabilitatea morală a savanților de a oferi tinerilor cheile lumii de azi și de mîine.

Referindu-se la reforma învățămîntului matematic francez, Lichnerowicz observă că în elaborarea noilor programe un rol determinant l-au avut profesorii de liceu. Aceste programe nu exagerează aspectele abstracte, cum au afirmat unii fizicieni și ingineri, ci pun accentul pe calculul numeric și algebric, neglijat anterior. Multe critici la adresa noilor programe se datorează necunoașterii naturii matematicii și a rolului modelelor matematice în reprezentarea realului, crede Lichnerowicz, care îl invită pe Kastler să consulte, în acest sens, faimoasa carte a lui Albert Einstein *Geometria și experiența.* Ca orice știință, matematica include două discursuri : un discurs de creație, puțin vag, cuprinzînd motivații și observații, dominat de intuiție și de imaginație și un discurs de comunicare, care-ți permite să te faci înțeles de un altul în mod adecvat, fără denaturări sau ambiguități.

Această din urmă idee, pe care din păcate Lichnerowicz n-o dezvoltă mai mult, ni se pare de o considerabilă importanță. Multe nemulțumiri la adresa noilor manuale au fost generate tocmai de un insuficient echilibru între cele două discursuri, discursul de comunicare tinzînd să acapareze considerațiile, în dauna discursului de creație. Desigur, Lichnerowicz are dreptate în a afirma că inițierea în știință, trebuind să procedeze de la simplu la complex, se abate de multe ori de la ordinea istorică a lucrurilor ; dar de aici pînă la eludarea ordinii istorice, cum se întîmplă de

multe ori, este o distanță mare. Nu este greu de văzut că între marginalizarea discursului de creație și eludarea aspectului istoric este o legătură strînsă. Lichnerowicz este conștient de aceste lucruri ; el observă că matematica nu-i o simplă colecție de axiome, ci gîndirea imaginativă și creatoare de metode și tehnici care se exprimă prin simboluri și formule. Tocmai această gîndire trebuie să încercăm s-o inoculăm copiilor, învățîndu-i desigur să manipuleze și tehnicile asociate. Experiența arată — observă Lichnerowicz — că în măsura în care punem accentul pe tipul de gîndire subiacent matematicii, tinerii arată și ei mai mult interes pentru matematică. Matematicile sînt considerate abstracte pentru că sînt policoncrete, aplicîndu-se fără specificitate unor activități dintre cele mai variate, care cuprind o bună parte din civilizația noastră tehnică. În încheiere, Lichnerowicz îl întreabă pe Kastler : poți fi de acord cu acel învățămînt matematic tradițional (pe care și tu l-ai primit) care lasă impresia că matematicienii sînt doar oameni care judecă și nu creatori, în ciuda faptului că ei au contribuit atît la inteligența umană, în particular, la înțelegerea lumii fizice ?

În replică, M. Marck, președintele Uniunii Fizicienilor Francezi, consideră că problema reformei se pune altfel pentru fizică decît pentru matematică. Matematica și-a restructurat înseși bazele ei, ceea ce reclama, firește, o reconsiderare completă a programelor. După demolarea clădirii vechi, s-a construit alta nouă ; lucru posibil deoarece modificările erau pur conceptuale. Cu fizica și chimia, lucrurile s-au petrecut altfel. În elaborarea programelor corespunzătoare, trebuie să se țină seamă de realitatea fenomenelor naturale. Nu ne putem deci lipsi de fizica clasică, fie ea și din secolul al XIX-lea, deoarece ea realizase deja o cunoaștere foarte elaborată a unei mari părți a fenomenelor fizice.

În încheiere, să-i dăm cuvîntul, pentru arbitraj, ilustrului savant Paul Germain, fost președinte al Oficiului național francez pentru cercetări aerospațiale. Acesta consideră că trebuie creat de la începutul studiilor secundare (gimnaziul) un învățămînt general al științelor (matematică, fizică, chimie) și adaugă : „Un atare învățămînt nu poate fi realizat decît dacă fizicienii se arată deschiși și gata de a-și revizui eventual unele metode de gîndire... Matematicienii noștri s-au arătat poate prea novatori în concepțiile lor despre învățămînt, nu le rămîne fizicienilor decît a nu se arăta prea conservatori !".

Utilitatea gratuitului

Una dintre cele mai substanțiale contribuții la dezbaterile privind modernizarea predării matematicii în școală aparține lui René Thom, mare matematician francez, laureat al medaliei Fields (un fel de premiu Nobel pentru matematică), autor al teoriei matematice a catastrofelor, cu aplicații în biologie, lingvistică, economie și numeroase alte domenii. Avem în vedere, în cele ce urmează, articolul publicat de René Thom în „L'Âge de la Science", vol. 3, 1970, no. 3, p. 225—242 sub titlul foarte semnificativ : *Les mathématiques „modernes" : une erreur pédagogique et philosophique ?* A se vedea însă și alte intervenții ale aceluiași autor (cum ar fi : *Modern mathematics : Does it exist ?* în „Developments in Mathematical Education", editor A. G. Howson, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1973).

René Thom compară mai întîi noile programe cu cele vechi și constată că s-a creat un dezechilibru în sensul că algebra a căpătat o mare extindere, în dauna geometriei euclidiene tradiționale. Două au fost în primul rînd argumentele care au dus la eliminarea geometriei tradiționale din programele franceze de ma-

tematică. Primul argument este teoretic : așa cum rezultă din cercetările inițiate de Hilbert, în legătură cu bazele geometriei, pretinsa rigoare a *Elementelor* lui Euclid este compromisă prin apelul frecvent la intuiție. Al doilea argument este de natură practică : o mare parte din considerațiile de geometrie plană, relative la triunghiuri și la cercuri, este lipsită de utilitate. Cine are nevoie de dreapta lui Simpson sau de cercul celor nouă puncte al lui Euler ?

Să urmărim pledoaria lui Thom pentru geometrie. În ceea ce privește lipsa de utilitate în viața de fiecare zi, Thom este de părere că nici algebra nu se află într-o poziție mai favorabilă. Cine — se întreabă Thom — a avut nevoie, în viața curentă, să rezolve o ecuație de gradul al doilea sau să folosească explicit noțiunea de modul peste un inel ? Desigur, s-ar putea replica aici că utilitatea trebuie apreciată în sensul perspectivei științifice oferite. Întrebarea legitimă ar fi nu de cîte ori în viața practică am avut nevoie de dreapta lui Simpson sau de ecuația de gradul al doilea, ci în ce măsură aceste chestiuni intervin în viața internă a științei, a matematicii în primul rînd. Va trebui atunci să recunoaștem că matematicienii care au avut nevoie, în profesia lor, de dreapta lui Simpson sînt incomparabil mai puțini (dacă nu cumva inexistenți) decît cei care s-au întîlnit cu ecuațiile algebrice și cu noțiunea de modul peste un inel. Lipsa de perspectivă a multor chestiuni de geometrie plană nu poate fi contestată ; dar nu toate noțiunile și rezultatele geometriei plane se află în această situație. Nimeni nu poate contesta importanța teoremei lui Pitagora, a formulelor care dau ariile și perimetrele diferitelor figuri sau a diferitelor tipuri de transformări geometrice. Noile programe n-au preconizat eliminarea întregii geometrii ; numai că partea care n-a fost eliminată a devenit, în bună măsură, un capitol de algebră lineară.

Dar nu pe temeiul utilității ia René Thom apărarea geometriei euclidiene. Mai general, el consideră că nu utilitatea este criteriul principal pe baza căruia trebuie selectate chestiunile care urmează să fie predate elevilor. Elementul decisiv în învățămîntul școlar este formarea gîndirii, a aptitudinilor intelectuale și morale. Aici, René Thom lansează o idee profundă și subtilă, în jurul căreia va merita să întîrziem. El consideră că este imposibil să formezi gîndirea și să dezvolți inițiativa elevului în cadrul unei discipline care nu include și unele aspecte gratuite. Pentru a-i dezvolta personalitatea și pentru a-l putea evalua corect, trebuie să-l plasezi într-un rol activ, în care să poată arăta care este spiritul lui de inițiativă, cît de întreprinzător este. Toate acestea nu sînt posibile în cadrul unor elemente strict utilitare, deoarece utilitarul se asociază cu formula, cu rețeta, cu rutina, iar școlarul excelează aici prin memorarea exactă și rapidă a unui anume material. Valoare educațională au acele chestiuni în care rămîne loc și pentru joc, iar dintre toate jocurile geometria euclidiană i se pare lui Thom cel mai puțin gratuit și cel mai bogat în semnificații, deoarece manifestă un remarcabil echilibru între aspectul logic și cel intuitiv. Problemele de geometrie cer o combinație de timp, efort, concentrare și putere de asociere și nu pot fi înlocuite cu structuri algebrice ; pentru acestea din urmă nici nu există, la vîrsta școlară, o motivație adecvată, crede Thom. În continuare și în consecință, Thom consideră profund dăunătoare tendința actuală de a înlocui geometria cu algebra. La nivel de școală, probleme adevărate sînt numai cele de geometrie. Cele de algebră sînt simple exerciții reclamînd aplicarea oarbă a unor reguli și proceduri prestabilite. Cu rare excepții — continuă Thom — nu poți cere unui elev să demonstreze o teoremă de algebră ; dacă răspunsul nu este aproape evident, obținîndu-se prin directa substituire a

definițiilor, atunci sînt mari șanse ca problema să depășească, ca grad de dificultate, chiar posibilitățile elevului celui mai dotat. Singura matematică din care elevul învață într-adevăr ce este o teoremă și ce este o demonstrație rămîne geometria euclidiană tradițională, conchide Thom.

Desigur, știința utilă tinde spre procedee algoritmice, deoarece numai în acest fel se poate folosi comod în mod repetat. Tot spre procedee algoritmice tinde și procesul de predare a științei, pentru ca în acest fel să se poată obține ușor un randament oarecare chiar din partea elevului mijlociu sau slab și să se poată ușor cuantifica și ierarhiza, pentru a fi notate, răspunsurile elevilor la diferite texte și examinări. Este geometria euclidiană singura disciplină școlară care se poate sustrage de la această situație? Pe vremuri, matematica școlară punea mult accent pe aritmetică, ale cărei virtuți formative nu par inferioare geometriei. Există multe probleme privind numerele prime (începînd cu teorema lui Euclid, care afirmă infinitatea lor), foarte echilibrate ca grad de dificultate și care parcă oferă o perspectivă mai interesantă decît dreapta lui Simpson și cercul celor nouă puncte. Nici din algebra școlară nu lipsesc problemele nici triviale nici prea grele (de exemplu, punerea în ecuație a unei situații practice). Mai sînt apoi combinatorica, grafurile, probabilitățile și multe altele. René Thom are dreptate dacă ne raportăm la ceea ce se întîmplă de fapt, nu și în principiu. Posibilitățile formative ale matematicii școlare sînt departe de a fi folosite în mod corespunzător.

Geometrie, nu pleca!

René Thom explică succesul istoric al *Elementelor* lui Euclid prin faptul că geometria euclidiană este primul exemplu de transcriere

a unei proceduri spațiale bi- sau tri- dimensionale în limbajul scris unidimensional. Geometria euclidiană se aplică, prin aceasta, unei situații precise, prezentă în limbajul de fiecare zi. Funcția de bază a limbajului ordinar este, în ultimă instanță, de a descrie procesele spațio-temporale care ne înconjoară și a căror topologie este transparentă în sintaxa propozițiilor care le descriu (René Thom, *Topologie et linguistique,* în „Essays on Topology and Related Topics", André Haefliger and Raghavan Nerasimham eds.; *Mémoires dédiés à Georges de Rham,* Springer Verlag, New York, 1970, p. 226—248). În geometria euclidiană avem a face cu aceeași funcție a limbajului, dar de această dată grupul de echivalențe care operează asupra formelor este un grup Lie, grupul metric, în contrast cu grupurile care descriu invarianța topologică a reprezentării, permițînd recunoașterea unor obiecte ale lumii exterioare, așa cum sînt ele descrise de denumirile lor în limba naturală.

Pentru René Thom, geometria este un intermediar natural, probabil de neînlocuit, între limbajul ordinar și formalismul matematic, unde fiecare obiect este redus la un simbol iar grupul de echivalențe se reduce la identitatea simbolului scris cu el însuși. Din acest punct de vedere, stadiul marcat de gîndirea geometrică nu poate fi omis în nici o dezvoltare normală a activității umane raționale. În ultimii 60 de ani s-a pus un accent deosebit pe reconstrucția continuului geometric, pornindu-se de la numerele naturale și folosindu-se teoria tăieturilor lui Dedekind sau completarea corpului de numere raționale. Thom vede în continuul geometric o entitate primordială, atît din punct de vedere psihologic cît și din punct de vedere ontologic. Dacă reușim să conștientizăm anumite lucruri, atunci acestea sînt în primul rînd spațiul și timpul; dar percepția continuității geometrice este, într-un anume

sens, inerentă oricărui proces de conștientizare, crede Thom.

Treptat însă, continuul geometric, inițial omogen și amorf, se structurează, instrumentul cel mai important în acest sens constituindu-l grupul metric, care permite introducerea discontinuității și a operațiilor discrete. Procedura, ca atare, este însă foarte sofisticată. Abia în timpurile moderne a reușit matematica să se întoarcă la sursele ei continue, întemeind astfel topologia, prin care s-a eliberat de dominația grupului metric. Nefiind nici metrică nici cantitativă, topologia este fundamental calitativă și nu se poate sprijini decît pe simbolismul discret al unui limbaj semiformalizat. Invarianții topologici, cu rădăcini mai adînci, sînt mai greu accesibili, din punct de vedere conceptual, decît invarianții metrici. Ne dăm astfel seama că trecerea de la gîndirea de fiecare zi la gîndirea formalizată are ca intermediar natural gîndirea geometrică. Acesta a fost, de-a lungul istoriei, itinerarul gîndirii umane și, dacă acordăm credit legii lui Haeckel, după care ontogenia repetă filogenia, cu alte cuvinte dezvoltarea individului repetă evoluția speciei, trecînd, în esență, prin aceleași stadii, atunci trebuie să admitem că dezvoltarea gîndirii umane raționale parcurge itinerarul gîndire ordinară — gîndire geometrică — gîndire formalizată.

O abordare în sens invers, de la individ la specie, prin descifrarea filogeniei cu ajutorul ontogeniei, se află la S. T. Parker și K. R. Gibson (*A developmental model of the evolution of language and intelligence in early hominids*, „Behavioral and Brain Sciences", vol. 2, 1979, p. 367—381). Aceștia au studiat modalitatea prin care copiii dobîndesc diferite tipuri de îndemînări, culminînd cu gîndirea conceptuală ; pe această bază ei intenționau să stabilească, în virtutea legii lui Haeckel, procesul prin care hominoizii și omul primitiv au evoluat spre gîndirea conceptuală. Ar fi interesant de con-

fruntat ipoteza lui Thom (privind rolul gîndirii geometrice în această evoluție), cu rezultatele sau sugestiile cercetărilor întreprinse de Parker și Gibson. Să observăm totuși, împreună cu Mario Bunge (*Philosophical problems in linguistics*, Erkenntnis, vol. 21, 1984, p. 107—173, în special p. 144), că legea lui Haekel trebuie luată cu aproximație ; nou-născuții nu au un sistem nervos matur și nu trebuie să-și apere existența în luptă cu animalele sălbatice și cu alte adversități ale mediului, așa cum era cazul cu omul primitiv.

Geometria euclidiană a fost sacrificată nu numai în Franța, ci și în alte țări, de exemplu în Anglia, fapt care a provocat reacția unui alt mare geometru, Michael Atiyah (la Conferința Internațională de Educație Matematică din 1976). Mai recent, un matematician de la Polytechnic of the South Bank, din Londra, Ramesk Kapadia, a susținut o teză de doctorat privind importanța pedagogică a geometriei euclidiene și a publicat un articol în acest sens (*Bring back geometry*, „The Mathematical Intelligencer", vol. 7, 1985, no. 2, p. 53, 54, 65). Kapadia susține că nu există domeniu mai adecvat decît geometria euclidiană pentru a le explica elevilor în ce constă gîndirea deductivă, gîndire care s-ar afla în inima matematicii și ar separa matematica de orice altă disciplină. Nu avem gîndire deductivă și în aritmetică sau în combinatorică ? Da, recunoaște Kapadia, dar geometria are avantajul de a face apel la desene și figuri care facilitează sesizarea unei probleme ca un întreg. Acest suport vizual este foarte important în educația matematică a copilului. Kapadia invocă faptul că, atît din punct de vedere matematic cît și istoric, geometria euclidiană își merită un loc în programele școlare. Influența ei se exercită mult dincolo de granițele matematicii, fiind primul și cel mai important exemplu de sistem deductiv. Geometria euclidiană este o parte esențială a moștenirii culturale. Axiomele ei sînt acceptabile

intuitiv ; chiar în ceea ce privește postulatul paralelelor, cei mai mulți se arată surprinși la ideea că el ar putea să nu fie satisfăcut. Problemele de geometrie sînt de o mare varietate și de grade de dificultate mergînd de la banale la foarte grele, ceea ce permite antrenarea totalității elevilor. Desigur, nu e nici posibil nici de dorit să se predea toate cărțile lui Euclid. Kapadia este de părere că rezultatele din primul volum al *Elementelor*, privitoare la triunghiuri, pot fi studiate experimental. Volumul al treilea, dedicat cercului, se pretează cel mai bine unui tratament deductiv.

De fapt, esența pledoariei lui Kapadia are în vedere importanța figurilor și desenelor în educația matematică a copiilor, în ciuda faptului că multe rezultate din ultima sută de ani, mai cu seamă în Analiza matematică, s-au dovedit a fi în contradicție cu intuiția vizuală comună. Totuși, crede Kapadia, în cele mai multe cazuri figurile și desenele ne orientează în direcția cea bună. Prin înlocuirea geometriei cu algebra, suportul vizual al matematicii școlare a slăbit considerabil. Îl putem recupera și altfel decît aducînd înapoi geometria ?

René Thom despre rigoare

Una dintre obiecțiile majore aduse geometriei euclidiene, pentru a se justifica scoaterea ei din programa școlară de matematică, se referă la insuficienta rigoare pe care ea ar prezenta-o în raport cu exigențele matematicii actuale. Desigur, cel puțin în ultima sută de ani, geometria euclidiană a fost predată în școală în versiuni mai riguroase decît aceea din cărțile lui Euclid. După cum s-a mai remarcat, textul lui Euclid nici nu are calități didactice deosebite. În adaptarea pentru învățămînt a *Elementelor* lui Euclid, un rol important l-au avut Clairaut în Franța și Felix Klein în Ger-

mania. Dar chiar și cu aceste adaptări, nu este atins nivelul de rigoare preconizat ulterior de David Hilbert, care a impus o nouă concepție privind axiomatizarea geometriei. Experimente privind introducerea în școală a unor axiomatici moderne ale geometriei nu au lipsit nici la noi în țară, dar nu despre aceasta vrem să discutăm acum. Ne propunem ca, pornind de la ideile lui René Thom, să examinăm problema delicată a rigorii în matematică și în știință în general.

René Thom constată mai întîi că încercarea de a înlocui geometria euclidiană școlară cu o versiune acceptabilă a axiomaticii propuse de Hilbert a eșuat datorită complexității acesteia din urmă. Punînd, de o manieră mai generală, problema rigorii matematice, Thom distinge trei atitudini posibile. Prima atitudine este identificarea rigorii cu ideea de formalizare, așa cum a fost ea elaborată de Hilbert în deceniile al doilea și al treilea ale secolului nostru. Din acest punct de vedere, un raționament este riguros dacă procedează în cadrul unui sistem formal S definit cu ajutorul unei colecții de termeni, al unei colecții de relații și al unei mulțimi R de reguli de deducție. O parte din relații constituie axiomele sistemului S. O relație este o teoremă în S dacă se poate obține pornindu-se de la o axiomă, prin aplicarea de un număr finit de ori a unor reguli din R.

Acesta este tipul de rigoare acceptat azi de cei mai mulți matematicieni. Ceea ce interesează într-un sistem formal este corectitudinea deducției, deci aspectul pur sintactic. Aici se potrivește faimoasa vorbă de spirit a lui Bertrand Russell: „Matematica este domeniul în care nu știm niciodată despre ce este vorba, nici dacă ceea ce spunem este adevărat". Într-adevăr, într-un sistem formal „nu știm despre ce este vorba" în sensul că nu este necesar să se precizeze natura termenilor și a relațiilor, ci numai regulile lor de concatenare.

În axiomatizarea pe care o propune pentru geometrie, Hilbert pleacă la drum cu trei mulțimi ; elementele primeia le numește *puncte*, ale celei de a doua *drepte* iar pe ale celei de a treia *plane*. Dar, după aceasta, Hilbert adaugă : „Trebuie să fim în stare în orice moment să spunem *mese* în loc de *puncte*, *scaune* în loc de *drepte* și *halbe de bere* în loc de *plane*". Desigur, prin aceasta Hilbert ne atrage atenția că în axiomatizarea sa punctele, dreptele și planele sînt introduse pe cale pur sintactică ; nu natura lor intervine, ci modul în care ele intră în relație.

Dar pentru a înțelege acest regim relațional, situațional al punctelor, dreptelor și planelor, deci pentru a înțelege modul în care au fost descoperite axiomele care le guvernează, este bine ca atunci cînd Hilbert se referă la puncte, drepte și plane, să ne gîndim chiar la puncte, drepte și plane. Situația este deci diferită de aceea a pieselor de șah. Denumirile acestora sînt lipsite de o bază intuitivă sau, cel mult, dacă o astfel de bază există, ea este slabă. Ceea ce individualizează o piesă de șah este exclusiv modul în care se operează cu ea ; materialul din care este ea făcută, forma, mărimea și denumirea ei sînt pur convenționale, iar modul în care se operează cu ea nu este motivat de o experiență intuitivă anterioară.

Deducțiile pot fi corecte sau nu în raport cu convențiile din S, dar adevărul unei teoreme, în măsura în care presupune o confruntare cu situații din afara sistemului S, nu coincide cu corectitudinea ei. De exemplu, dacă luăm ca axiomă relația „Trei este mai mic decît doi", atunci prin aplicarea regulii conform căreia o inegalitate se păstrează cînd în ambii membri se adaugă același număr, se obține teorema „Patru este mai mic decît trei", teoremă corectă în sistemul formal adoptat, dar neadevărată în raport cu unele situații din afara sistemului.

Proiectul lui Hilbert era de a funda, cu ajutorul sistemelor formale, ideea de demonstrație, compromisă anterior prin apariția paradoxurilor teoriei mulțimilor. Dar acest proiect a primit o lovitură serioasă în 1931, cînd Kurt Gödel a arătat că încercarea de a formaliza aritmetica eșuează atîta vreme cît dorim ca sistemul formal obținut să fie și complet (adică să includă întreaga aritmetică) și necontradictoriu. Dar, deoarece această teoremă a lui Gödel nu poate fi prezentată aici (a se vedea, totuși, o demonstrație a ei în lucrarea noastră *Paradoxul*, Editura Albatros, 1984) și trebuie acceptată pe credit, vom recurge la un anume mod de a sugera un dezavantaj al rigorii ca sistem formal. René Thom ne invită să ne imaginăm un sistem formal S sub forma unei mașini electronice M capabilă să efectueze cu o viteză fantastică deducțiile din sistemul S. Să presupunem că despre o anumită formulă F mașina M stabilește, prin efectuarea a 10 la puterea 30 operații elementare (totul petrecîndu-se în cîteva secunde), că este o teoremă în sistemul S. Care matematician va accepta fără ezitare validitatea unei astfel de „demonstrații", dată fiind imposibilitatea de a-i verifica toți pașii ? (Să observăm că ulterior momentului în care Thom a imaginat această situație demonstrarea teoremei celor patru culori cu ajutorul calculatorului a confirmat îngrijorarea lui Thom). Dezavantajele atitudinii formaliste față de rigoare au fost argumentate și de G. Kreisel (*The formalist-positivist doctrine of mathematical precision in the light of experience*, L'Âge de la Science, vol. 3, 1970, p. 17—46).

A doua atitudine posibilă față de rigoare este numită de Thom empirică sau sociologică și constă în a accepta o demonstrație ca riguroasă dacă ea obține adeziunea specialiștilor de frunte ai domeniului căruia ea îi aparține. În ciuda caracterului său vag, acest mod de a vedea rigoarea i se pare lui Thom cel mai accep-

tabil. „O demonstrație este riguroasă dacă obține adeziunea tuturor cititorilor cu pregătirea corespunzătoare pentru a o înțelege". Aceasta revine, pentru Thom, la înțelegerea tuturor simbolurilor folosite și la cunoașterea regulilor lor de folosire. Din acest punct de vedere, rigoarea îi apare lui Thom ca o proprietate esențial locală a raționamentului matematic. Pentru a aprecia validitatea unui raționament, nu e nevoie de nici o structură axiomatică specială și de nici un fel de mașină conceptuală (cum ar fi sistemul formal); este suficient să înțelegi semnificația simbolurilor folosite și să ai o idee clară despre modul lor de combinare, crede Thom.

Dar poate că o imagine și mai clară despre felul în care vede Thom problema rigorii rezultă din următoarele două afirmații ale sale: 1. Contrariul rigorii este imprecizia; 2. Nu există o definiție riguroasă a rigorii. Dacă cea de a doua afirmație nu trezește nici o îndoială, prima merită să fie discutată. O vom face în continuare, discutînd și cea de a treia atitudine posibilă față de rigoare.

Această atitudine constă în adoptarea punctului de vedere al lui Platon, pentru care entitățile matematice au o existență independentă de gîndirea noastră, sub forma unor idei absolute. O propoziție P este adevărată dacă exprimă o relație între idei de acest fel, cu alte cuvinte dacă este o idee de ordin superior care structurează un grup de idei aflate în subordinea ei. O atare atitudine nu a găsit mulți adepți deoarece ridică dificultăți evidente, de natură ontologică. În ceea ce privește situarea rigorii în opoziție cu imprecizia, este ușor de văzut că acest deziderat este cel mai bine satisfăcut de conceperea rigorii ca formalizare. Atitudinea pragmatică preferată de René Thom riscă să imprime rigorii un coeficient de subiectivitate.

PROVOCAREA SOCIALĂ ŞI CULTURALĂ A MATEMATICII

De la revoluţia ansamblistă la cea computaţională

Matematica, una dintre ştiinţele cele mai venerabile, cu o istorie milenară captivantă şi, în acelaşi timp, derutantă se află în ultima vreme în faţa unor provocări fără precedent. Generaţii după generaţii au văzut în matematică o disciplină care intervine în viaţa practică mai mult prin partea ei elementară, partea teoretică, speculativă fiind numai indirect şi, uneori, destul de slab legată de realitatea imediată. Contraexemplele la o atare viziune simplificatoare sînt numeroase, dar din păcate ele sînt accesibile numai unui număr restrîns de specialişti. Aşa se face că pînă prin deceniul al cincilea al secolului nostru matematica era, în opinia publicului larg, o ştiinţă a cărei rază de acţiune nu prea trecea dincolo de domeniul fizicii şi al ingineriei. Legăturile matematicii cu alte teorii, dintre cele mai eterogene, legături cunoscute încă din antichitate, rămîneau sub forma unor semnale izolate, pe care foarte puţini le înregistrau.

În aceste condiţii, nu trebuie să ne mirăm că matematica (şi nu numai ea) nici nu a fost inclusă în fenomenul general al culturii, ci interpretată ca o simplă unealtă necesară în unele profesiuni mai speciale. Vestigiile acestei mentalităţi sînt încă puternice. Ele provoacă multe daune atît culturii contemporane,

cît și dezvoltării matematicii, perspectivelor ei de a-și îmbunătăți relațiile cu celelalte discipline.

După ce s-a desăvîrșit revoluția ansamblistă, începută în secolul trecut (Cantor), matematica a parcurs, în secolul nostru, o altă revoluție importantă, revoluția structurală, care și-a găsit o expresie strălucită în tratatul lui Nicolas Bourbaki. Întrepătrunderi surprinzătoare s-au produs între aspectele discrete și cele continue, între finit și infinit, între diferite grade de efectivitate. S-au dezvăluit fenomene noi, neașteptate, în domeniul fundamentelor matematicii și logicii matematice (Gödel), fapt care a contribuit mult la stimularea unei alte revoluții, aceea computațională.

Dar, pe măsură ce complexitatea și amploarea matematicii creșteau, legătura ei cu lumea nematematică devenea din ce în ce mai dificilă și mai controversată. Sentimentul de frustrare pe care mulți intelectuali îl au în fața paginilor umplute cu formule ale articolelor de matematică avea să se accentueze odată cu înstrăinarea tot mai mare a limbajului matematic de limbajul uzual. Această contradicție dintre prosperitatea matematicii ca știință pentru sine și dificultățile ei ca știință pentru alții a condus la acel sentiment de neliniște exprimat de numeroase ori în ultimele decenii, în legătură cu sensul în care evoluează contextul social al matematicii.

De la prima la a doua revoluție industrială

Ca orice altă știință, matematica se dezvoltă atît sub impulsul vieții ei interne, cît și sub presiunea problemelor care apar în afara ei. La rîndul ei, matematica influențează viața celorlalte discipline, fie ele tehnice, științifice sau artistice, și chiar viața socială, practica vieții curente. Din acest punct de vedere, este

deosebit de instructiv să se compare două perioade remarcabile ale evoluției societății : prima și a doua revoluție industrială. Cum a funcționat metabolismul matematicii în perioada trecerii de la producția manufacturieră la cea bazată pe introducerea mașinismului și pe trecerea la marea industrie de fabrică și cum funcționează el astăzi, sub acțiunea automatizării și chimizării producției, a unor noi surse de energie ? Desigur, această întrebare, pentru a putea fi abordată cu succes, trebuie sistematizată în cîteva întrebări mai puțin generale, deci mai specifice.

Prima revoluție industrială, inițiată în Anglia, în a doua parte a secolului al XVIII-lea, și extinsă ulterior în numeroase alte țări, a produs o schimbare radicală a forțelor de producție și a relațiilor de producție. Mecanizarea producției, prin valorificarea largă a unor invenții și mașini-unelte, obliga producția să se prevaleze într-o măsură mai mare de știință și de tehnică, pretindea un nivel mai înalt de cunoștințe din partea muncitorilor. Sub impulsul acestor nevoi sociale, s-au dezvoltat vertiginos ingineriile considerate astăzi clasice, adică cele bazate pe diferite tipuri de energie și pe transformările lor. Dar aceste inginerii nu se puteau dezvolta fără o maturizare corespunzătoare a științelor fundamentale ale naturii, în primul rînd a fizicii și chimiei, care puneau matematicii probleme stringente de modelare a dependențelor funcționale din natură, dependențe care se cereau studiate atît din punct de vedere local cît și global. Așa se explică, în bună măsură, dezvoltarea accelerată a Analizei matematice în a doua jumătate a secolului al XVIII-lea (Euler, D'Alembert, Lagrange, Laplace, Fourier), studiul seriilor trigonometrice și al ecuațiilor diferențiale, inițierea calculului variațional și apoi marea dezvoltare a teoriei funcțiilor de variabilă complexă, în secolul al XIX-lea (Cauchy, Weierstrass, Riemann), cînd are loc și un progres substanțial în studiul ecu-

ațiilor diferențiale și cu derivate parțiale iar, spre sfîrșitul secolului, este inițiat studiul ecuațiilor integrale și integro-diferențiale (Fredholm, Volterra, Hilbert) și al funcțiilor automorfe (Schwartz, Klein, Poincaré). Este recunoscut faptul că secolul al XIX-lea a fost marcat, în matematică, în primul rînd de dezvoltarea Analizei matematice, iar această dezvoltare s-a manifestat în primul rînd prin cercetările menționate mai sus. Putem deci spune că matematica acestui secol a stat sub semnul modelării unor procese de dependență și transformare puse în evidență de descoperirile fundamentale care au avut loc în științele naturii. Deoarece reprezentarea acestor procese era mai degrabă continuă decît discretă, era firesc ca dezvoltarea matematicii să manifeste, în mod corespunzător, o preferință pentru analiză în detrimentul algebrei.

Care este situația astăzi, în plină desfășurare a celei de a doua revoluții industriale? Dacă mașina cu aburi simboliza prima revoluție industrială, cea de a doua se revendică de la calculatorul electronic modern. (Pentru o prezentare de ansamblu a etapelor prin care s-au dezvoltat, în lume și în țara noastră, preocupările de construire și utilizare a calculatoarelor electronice, a se vedea cartea prof. Mihai Drăgănescu. *A doua revoluție industrială*, Editura Tehnică, București, 1980). Spunînd însă numai atît, riscăm să dăm o imagine trunchiată a lucrurilor. Simbolurile exprimă fenomenele printr-un proces de extremă esențializare. Dacă prima revoluție industrială se desfășura, cel puțin inițial, exclusiv în domeniul materiei și energiei, cea de a doua includea în mod egal materia, energia și informația. Marile cuceriri ale fizicii și chimiei contemporane stau mărturie pentru primele două, în timp ce genetica, informatica, cibernetica, lingvistica, logica și semiotica au schimbat radical imaginea noastră despre procesele informaționale din natură și societate.

Se produce o revoluție de amploare în domeniul forțelor de producție și se creează condițiile unor noi relații de producție, bine înțeles, în mod diferențiat de la o țară la alta, în funcție de nivelul lor și de orînduirea lor socială. Tocmai în aceasta stă justificarea considerării actualelor mutații drept *a doua revoluție industrială*, pe care nu trebuie s-o confundăm cu revoluția științifică și tehnică ; aceasta din urmă constituie un factor determinant pentru cea dintîi, care cuprinde toate sferele de activitate socială. De aceea, cînd vorbim despre matematica celei de a doua revoluții industriale nu avem în vedere numai raporturile actuale ale matematicii cu celelalte științe și cu tehnica, ci toate aspectele sociale pe care gîndirea matematică le-a dobîndit în momentul de față. Nevoia obiectivă de gîndire matematică este astăzi incomparabil mai mare decît nevoia conștientizată. Există, din păcate, un decalaj între exigențele pe care societatea le manifestă și capacitatea ei de a le satisface, un decalaj în defavoarea acesteia din urmă. Cum se manifestă acest decalaj în ceea ce privește matematica ?

Abolirea sau atenuarea unor vechi distincții

Va trebui mai întîi să ne referim la faptul că cea de a doua revoluție industrială a dus, dacă nu încă la abolirea, cel puțin la punerea sub semnul întrebării a unor dihotomii considerate multă vreme incontestabile, cum ar fi : știință-inginerie (în fapt, dihotomia cognitiv-utilitar), adevărat-fals (avem în vedere apariția și proliferarea propozițiilor indecidabile în sensul lui Gödel, a propozițiilor independente în sensul lui Gödel și Cohen, a logicilor neclasice de tipul celor modale, deontice etc.), precis-vag (a se vedea teoria mulțimilor și conceptelor imprecise în sensul lui Zadeh, logica

raționamentului nuanțat propusă de Moisil), discret-continuu (imposibilitatea de a mai înțelege unul dintre aceste aspecte fără implicarea celuilalt), știință-literatură (în sensul teoretizat de C. Snow în urmă cu peste 20 de ani), efectiv-neefectiv (în sensul de constructiv-neconstructiv). Această punere în discuție a unor dihotomii, în a căror inviolabilitate mulți au crezut, a afectat profund dezvoltarea matematicii, dar a și fost determinată, în bună măsură, de această dezvoltare.

Astfel, în domeniul informaticii este greu de demarcat aspectele cognitive de cele utilitare, motiv pentru care în cele mai multe țări departamentele de informatică includ în egală măsură problematica universitară și cea inginerească. De altfel, trebuie să observăm că această coexistență organică a aspectelor cognitive și utilitare se manifestă chiar în domenii considerate multă vreme foarte depărtate atît de științele naturii, cît și de inginerie ; avem în vedere istoria, arheologia, dreptul, filologia, literatura, muzica și artele vizuale. În fiecare dintre aceste domenii au apărut numeroase aspecte inginerești, care nu pot fi separate de cele pur cognitive, decît cu prețul compromiterii înțelegerii lor corespunzătoare. Separarea cognitivului de utilitar a devenit și aici nefericită (un exemplu de lucrare convingătoare pentru legătura organică dintre aspectele cognitive și cele inginerești : R. G. Piotrovski, *Lingvistica inginerească și teoria limbii* (în rusă), Editura Nauka, Leningrad, 1979). Ajungem astfel la caracterul anacronic al separării științei de literatură și artă, a științelor naturii de cele umanist-sociale.

Nu este vorba aici numai (și nici măcar în primul rînd) de aspectul relevat de C. Snow în celebra sa carte asupra celor două culturi (C. Snow are în vedere dificultatea care rezultă din faptul că mulți literați sînt lipsiți de cultură științifică și mulți oameni de știință nu posedă nici măcar o cultură literară mini-

mală). A intervenit un fenomen mult mai esențial, pentru că privește însuși procesul de creație. Cele mai fierbinți zone de interes se află azi la întîlnirea unor discipline dintre cele mai variate (deci nu neapărat vecine, cum ar fi fizica și chimia); din acest motiv, actul creator a devenit tot mai interdisciplinar, iar nivelul înalt de cultură devine tot mai mult o condiție indispensabilă a unei bune exercitări a profesiilor creatoare. De exemplu, matematica se hrănește tot mai mult cu idei venite din biologie (a se vedea teoria catastrofelor inițiată de René Thom și teoria sistemelor Lindenmayer, inițiată de biologul cu același nume), din lingvistică (teoria limbajelor formale), din economie (aici își află acum sursa o serie de preocupări de geometrie diferențială și de analiză matematică nonstandard), ca să nu mai vorbim de ideile proaspete pe care tehnica le-a adus în matematică (de exemplu, prin noile puncte de vedere din teoria stabilității, prin teoria distribuțiilor și prin metoda elementului finit).

Desigur, exemple de acest fel au existat și în trecut, dar astăzi ele s-au generalizat și au devenit aproape condiția normală a creației. Poate că exemplul cel mai frapant îl constituie creația artistică. În muzică, de exemplu, mulți dintre cei mai buni compozitori pe care-i avem la noi în țară (și de altfel fenomenul are loc în întreaga lume) dezvoltă o creație muzicală în care cultura științifică are un rol esențial. Putem spune că cea de a doua revoluție industrială orientează ferm cultura spre un nou tip de Renaștere, în care regăsim, pe o treaptă superioară, percepția holistică a naturii și vieții.

Mutații în structura proceselor de învățare

În aceeași ordine de idei, au loc mutații importante în ceea ce privește structura proce-

selor de învățare. Acestei teme i-a fost consacrat un Raport către Clubul de la Roma, cu titlul provocator *Orizontul fără limite al învățării* (colecția „Idei contemporane", Editura Politică, 1981 ; versiunea inițială, în engleză, a apărut în 1979 la Pergamon Press). Autorii Raportului — J. Botkin (U.S.A.), M. Elmandjra (Maroc), M. Maliţa (România) — accentuează, între altele, importanța trecerii de la învățarea adaptivă, de menținere, la învățarea creativă, de depășire a parametrilor deja atinși. Aici trebuie să observăm că dacă prima revoluție industrială pretindea din partea muncitorilor de fabrică o profesionalizare mai ridicată celei anterioare, dar încă bazată aproape exclusiv pe rutină, cea de a doua revoluție industrială ne plasează în fața unor exigențe incomparabil mai mari. Muncitorul de fabrică al veacului trecut trebuia, firește, să deprindă un grad de viață socială mai ridicat decît în cadrul producției manufacturiere. Diviziunea muncii devenea mai accentuată, iar muncitorul trebuia să înțeleagă ce fel de verigă reprezintă el în procesul de producție. Era o învățare pentru adaptare și menținere.

În momentul de față însă, noua revoluție industrială este confruntată cu un ansamblu de probleme globale ale omenirii ; percepția lor planetară este esențială pentru înțelegerea tipului de verigă pe care o reprezintă un muncitor individual într-un sector oarecare al producției. Dependențele sînt mult mai numeroase, mai complexe și mai accentuate. Nevoia socială obiectivă este atît de mare și crește atît de repede, încît chiar dacă-ți propui scopul modest al simplei mențineri, constați că aceasta nu este posibil decît prin depășirea parametrilor deja atinși. Creativitatea a devenit o condiție necesară pentru menținere iar învățarea adaptivă a devenit echivalentă cu cea creativă. Această situație este, în particular, valabilă și pentru matematică ; nu în sensul că toți cetățenii trebuie să devină creatori în

matematică, ci în sensul că, pentru a putea dezvolta o activitate din care inițiativa personală să nu lipsească și care să țină pasul cu nivelul atins în domeniul respectiv în lume, este indicat, pentru cele mai multe profesii, să nu fie absentă componenta matematică. Dacă avem în vedere nu neapărat deprinderea unor tehnici matematice, ci eventual numai o anumită obișnuință de gîndire matematică, putem fără teamă înlocui, în cele de mai sus, *cele mai multe profesii* prin *toate profesiile*. Acesta este sensul noilor programe și manuale școlare, iar generalizarea învățămîntului de zece clase, care va fi urmată de generalizarea învățămîntului de 12 clase, are în vedere tocmai exigențele din ce în ce mai mari ale celei de a doua revoluții industriale.

Învățarea creativă, ca unică șansă de supraviețuire a omenirii, pune probleme grave învățămîntului matematicii. Formarea gîndirii matematice a noilor generații este incomparabil mai importantă astăzi decît în trecut. Atîta vreme cît raza de acțiune socială a matematicii se limita la unele științe ale naturii și la unele inginerii, în condițiile în care însești aceste inginerii aveau o relevanță socială redusă, mai cu seamă în țări ca a noastră, unde prima revoluție industrială a fost mult întîrziată, educația matematică a tineretului nu constituia încă o problemă socială. Așa se și explică faptul că matematica aplicativă s-a dezvoltat la noi cu mare întîrziere, proliferînd în schimb preocupări de tipul geometriei triunghiului — bună gimnastică a minții, dar cu slabă funcție modelatoare a proceselor înconjurătoare. Cu totul altele sînt condițiile create de cea de a doua revoluție industrială. Marile transformări petrecute în evoluția matematicii au manifestat pretenția de a deveni componente ale gîndirii oricărui om cult, iar noile tehnologii și profesii nu au întîrziat nici ele să vină în întîmpinarea gîndirii matematice moderne și a instrumentelor ei de calcul.

Matematica și problemele globale ale omenirii

Există cel puțin două aspecte esențiale de care trebuie să se țină seamă în înțelegerea rolului social al științei, în particular al matematicii. Primul se referă la apariția problemelor și crizelor cu caracter global privind hrana, materiile prime, energia, explozia demografică, mediul ambiant, cursa înarmărilor ș.a.m.d.; al doilea aspect se referă la revoluția tehnico-științifică și la actuala revoluție industrială. Legătura indisolubilă dintre aceste două aspecte a fost analizată în numeroase lucrări (a se vedea, de exemplu, cele publicate în colecția „Idei contemporane" a Editurii Politice). În mod particular se remarcă diferitele rapoarte către Clubul de la Roma, traduse în românește.

Legătura principală dintre cele două aspecte menționate mai sus este concretizată în următoarea întrebare : în ce măsură ne ajută știința să răspundem într-un mod corespunzător la alternativa „a supraviețui sau nu" ce stă în fața omenirii ? Iată o problemă pe care fiecare disciplină științifică și-o pune și încearcă s-o rezolve. Dacă la o creștere geometrică a nevoilor umane posibilitățile de a le satisface vor crește doar în progresie aritmetică, atunci impasul, în loc să fie înlăturat, se va adînci. Trebuie să găsim deci răspunsuri noi, mai eficiente, la întrebările cărora ieri le-am dat un răspuns mai puțin eficient.

În ce măsură ajută matematica la înțelegerea și rezolvarea problemelor globale ale omenirii? În ce măsură și în ce fel este implicată matematica în noua revoluție industrială ? Iată întrebări pe care lumea de azi le adresează matematicii și pe care matematicienii înșiși și le adresează. Acel model latino-american al lumii — publicat și la noi sub titlul „Catastrofă sau o nouă societate ?" — se vrea a fi un model matematic nu din snobism, ci pentru că

nu se poate altfel. Acest model, concentrat în jurul satisfacerii nevoilor umane fundamentale, atrage atenția asupra implicării inevitabile a matematicii în procesul de înțelegere a actualelor probleme globale ale omenirii. De altfel, matematica este esențial implicată și în unele rapoarte către Clubul de la Roma, iar cercetările privind energia, ecologia, explozia demografică, înarmarea și dezarmarea sînt, într-o anumită fază a lor, profund matematizate.

Nu alta este situația în ceea ce privește noua revoluție industrială. Această revoluție, cu consecințe adînci în ceea ce privește forțele și relațiile de producție, are drept una dintre principalele ei componente mutațiile aduse de calculatoarele electronice. Dar calculatorul electronic modern, cu variantele sale de la calculatorul de buzunar cu program la microprocesoare, calculatoare personale și marile calculatoare electronice, nu înseamnă numai o performanță de ordin tehnic, ci și o schimbare radicală a tipului de gîndire. Dacă realitatea fizică a calculatorului, cu miniaturizările sale recente, care ne uimesc, este și expresia strălucită a inteligenței tehnice, ceea ce pune la lucru aceste mașini revine la anumite programe care, la rîndul lor, se bazează pe anumite modele matematice, de natură algoritmică. Fără gîndire algoritmică nu poate fi concepută actuala revoluție industrială, iar fără a ne prevala de ceea ce această revoluție ne pune la dispoziție nu putem să rezolvăm problemele globale care ne stau în față.

Nu încape îndoială că printre problemele globale ale omenirii se află și știința. Dar știința are, la rîndul ei, propriile sale probleme globale, și una dintre acestea este matematica. De fapt, matematica a devenit o problemă globală nu numai a științei, ci a întregii culturi ; expansiunea interdisciplinară a matematicii este o mărturie în acest sens.

Dar, așa cum globalizarea unor probleme fundamentale ca cele privind energia, ecolo-

gia, cursa înarmărilor a dus la tot atîtea crize la nivel planetar, creşterea razei de acţiune a matematicii şi a răspunsurilor ei faţă de societate (ca şi ale societăţii faţă de ea) este confruntată cu o criză pe care o parcurg relaţiile matematicii cu lumea de azi.

Vom numi acest fenomen „criza matematicii", dar trebuie să fie clar, de la început, că nu este vorba de o criză internă, de creştere, a matematicii, deşi unele fenomene patologice, pe care le discutăm în alte secţiuni ale lucrării de faţă, se manifestă şi aici. Din punctul de vedere al vieţii ei interne, matematica progresează impetuos, după cum o arată revistele, cărţile şi diferitele manifestări de specialitate. Vitalitatea matematicii este tot mai mare, se dezvoltă noi şi noi domenii, apar probleme noi, unele deosebit de grele şi de interesante. Criza la care ne referim are în vedere raporturile matematicii cu societatea, cu publicul, cu învăţămîntul, cu ansamblul culturii umane. Este vorba de o criză de receptare şi de utilizare a matematicii, de transmitere a ei către noile generaţii. Desigur, această criză nu poate rămîne fără consecinţe asupra vieţii interne a matematicii.

Conştientizarea nevoii de matematică

Fără îndoială, este întrucîtva paradoxală această situaţie. Nu se vorbeşte oare de un număr bun de ani despre pătrunderea matematicii peste tot, despre faptul că nu mai rămîn aproape nici un domeniu, nici o sferă de activitate socială care să nu fie afectate de gîndirea matematică ? Într-adevăr, aşa este, numai că această expansiune a matematicii se manifestă la nivelul cercetării şi al posibilităţilor, în timp ce dificultăţile apar atunci cînd este vorba de implementarea gîndirii, a metodelor şi rezultatelor matematicii în învăţămînt, în industrie, în agricultură, în planificare şi organizare, în cultură. Dificultăţile apar, de

asemenea, în ceea ce privește capacitatea societății de a conștientiza și de a explicita nevoia ei de matematică, de a formula problemele pe care le adresează matematicii, ca și în ceea ce privește capacitatea matematicii de a sesiza problemele matematice ascunse în atîtea și atîtea întrebări grave pe care le formulează tehnica, economia, cultura, viața de fiecare zi.

Dacă nu la nivelul aplicațiilor practice, în industrie sau agricultură, cel puțin la nivelul contactelor cu celelalte discipline, viața științifică și culturală trebuie să se prevaleze de capacitatea explicativă deosebit de profundă a unor modele algebrice, geometrice și analitice. Să dăm un singur exemplu. Funcția logaritmică, apărută inițial în legătură cu simplificarea operațiilor aritmetice, s-a dovedit esențială în exprimarea unității de măsură pentru intensitatea sunetelor, în studiul entropiei fizice și informaționale, în formularea legii lui Weber și Fechner privind relația dintre senzație și excitație, în metoda carbonului radioactiv (esențială în datarea unor evenimente geologice și arheologice) și în analogul ei lingvistic (metoda glotocronologiei), în studiul timpului psihologic și social (care într-o anumită concepție, este logaritmul timpului cronologic); pentru a nu mai vorbi de faptul că, chiar în interiorul matematicii, funcția logaritmică domină domenii importante, cum ar fi teoria numerelor prime. Această formidabilă capacitate a funcției logaritmice de a modela fenomene din discipline atît de variate nu trebuia oare să fie sesizată în adevărata ei semnificație culturală și filosofică? După cum se poate vedea, aceasta nu s-a întîmplat.

Să încercăm să aprofundăm această situație, să înțelegem sursa acestor anomalii. Matematica devine tot mai abstractă și mai complexă, se transformă tot mai repede, tehnicile ei devin tot mai complicate, jargonul ei tot mai special. În acest sens se poate spune că ea „se aristocratizează" tot mai mult. Chiar obiectul

ei este controversat, matematicienii, ca și filosofii, nu se înțeleg asupra modului în care trebuie definită matematica. Sîntem departe de vremea în care matematica se reducea la studiul relațiilor cantitative și al formelor spațiale din lumea înconjurătoare. Universurile imaginare ale matematicii le concurează azi pe cele ale artei.

Dar această „evadare" a matematicii nu este decît rezultatul evoluției procesului de cunoștere. Excelînd în dezvoltarea posibilităților sale de cunoaștere, matematica a înregistrat însă mai puține succese în dezvoltarea posibilităților ei de comunicare cu potențialii beneficiari. Invadînd mai toate domeniile de activitate, matematica ar fi trebuit să devină din ce în ce mai „democratică", mai populară, mai accesibilă și mai agreabilă. Limbajul ei ar fi trebuit să fie deprins cu convingere și cu plăcere de către mai toți cetățenii, și în special de către tineri. Acest lucru însă nu prea se întîmplă.

Așadar, în acest dialog insuficient al matematicii cu celelalte domenii, cu societatea în ansamblul ei, se află sursa crizei la care ne referim. Desigur, ar fi greșit să se creadă că matematicienii nu și-au pus această problemă. Nu numai că și-au pus-o, dar au și obținut unele rezultate remarcabile. Colaborarea matematicii cu atîtea și atîtea alte domenii, cu industria și cu agricultura, cu medicina și cu lingvistica, cu economia și cu ingineria, cu sociologia și cu muzica este rezultatul unor eforturi atît din partea matematicienilor, cît și a nematematicienilor. Numai că rezultatele obținute sînt mult inferioare nevoii obiective de matematică pe care societatea o are acum, ca și posibilităților reale pe care matematica actuală le oferă. Din păcate, societatea, prin instituțiile ei, nu reușește încă să conștientizeze această nevoie crescîndă de matematică.

Îngrijorarea care se manifestă în rîndul matematicienilor — mai cu seamă a celor care sînt interesați în procesul de învățămînt mate-

matic și în relațiile matematicii cu publicul, cu potențialii ei beneficiari — este vizibilă. Ea s-a manifestat puternic la unele congrese internaționale de educație matematică (1976 în R.F.G. și 1980 în S.U.A.), ca și la ultimele congrese internaționale ale matematicienilor (Helsinki, 1978 ; Varșovia, 1982 ; Berkeley, 1986). O carte intitulată *Matematica mîine* (editată de L. A. Steen la Springer Verlag, New York, 1981) aduce în atenție punctele de vedere ale mai multor specialiști în ceea ce privește dezvoltarea matematicii în anii care vin. Chiar titlurile unora dintre studiile care alcătuiesc acest volum constituie o provocare adresată cititorului și ne lasă să bănuim caracterul lor profund polemic, născut dintr-o adîncă nemulțumire : „Matematica aplicată este o matematică rea" ; „A rezolva ecuații nu este tot una cu a rezolva probleme" ; „Citiți-i pe maeștri" ; „Cînd matematica devine propagandă" ; „Adevărata criză energetică" ; „Femeile și matematica" ; „Declinul analizei și creșterea matematicii discrete" ; „Cum să vindem matematica ?".

Impasul la care ne referim este al întregii noastre planete. Dar, desigur, există diferențe de la o țară la alta, datorate deosebirilor de grad de dezvoltare economică, de orînduire socială și de nivel de dezvoltare a științei în general, a matematicii în special.

O sesiune a Academiei R.S.R. a reunit, în urmă cu cîțiva ani, alături de matematicieni, pe unii dintre acei specialiști din fizică, biologie, inginerie, științe social-umaniste, pentru care matematica aparține organic metodologiei de cercetare. A rezultat volumul *Matematica în lumea de azi și de mîine* (publicat, în 1985, în colecția „Probleme globale ale omenirii"). Dar va trebui, cred, să ne mai întîlnim într-un context mai larg, din care să nu lipsească reprezentanți ai industriei, comerțului și agriculturii, ai unor minis-

tere și institute centrale, ai unor academii de științe și uniuni de creație, ai elevilor și studenților, ai părinților lor.

Inteligența umană și formarea gîndirii matematice

Toate prognozele privind următoarele decenii sînt de acord asupra nevoii crescînde de tehnică și de gîndire matematică. Dar nici una nu este în stare să detalieze această idee generală. Una dintre dificultăți constă în aceea că nu sîntem încă în stare să precizăm interacțiunile dintre matematică și celelalte discipline, dintre matematică și societate. În consecință, nu știm să evaluăm dependența de matematică a viitoarelor profesii. Dar este cert că problemele privind mediul ambiant, energia, eficiența producției, planificarea, decizia, prognoza, informația, comunicarea nu vor putea fi abordate fără o matematică adecvată.

Despre rolul matematicii într-un domeniu sau altul s-a scris mult și nu ne propunem aici să insistăm asupra acestei chestiuni. Dar dacă problemele grave care stau în fața omenirii reclamă un tip nou de învățare, creativă, prospectivă și participativă, atunci este vital să înțelegem că chestiunea principală este aceea a formării gîndirii matematice, ca o componentă esențială a inteligenței umane. Gîndirea matematică, azi, înseamnă, deopotrivă, gîndirea algoritmică și combinatorie, deductivă și probabilistică, analogică și generalizatoare, inductivă și sistemică. Înțelegem oare cum se vor schimba poimîine economia și cultura țării noastre dacă mîine vom reuși să punem în mîinile fiecărui elev un calculator de buzunar programabil? Explozia de inteligență și fantezie stimulată în acest fel ar putea avea efectul descoperirii unor noi surse de energie. Dar părerile, în această privință, sînt variate. În

această ordine de idei este, credem, interesant punctul de vedere al unui autor important, la care ne vom referi în cele ce urmează.

Atenție la calculator !

„Atenție la calculator ! Limbajul său intoxică creierul !“ Cu acest semnal de alarmă, suplimentul *Tutto libri* al ziarului italian „La Stampa“ (nr. 443, din 2 martie 1985) se adresează cititorilor, prezentîndu-le punctul de vedere al lui Joseph Weizenbaum, considerat unul dintre pionierii informaticii. Aflat în Elveția cu prilejul apariției uneia dintre cărțile sale, Weizenbaum a răspuns la întrebările lui Claudio Pozzoli în legătură cu impactul social al informaticii și, mai ales, în legătură cu educația informatică a copiilor. Emigrat la vîrsta de 13 ani în S.U.A. (venind din Berlin), Weizenbaum a fost foarte activ în răspîndirea informaticii în S.U.A. Într-o carte importantă (*Computer Power and Human Reason*, W. H. Freeman, San Francisco, 1976), Weizenbaum s-a ridicat împotriva acelui tip de programare în care partea tehnică ucide partea de cunoaștere. Tocmai în acest sens el a considerat necesar să intervină într-un moment în care educația informatică a copiilor este la ordinea zilei, preconizîndu-se cîte un calculator pe pupitrul fiecărui școlar. Dar dotarea materială nu este suficientă ; mai este nevoie de un sistem adecvat de învățămînt și de pregătirea corespunzătoare a cadrelor de predare. În multe țări s-a optat pentru limbajul BASIC, în cadrul educației informatice a elevilor de gimnaziu. Alegerea a fost justificată de faptul că acest limbaj este mai simplu decît celelalte, fiind totuși destul de versatil.

Față de tendința tot mai pronunțată de a se face educația informatică a copiilor încă de la vîrsta preșcolară (a se vedea răspîndirea jucăriilor informatice și a revistelor de mare

tiraj dedicate calculatoarelor), Weizenbaum consideră că înainte de vîrsta de 14 ani nu este oportun contactul cu calculatorul. Prin aceasta, el se plasează într-o poziție destul de singulară, deoarece cei mai mulți informaticieni, pedagogi și psihologi consideră că deprinderea de a lucra cu calculatorul poate și trebuie să fie realizată din cea mai fragedă vîrstă. Desigur, pentru copil aspectul ludic al calculatorului este singurul reținut, dar potențialul său formativ nu trebuie subestimat. A doua teză a lui Weizenbaum se referă la limbajele de programare folosite. El crede că limbajul BASIC este nu numai inadecvat, dar și profund dăunător în educația copiilor, deformîndu-le gîndirea. Recomandă în schimb adoptarea limbajelor PASCAL și LOGO în învățămîntul școlar.

Sensul acestor idei ale lui Weizenbaum trebuie raportat la cele dezvoltate în cartea sa din anul 1976, pe care am semnalat-o mai sus. De acord cu folosirea calculatorului în numeroase activități auxiliare, Weizenbaum se desparte de calculator de îndată ce se încearcă utilizarea sa ca un substituent al gîndirii umane. Nu a pregetat să facă elogiul calculatorului într-o carte intitulată *A scrie cu calculatorul*, unde arată avantajele utilizării calculatorului în elaborarea și redactarea unui articol sau a unei cărți. Dar aici este vorba de a recurge la o mașină de scris mai perfecționată decît cea tradițională și la un video ; gîndirea propriu-zisă a autorului este anterioară acestei utilizări și nu e contaminată de ea, crede Weizenbaum. Nu este deci vorba de o respingere a tehnicii noi. Calculatorul face parte organică din lumea acestui sfîrșit de secol, ca și aspiratorul de praf și automobilul. Pe toate trebuie să învățăm să le folosim, deci trebuie să cunoaștem funcționarea lor. Există însă o limită în această folosire. Distorsiunile apar din momentul în care psihicul uman, în ceea ce are el mai specific,

este supus unui tratament automat ; o expresie tipică în acest sens este, pentru Weizenbaum, așa-numita psihoterapie automată, în cadrul căreia dialogul medicului cu pacientul este... automatizat.

Primejdii în folosirea calculatoarelor

Există unele primejdii majore în folosirea calculatoarelor ? Da, crede Weizenbaum, deoarece trăim într-o lume în care se acordă prioritate construirii unor arme tot mai sofisticate, în timp ce atîția oameni mor de foame. Nu e aceasta o adevărată nebunie ? Mai e apoi mentalitatea tot mai răspîndită printre unii factori de decizie, care evită să-și asume răspunderile ce le revin, răspunderi pe care le transferă... mașinii, posibilităților ei reduse ; de vină, în anumite situații, n-ar mai fi oamenii, ci calculatoarele, care nu au atins încă anumite performanțe și care mai și greșesc uneori. Nu citim uneori în presă despre astfel de întîmplări ? În aceste condiții, nu ne-am putea trezi, într-o bună zi, că tot dintr-o eroare a calculatorului s-a declanșat al treilea război mondial ?

Recunoscînd necesitatea introducerii în școală a calculatoarelor, Weizenbaum atrage atenția asupra unei probleme de prioritate. Înainte de a învăța limbajul calculatorului, elevul trebuie să învețe să gîndească și să se exprime cu precizie în limba sa maternă, atît oral cît și în scris ; să învețe, în această limbă, literatură și matematică, chimie și istorie. Weizenbaum se referă la experiența negativă a școlii americane care, introducînd prea devreme calculatoarele și îndreptînd asupra lor o atenție exagerată, a îndepărtat pe mulți elevi de la unele îndatoriri fundamentale, în primul rînd de a se exprima și de a scrie corect. Să fie aici una din rădăcinile analfabetismului funcțional de care suferă o parte a societății

americane ? Copiii învață să scrie și să citească, dar, unii, într-un mod atît de superficial, încît nu sînt în stare să consulte orarul autobuzelor sau să redacteze o cerere către o instituție.

Calculatorul nu rezolvă toate problemele. Weizenbaum propune următorul criteriu : calculatoarele sînt utile numai în acele școli care ar rămîne școli bune chiar dacă s-ar renunța la calculatoare. Cît despre tipul de calculator și limbajul de programare adecvat ? Depinde de împrejurări. Automobilul cel mai bun pentru Alaska nu este optim și pentru Sahara.

Față de ansamblul concepției lui Weizenbaum, o atitudine critică este necesară. Pentru a fi cît mai simplu, limbajul BASIC sacrifică mult din complexitatea limbajului uman. Devine, prin aceasta, nociv ? Dar logica lui *da* și *nu* nu este și ea o simplificare a infinit nuanțatei logici umane ? L-am considerat, pentru aceasta, nociv pe Aristot ? Cît despre contaminarea gîndirii noastre de „spiritul" calculatorului, rămîne de văzut întrucît este ea o primejdie și întrucît poate fi evitată. Toate protezele de care omul s-a prevalat de-a lungul istoriei sale, de la uneltele primitive pînă la mașinile complexe de azi, au acționat asupra gîndirii și comportamentului uman, influențîndu-le substanțial. A fost bine ? A fost rău ? A fost, în orice caz, inevitabil.

Antrenamentul ludic anticipează gîndirea algoritmică

Desigur, folosirea calculatoarelor trebuie pregătită printr-o educație corespunzătoare, prin jocuri combinatoriale, strategice și algoritmice, diferențiate după vîrste. Prin menținerea unei distanțe mari între ceea ce promite și ceea ce oferă, între efortul pretins și recompensa acordată, prin eludarea caracterului

ludic pe care-l presupune orice proces de învățare, pînă la o anumită vîrstă, matematica școlară — în ciuda unor progrese în chestiuni de corectitudine și rigoare, de modernizare a tematicii și limbajului — ar putea intra într-un relativ impas.

Influența calculatorului electronic asupra dezvoltării matematicii în ultimele decenii a fost imensă. Un spirit nou, o problematică nouă, accente noi au apărut pînă și în cele mai vechi și venerabile discipline matematice, ca să nu mai vorbim despre noile discipline, create ca urmare a dezvoltării calculatoarelor electronice. Nu este aici locul de a intra în detalii, dar este semnificativă constatarea lui E. P. Miles jr. (în cartea *Matematica mîine*, menționată anterior) după care faptul că în S.U.A. departamentele de informatică sînt separate de cele de matematică reprezintă o consecință a incapacității multor departamente de matematică de a-și incorpora, ca o nouă componentă, informatica.

Desigur, informatica nu este numai matematică, ea are o importantă componentă inginerească, dar sub aspectul gîndirii pe care o promovează și pe care o presupune calculatorul electronic, aceasta se reclamă, în primul rînd, de la matematică. Formarea unei astfel de gîndiri ar trebui să înceapă de la vîrsta de 3—4 ani, cu ajutorul unor jocuri adecvate, ce-l introduc pe copil în funcționarea de tip algoritmic, ca și prin observarea mediului înconjurător care abundă în obiecte de tip mașină, cu reguli care conduc de la anumite intrări la anumite ieșiri. Această preocupare ar trebui să existe în întregul învățămînt (primar, gimnazial, liceal și superior) și la toate disciplinele școlare, deoarece gîndirea informatică este esențială în învățarea matematicii și în aceea a gramaticii, în inginerie și în economie, în planificare și contabilitate, în muzică și sport.

În acest sens, o importanță mare o au tipurile de jocuri propuse copiilor, structura revistelor rebusiste, unele rubrici distractive din reviste, din programele de radio și televiziune. Oare aceste canale de comunicație cu publicul, în special cu tineretul, n-ar putea fi folosite într-o mai mare măsură pentru dezvoltarea gîndirii problematice și strategice, combinatoriale și algoritmice ? Enunțarea unei probleme atrăgătoare, în pauza de un minut dintre două emisiuni, organizarea unor mici concursuri ar putea stimula pe tineri (și oare numai pe ei ?) să se orienteze spre anumite preocupări atît de importante în societatea de mîine.

Modernizarea predării matematicii a fost uneori înțeleasă unilateral, sub aspectul exclusiv al formalismului matematic, al limbajului și simbolismului de ultimă oră. Din acest punct de vedere, introducerea, la un moment dat, a mulțimii vide la clasa întîi este tipică pentru un întreg stil care ignoră tot ceea ce psihologia învățării a acumulat (în particular, dezvoltarea stadială a copilului, cu contribuțiile atît de importante ale lui J. Piaget). Potențialul educațional al matematicii a fost uneori considerabil redus prin eludarea aspectelor genetice, istorice, culturale și interdisciplinare. În acest fel, izolarea socială a matematicii devenea inevitabilă. Participînd, în toamna anului 1981, la un simpozion internațional asupra interdisciplinarității, simpozion organizat de Centrul european UNESCO pentru învățămîntul superior, din București, mi-am putut da din nou seama cît de adîncă și de amplă este încă neînțelegerea potențialului interdisciplinar al matematicii. Această neînțelegere este uneori chiar arborată cu mîndrie, interdisciplinaritatea fiind redusă la o modă de care au nevoie diletanții pentru a putea trece drept specialiști.

Interdisciplinaritatea — strategii și implicații

Cum oare ne-am mai putea descurca fără matematică în rezolvarea marilor probleme sociale ale lumii noastre? Inima științei o constituie problemele care-i stau în față și pe care ea trebuie să le rezolve. Probleme ca cele privind mediul ambiant sau criza energetică sînt esențial interdisciplinare și ele reclamă o nouă viziune, o nouă organizare a învățămîntului, în care orientarea după discipline să se combine cu orientarea după probleme. Un atare deziderat preocupă acum toate nivelurile învățămîntului.

Adoptînd împărțirea studiului pe discipline, nu trebuie să ignorăm caracterul sincretic pe care cultura l-a avut în cea mai mare parte a istoriei ei. În unele țări, elevii din primele clase învață o singură materie, după un singur manual, care le permite cunoștința cu natura, observarea și comportarea obiectelor, formarea intuițiilor și deprinderea limbii. În învățămîntul superior, formația interdisciplinară — actualmente accentuată în ultimii ani de studii — poate fi coborîtă spre primii ani, lucru care se și face în cadrul unor cercuri științifice. Gr. C. Moisil preconiza un sistem elastic care să-i permită tînărului bacalaureat să asocieze de la început geografia cu biologia și cu matematica sau fizica cu istoria și cu informatica. Aceste strategii au dat uneori bune rezultate; rămîne de văzut dacă nu cumva ele sînt mai apropiate de exigențele sociale actuale. În particular, educația matematică inițială s-ar dezvolta în legătură organică cu observarea naturii și cu formarea intuițiilor, iar gîndirea interdisciplinară ar fi considerabil favorizată.

În ceea ce privește favorizarea preocupărilor interdisciplinare, învățămîntul din întreaga lume a rămas mult în urmă, chiar și la nivelul

sau postuniversitar. Domeniile interdisciplinare sînt încă, în mare parte, un fel de teritoriu clandestin, mai degrabă tolerat cu superioară îngăduință decît încurajat și ajutat.

Desigur, devenind tot mai importantă, matematica este și o modă. Ea este invocată de snobi și de diletanți. Simbolismul matematic devine uneori o simplă modalitate de a-i intimida pe profani. Însă, dincolo de toate aceste neajunsuri, lumea contemporană, prin problemele pe care trebuie să le rezolve, ne atrage atenția că matematica devine inevitabilă în toate compartimentele sociale cît de cît importante. Părinții simt acest lucru și supraveghează cu atenție (din păcate, nu totdeauna cu pricepere) educația matematică a copiilor. Profesorii sînt neliniștiți, dar din această neliniște va rezulta, fără îndoială, o matematică mai umană.

Relația dintre fundamental și aplicativ, dintre tradiție și modernitate devine o preocupare tot mai actuală pentru matematicieni. Întreprinderile industriale, centrele de calcul, cooperativele agricole de producție, institutele de proiectare, instituțiile de cultură înțeleg din ce în ce mai bine spectrul larg al posibilităților oferite de gîndirea matematică nu numai în materie de analiză a datelor (deși și aici sînt încă atîtea posibilități nefructificate), ci și în ceea ce privește modelarea matematică și analiza calitativă.

Dacă preocupările matematice ale tineretului sînt determinate, într-o anumită măsură, de exigențele manifestate la diferite concursuri de admitere (treapta întîi și treapta a doua în liceu, învățămînt superior ș.a.), trebuie să fim atenți ca aceste concursuri să nu eludeze aspecte fundamentale ale matematicii. Problemele cu funcție cognitivă să nu fie înlocuite cu exerciții lipsite de orizont cultural, dimensiunea interdisciplinară și aplicativă să nu fie neglijată, accentul pe artificii de calcul și pe trucuri să nu devină decisiv.

După opinia unui cunoscut matematician, G. H. Hardy, matematica, mai mult decît orice știință sau artă, este o ocupație de om tînăr. Dacă un absolvent foarte bun, care a demonstrat capacitatea sa de cercetător, nu are posibilitatea să-și dezvolte în continuare această capacitate, există riscul ca mai tîrziu el să nu mai poată fi recuperat pentru cercetare.

Matematica și lumea tehnicii

Este matematica recunoscută ca o componentă organică a culturii ? Care sînt perspectivele ei în această privință ? Să discutăm aceste probleme în context românesc.

Cultura românească a avut pînă spre sfîrșitul secolului trecut și începutul secolului nostru un caracter sincretic. Dimitrie Cantemir, Costache Conachi, Gh. Asachi, Gh. Lazăr, Ion Heliade Rădulescu, Petrache Poenaru, Ion Ghica, Spiru Haret sînt numai o parte din personalitățile culturale românești care s-au manifestat atît în domeniul umanist cît și în cel al științelor pozitive. Treptat însă, această dublă vocație — umanistă și științifică — a devenit din ce în ce mai puțin frecventă, pe măsură ce spiritul analitic cîștiga teren. Așa se face că în secolul nostru o figură ca Dan Barbilian — Ion Barbu — apare cu totul singulară. Dar dacă acest fapt se poate explica prin diferențierea tot mai accentuată a disciplinelor, să vedem cum evoluează atitudinea față de matematică a specialiștilor în discipline beneficiare ale matematicii.

Iată punctul de vedere al unui specialist în hidroenergetică : — Pregătirea unui inginer costă mult, de aceea trebuie găsit un echilibru. — Între teorie și practică ? — Da. De exemplu, se dă încă o prea mare atenție matematicilor, de la admitere pînă la absolvire. Și ne trezim că tînărul inginer absolvent nu știe să gîndească inginerește, să stabilească un program

de funcționare sau să se descurce la un tablou de comandă. Nu sînt deci adeptul formării de matematicieni, ci de buni ingineri ; pentru asta avem facultăți de matematică, automatică, electronică...

De la această opinie, exprimată în urmă cu cîțiva ani în presă, să trecem la cîteva opinii mai recente și mai nuanțate. Vom lua ca reper volumul cuprinzînd Lucrările simpozionului cu tema „Eficiența predării matematicii în învățămîntul tehnic superior", Institutul Politehnic București, 1982. Iată ce crede prof. D. Drimer (vol. cit., p. 132) : „...matematica nu înlocuiește procesul de gîndire, deși în acest sens se fetișizează învățmîntul matematic atît prin introducerea „criteriului matematic" la admiterea în învățămîntul superior tehnic cît și în primii doi ani ai absolvirii acestuia. În lipsa unui alt sistem de „gimnastică a minții" și din comoditatea verificării rezultatelor se tinde a pierde din vedere scopul principal de „unealtă" a matematicii pentru inginer".

După un hidroenergetician și un metalurgist, să dăm cuvîntul unui chimist, prof. Al. Balaban (vol. cit., p. 30—31) ; „...ar fi de dorit ca matematica cerută la admiterea în facultățile chimice să fie mai amplă ca în prezent (cu excepția geometriei) ; în ședința din 4. 11. 1982 de alegere a consiliului ASC, studenții secției pedagogice de trei ani (cărora la admitere nu li se cere deloc matematică) au cerut ei înșiși ca la admitere să se includă și matematica", Același autor consideră că (vol. cit., p. 29) „în cadrul cursului de matematică ar trebui cuprinse doar capitolele mari, de bază, formative pentru gîndirea inginerească, necesare altor cursuri generale (fizică, chimie fizică, fenomene de transfer etc.)".

Acad. Radu Voinea, mecanician, îl invocă (vol. cit., p. 14) pe Laurent Schwartz : „Dacă vă duceți în universități veți vedea că cei mai buni matematicieni sînt totdeauna cei care fac cursurile cele mai concrete, cele mai bogate

în aplicații practice și în alte științe sau în alte ramuri ale matematicilor. (...) În Franța s-a ajuns ca matematicile să nu se mai predea pentru a forma viitori matematicieni sau oameni de știință. Matematicile au înlocuit latina ca mijloc de selecție (...) Să împiedici matematicile să devină unicul instrument de selecție socială este desigur un lucru bun. Dar trebuie oare pentru acesta să reducem matematicile într-o lume dominată din ce în ce mai mult de științe? Cred că ar trebui dimpotrivă suficiente ore de matematică pentru toată lumea (...) Cu condiția să nu se axiomatizeze prea mult de la început (...) Nu sînt împotriva matematicilor moderne (...) Trebuie însă să se confrunte întotdeauna matematicile care se predau cu cele care se folosesc".

Fiecare dintre mărturiile de mai sus comunică o experiență care nu poate fi ignorată. Dacă de la Dorin Pavel înțelegem că matematica pe care a învățat-o ca student nu i-a prea folosit în profesie și că a observat un fenomen asemănător la generațiile ulterioare de politehnicieni, de la D. Drimer desprindem un punct de vedere care ne întoarce la viziunea conformă căreia matematica este pentru inginer nu atît un mod de gîndire, cît o simplă unealtă (mărturie semnificativă cu atît mai mult cu cît ea vine din partea unui fost șahist de performanță, pe care-l putem bănui mai receptiv la virtuțiile formative ale gîndirii matematice). Un punct de vedere complementar apare la Al. Balaban, care atrage atenția tocmai asupra valorii formative a matematicii pentru gîndirea inginerească și care amplificarea programei de matematică la examenul de admitere, în dauna celei de chimie. Poate că această atitudine este determinată și de faptul că interesele și rezultatele științifice ale lui Al. Balaban sînt strîns legate de metodele matematice în chimie, dar constatăm că și studenții chimiști au un punct de vedere similar. În ceea ce privește atitudinea acad.

Radu Voinea și, implicit, a lui Laurent Schwartz, ea este atît de rezonabilă, încît cu greu i se mai poate adăuga ceva. Dar cît de greu este să fie pusă în aplicare! Cît de departe sînt încă multe dintre manualele și cursurile de matematică de deziderатul exprimat de marele matematician invocat pe bună dreptate de Radu Voinea! Sîntem, cum bine observă prof. O. Stănășilă (vol. cit., p. 58—63), terorizați de un anumit itinerar, definiție-teoremă-demonstrație-corolar-definiție, neobservînd că studenții noștri rămîn descoperiți în ceea ce privește deprinderea capacității de a modela matematic situații reale. Să observăm aici că dacă, în cele din urmă, majoritatea manualelor nu au omis introducerea aplicațiilor, cele mai multe cărți rămîn încă deficitare în ceea ce privește pregătirea intuitivă a noțiunilor, aducerea pe primul plan a problemelor care conduc la introducerea conceptelor de bază și la care teoremele fundamentale se constituie ca răspunsuri. În acest fel, este eludată una dintre legăturile importante ale matematicii cu realitatea: modul în care aceasta din urmă se constituie nu numai ca beneficiară, dar și ca sursă a activității matematice.

Putem spune că în ansamblu există, în domeniul tehnicii, o înțelegere destul de nuanțată a rolului matematicii. Se pare însă că mișcarea care s-a produs de vreo două-trei decenii de la ingineriile energetice la cele informaționale nu este încă suficient înregistrată, iar calculatorul este văzut aproape exclusiv ca o unealtă, minimalizîndu-se perspectivele tipului de gîndire pe care acesta îl promovează. Așa se face că și rolul matematicii discrete (în particular, finite) este încă minor în viziunea celor mai mulți politehnicieni, fie ei ingineri sau matematicieni (excepții de la această regulă: prof. E. Nicolau și prof. O. Stănășilă). În mod special atrage atenția insuficienta înțelegere a rolului logicii matematice moderne (calcula-

bilitate, recursivitate, mașini generative, teoremele lui Gödel) și al combinatoricii în construirea modelelor matematice ale lumii reale.

Desigur, orice specialist are tendința de a exagera specificul propriului său domeniu. Dar nu cumva orientarea la care asistăm și care se va accentua în viitor este tocmai aceea a micșorării diferențelor dintre învățămîntul universitar și cel politehnic, dintre funcția cognitivă și funcția utilitară a matematicii? La o examinare atentă, multe dintre dezideratele exprimate de ingineri rămîn la fel de valide pentru orice formație matematică. Asocierea echilibrată a teoriei generale și situațiilor individuale, a intuiției și logicii este necesară în orice educație sănătoasă a gîndirii. Să observăm apoi că unele domenii tradițional universitare, ca cele umaniste, au fost suplimentate, de vreo 25 de ani, cu o problematică inginerească, de exemplu în lingvistică, în psihologie, în istorie, în diferitele arte, în primul rînd datorită pătrunderii calculatorului în aceste domenii. Învățămîntul univeristar se inginerizează, cel politehnic se extinde spre aspectele cognitive. Procesul acesta se reflectă și în structura institutelor de învățămînt superior. Ce este, de exemplu, celebrul MIT (Massachusetts Institute of Technology) din Cambridge, U.S.A., o instituție inginerească sau universitară? Numele său ar sugera prima variantă, dar cei ce au vizitat acest institut știu că realitatea este mai complexă. De cîteva decenii, MIT, prin savanți ca Roman Jakobson, Noam Chomsky și Morris Halle, a fost centrul de unde au iradiat prefacerile revoluționare din lingvistica modernă, situație care nu corespunde deloc imaginii tradiționale a unui institut ingineresc. Departamentele de informatică, în cadrul cărora aspectele cognitive și cele utilitare se împletesc în mod organic, conferindu-le un caracter deopotrivă universitar și ingineresc, au devenit frecvente în toată lumea.

Şansa culturală a matematicii

Dacă în ansamblu reprezentanţii ştiinţelor naturii şi ai tehnicii manifestă receptivitate faţă de procesul de matematizare, situaţia este mai precară în celelalte domenii. Nu lipsită de popularitate s-a dovedit ideea caracterului manipulativ al matematicii care, datorită ermetismului ei, este folosită, după părerea unora, într-un mod care nu poate fi controlat pe cale democratică. La această idee, pe care în anii din urmă o susţinea un viitorolog ca Johan Galtung, adera, într-un trecut nu prea îndepărtat, Mihai Ralea (*Caracterul antiuman şi antiştiinţific al psihologiei burgheze americane*, Editura de Stat, Bucureşti, 1954, p. 144): „Acrobaţiile matematice, greu de însuşit de către oameni fără cultură specială au scopul ca, cu ajutorul acestor speculaţii, să ascundă caracterul idealist al psihologiei S.U.A. (...) Învelişul matematic se transformă într-un refugiu al idealismului. După cortina de fum a ecuaţiilor şi formulelor se ascund concepţii idealiste şubrede, dar otrăvitoare, a căror reputaţie compromisă trebuie să fie camuflată într-un înveliş matematic". Aceste consideraţii se voiau o replică la faptul că una şi aceeaşi formulă matematică era propusă ca model al unor procese de învăţare dintre cele mai diferite. Aşa se ajunsese şi la contestarea cibernetici, care aşezase sub acelaşi semn unele procese relative la maşini cu altele relative la om şi animale.

După alţi cercetători, matematizarea ar fi o simplă modificare de cod, o traducere dintr-o limbă mai cunoscută în alta, mai puţin cunoscută. Petre Botezatu considera că „matematica trebuie tradusă în limbajul uzual" pentru a o face accesibilă, iar după Ştefan Odobleja (*Psihologia consonantistă şi cibernetica*, Editura „Scrisul Românesc", Craiova, 1979, p. 236) „a matematiza este a traduce, iar traducerea nu-l transformă pe traducător în autor.

Dacă se traduce *Regele Lear* în românește...“ Continuarea poate fi ușor ghicită. O asemenea caricatură a procesului de matematizare amintește de dezideratul exprimat uneori în ceea ce privește poezia, cerîndu-i poetului să-și traducă poezia în limbajul uzual, pentru a se face înțeles.

Dacă pentru unii matematizarea este, ca mai sus, un mijloc de camuflare, pentru alții ea este o sursă de spaimă. Referindu-se la cartea *Mihai Eminescu* (Culegere de studii și articole) de G. Călinescu, acad. Șerban Cioculescu scrie (*Eminesciana*, în „Luceafărul“ din 9 septembrie 1978) : „Aplaudăm însă și subscriem aceste cuvinte, referitoare la panmatematismul contemporan, care a invadat și filologia : «Cît despre metodele matematice, ele mă sperie și, barbar, rămîn la ele rebarbativ»“.

Alarmantă este viziunea tot mai răspîndită printre umaniști a unei matematici care concurează disciplinele umaniste, mai mult, le amenință însăși ființa lor. Într-o discuție (Valeriu Mangu, *De vorbă cu Iorgu Iordan*, Editura Minerva, București, 1982, p. 155), acad. Iorgu Iordan exprima această teamă într-un mod direct : „Un limbaj universal este, însă, cel științific. Poate, în momentul cînd toți oamenii de pe pămînt vor ști matematică într-un grad superior, acest deziderat se va realiza. Ar însemna atunci că va dispărea cultura umanistă, fiind înlocuită cu una științifică. Cine știe ?“ Este aceasta o opinie izolată ? Nicidecum. Iată o altă situație, mai generală. Multe dintre pledoariile în favoarea limbii și literaturii române în școală își dezvoltă argumentele pe seama culturii matematice tehnico-științifice, din vina căreia s-ar fi ajuns la o marginalizare a culturii umaniste în școală. Iată, de exemplu, ce crede lingvistul și scriitorul Ion Coja (*Statutul general al filologiei mi se pare în suferință*, „Suplimentul literar-artistic al Scînteii Tineretului“ din 10 octombrie 1982) : „Statutul general al filologiei mi

se pare în suferință. Crește printre filologi un fel de sentiment al vinovăției. Mai pe față, mai cu subînțeles, prea mulți factori de răspundere iresponsabili afirmă inutilitatea noastră. Sînt la modă inginerii, matematicienii. E secolul lor. Cu ce se ocupă însă aceștia? Bunăoară cu fabricatul televizoarelor. La ce-s bune televizoarele? Ca milioane de spectatori să poată urmări o piesă de teatru, un film, un balet! Nu? Adică fabricăm televizoare pentru a răspîndi mai larg și mai adînc cultura, literatura! și nu ingineria".

Mai e oare nevoie să argumentăm precaritatea unor asemenea considerații? Cu exemple de acest fel se poate demonstra orice. Plasîndu-ne într-o asemenea logică, am putea argumenta că limba nu este decît un instrument pentru a comunica adevăruri matematice, inginerești etc., deci că limba e numai un mijloc iar celelalte sînt un scop. Dar, desigur nu vom cădea în capcana naivă a ierarhizării unor valori care au o nevoie organică unele de altele. O atare concepție este dăunătoare pentru întreaga cultură, dar ea a fost combătută de atîtea ori și cu argumente atît de convingătoare (un singur exemplu: Gr. C. Moisil în *Știință și umanism*, Editura Junimea, Iași, 1979), încît nu vedem ce s-ar mai putea adăuga. Dar nu putem eluda aici partea de răspundere care revine matematicienilor și, în general, reprezentanților culturii tehnico-științifice care, de multe ori, ei înșiși nu realizează potențialul cultural al specialității lor. Simptomatic în această privință este faptul că foarte mulți profesori de matematică, fizică, chimie etc. nu dau nici o atenție chestiunilor de limbă și, în general, de exprimare. Greșelile de gramatică, exprimările defectuoase, încălcarea regulilor de ortografie sînt penalizate, de cele mai multe ori, numai de către profesorul de română. Se uită că profesori de română trebuie să fim toți cei care, predînd o disciplină sau alta, folosim drept cod al comunicării

limba română. Profesorul de matematică din România este implicit și profesor de română. Dacă aceasta nu se întîmplă, atunci impactul cultural al matematicii, relațiile ei cu disciplinele umaniste sînt grav compromise.

Privind în propria noastră grădină, noi, matematicienii, vom găsi de altfel și alte buruieni. Stereotipia problemelor din unele manuale de matematică a devenit proverbială. Mulți oameni de cultură au rămas marcați toată viața de amintirea lor neplăcută, de natura mașinală a jargonului matematic. Umoristul canadian Stephen Leacock a ironizat undeva aceste probleme fabricate cu personaje care acționează demențial, ca-n filmele cu Stan și Bran. „Personajele care iau parte la intriga dramatică a unei probleme sînt în număr de trei și se numesc A, B și C. Întrebarea care se pune sună de obicei cam așa : A, B și C îndeplinesc împreună o anumită lucrare. A muncește într-o oră cît B în două ore sau C în patru. Să se afle în cît timp își vor termina tustrei lucrarea. Sau astfel : A, B și C sînt puși să sape un șanț. A poate să sape într-o oră cît sapă B în două ore, iar B la rîndul lui sapă de două ori mai repede decît C. Să se afle în cît timp... Sau : A face rămășag cu B și C că poate fugi mai repede decît ei. A fuge o dată și jumătate mai repede decît B...“ Desigur, dacă pentru a justifica studiul ecuațiilor sau al aritmeticii este nevoie să recurgem la astfel de situații „scoase din buzunar“, șansa matematicii de a fi altceva decît o corvoadă este serios compromisă.

Amintirea neplăcută — uneori sub formă de coșmar — a orelor de matematică din școală a pătruns și în literatură. Iată un exemplu dintre cele mai recente. În *O lecție de logică* („Viața Românească“, octombrie 1982, p. 42—44), Alexandru George își amintește modul în care, la o lecție de geometrie, a încercat să se lase supus „torturii ilogicului... care trebuie să fi semănat cu tortura conștiinței de pe vre-

mea Inchiziției"... Fiind scos la tablă, iată ce-și amintește : „M-am chinuit deci o jumătate de oră să nu recad în realitate și să nu mă las dus fără voie în angrenajul logicii. La urmă, am scris, la dictarea profesorului, această frază perfectă, cu impecabila mea pe atunci caligrafie : «În cazul unui triunghi înscris într-un cerc, la unghiuri egale se opun unghiuri egale și reciproc»".

Situația socială a matematicii, în raport cu celelalte discipline, este de multe ori asemănătoare cu aceea din povestea cu tatăl, copilul și măgarul care se duceau la tîrg și oricum procedau (copilul călare pe măgar, tatăl călare pe măgar sau nici una nici alta) își atrăgeau criticile trecătorilor. Cînd matematica duce la rezultate care confirmă așteptările intuitive, i se reproșează că nu aduce nimic nou. Cînd infirmă aceste așteptări, este acuzată că se opune realității. Cînd, în sfîrșit, nu se întîmplă nici una nici alta, este ruptă de realitate. Mulți matematicieni care se ocupă de aplicații în alte discipline pot confirma prin exemple fiecare dintre aceste situații. Absența unor verigi intermediare în comunicarea dintre matematician și profan, trecerea bruscă din jargonul matematic (sărac în motivații, comentarii și interpretări) în limbajul uzual și reciproc produc neînțelegeri de tipul menționat. Dacă matematica este reprezentată ca o simplă operație de traducere, așteptările pot fi într-adevăr grav înșelate. Formulez o problemă în limbajul cotidian, o traduc matematic, o rezolv, apoi traduc soluția înapoi în limbajul uzual. Nu negăm că uneori un atare itinerar este posibil și relevant ; dar, în general, el este, cum am mai spus, o caricatură a procesului de matematizare, o caricatură la fel de grosolană ca acea care s-ar obține dacă am proceda așa cu relația dintre limbajul poetic și cel uzual. Aceasta nu înseamnă, desigur, că matematica este infailibilă.

Într-un articol (*Why Mathematics in Social Sciences*, în H. H. Holm and E. Rudeng eds., „Social Science — For What ?" Festschrift for Johan Galtung, Oslo-Bergen-Tromso, 1980, p. 206—212) am distins patru modalități de a invoca matematica : a) din snobism, b) deoarece (ca și unele medicamente) nu face rău ; c) pentru că e utilă ; d) pentru că este inevitabilă. După cum se observă, aceste distincții sînt operate din punctul de vedere al intențiilor celui care se prevalează de matematică. Nu este însă greu de observat că modalitățile a și b aduc de multe ori prejudicii serioase procesului de comunicare științifică și prestigiului matematicii în rîndul celorlalți specialiști. Față de ceea ce nu înțelegi, este suficient cel mai mărunt argument sau numai un pretext pentru a adopta o atitudine de respingere. Omul, cînd nu înțelege, e contra, observa Gr. C. Moisil. Au fost suficiente cîteva (și de fapt au fost mai multe) articole proaste de aplicare a statisticii matematice în domeniul umanist pentru a-i transforma pe mulți umaniști în adversari ai metodelor statistice, după cum astăzi un singur articol simplificator privind utilizarea calculatorului în umanistică este suficient pentru a-i determina pe unii umaniști să vadă în calculator un factor de dezumanizare.

O situație mai subtilă este aceea în care cei lipsiți de cultură matematică se consolează cu argumentele pe care chiar matematicienii le aduc în sprijinul razei de acțiune limitate a matematicii. În această privință, este de obicei invocată teorema lui Gödel, după care un sistem formal al aritmeticii nu poate fi în același timp necontradictoriu și complet. O rafinată poetă și cercetătoare literară (Irina Mavrodin, *Introducere la semiologia literaturii*, „România literară" din 23 noiembrie 1978) crede că ne aflăm într-un moment în care „matematicienii și logicienii înșiși au constatat că pînă și în domeniul științelor formale for-

malizarea integrală eșuează de îndată ce o teorie ajunge la un anume grad de complexitate ; or, obiectul care este limba și, cu atît mai mult, cel care este literatura este infinit mai complex decît cel al axiomaticii — nu se iluzionează asupra valorii extrapolării unor proceduri din domeniul științelor exacte în cel al științelor umaniste, prin intermediul lingvisticii". Se poate observa aici modul în care dintr-o premisă corectă — imposibilitatea formalizării totale — se alunecă într-o concluzie falsă : contestarea, în disciplinele umaniste, a oricărei proceduri provenind (prin lingvistică) din științele exacte. Cum este posibil să apară această logică rudimentară a lui „sau totul, sau nimic", la un autor obișnuit să opereze disocieri subtile și care repudiază tocmai simplificările în plasa cărora de astă dată a căzut ? Teorema lui Gödel ne pune în fața cu două deziderate naturale, care însă nu pot fi satisfăcute în același timp. Ea arată numai limitele formalizării, nu inutilitatea sau imposibilitatea ei.

*

Desigur, nu am discutat decît cîteva dintre chestiunile pe care le ridică prezența socială a matematicii în lumea contemporană.

Matematica românească, cu tradiții glorioase și realizări recunoscute în întreaga lume, va găsi, fără îndoială, calea de rezolvare a unor probleme atît de spinoase ca cele de mai sus. Sprijinul întregii noastre societăți va fi decisiv în această privință.

Summary

PREFACE 13

The challenge of axiomatic thinking

From Euclid to Spinoza 19
The axiomatic thinking in offensive . . . 20
The axiomatics, between physics and logic . 22
A distinction which did not resist : axiom-postulate 23
A new stage of the axiomatic thinking . . 25
A halt at the Riemann geometry 26
A stronger relation between geometry and experiment 28
Children and axiomatics 29
Possibility of axiomatic dictionaries . . . 31
In absence of axioms, circularity appears . . 33
Logic axioms and linguistic axioms . . . 35
An essential moment : the choice of the axioms 37
How is born a system of axioms 38
The Galois group 39
Between axiom and its interpretation . . 41
The truth of the axioms or the truth of their interpretations ? 42
The relative non-contradiction 44
Independence of a system of axioms . . . 45
Some more difficult cases 47
Completeness and categoricity 48
Categoricity of a system of axioms 50
Axiomatization of a part of the plane geometry 52
First concepts, then axioms 54
From traditional to modern view 55

Gödel's challenge 57
The metamathematics 58
The incompleteness theorem 59
Richard's paradox 61
Gödel's numbering 63
However, the paradox cannot be avoided . 64
A non-contradictory formalization is incomplete 66
An analogy with the liar paradox 69
Impossibility of a proof of absolute non-contradiction 70
A Gödel machinery 71
A more general formal system 72
A Gödel type abstract theorem 74
A dilemma concerning true but non-provable statements 75
A strange pair of statements 77
Decision procedures 78
Decidable and non-decidable theories . . . 79

The Challenge of physics

Einstein-Podolsky-Rosen's challenge . . . 82
Bell's theorem 85
The „bootstrap" hypothesis 89
Physics and topology 92
Bohm's ideas 95
The strange mathematics of quantum mechanics 98
Implicate order, matter and energy . . . 102
From fragmentation to unity 105
Bohm about time 107
Is the universe of a holographic nature? . 110
The brain as a hologram 113

The challenge of medicine

The Magellan moment of medicine 118
Linear and circular 122
Linearity as a source of illness 126
The human factor 129
At every five years we change our atoms . . 132
Circularity as destiny 136
Medicine and dissipative structures . . . 139

Science challanges philosophy ; the distinction discrete-continuous

Starting from the Riemann hypothesis . . 143
The intimate nature of things 146
Connexion and non-interruption 150
Whole and part ; the non-quantificable . . 154
Mereology as a generalization of geometry . 158
The discrete of science and the continuum of poetry 161
Is discrete mathematics a danger for the continuous mathematics ? 165
Algorithmic discreteness viewed by D. E. Knuth 168
Discreteness's offensive 172
Discrete, continuous and again discrete . . 175

Philosophy challenges science

„Ethic neutrality" of science 180
The specialized intelligencies 183
Steiner's challenge 185
Noica's challenge 188
Is philosophy of science philosophy ? . . 191
Man is his interaction with the world . . 194
Is a Monsieur Jourdain of science possible ? . 198
What is exactness ? 202
Exactness and truth in interaction 205
Truth, meaning, value 209

The challenge of energy

Energy and time 213
Economic and technologic aspects of energetic systems 217
Physics and economy challenge each other . 220
Energy, history, culture 224
Beyond the fossil fuels 227
Economic organization and energy 231
Through entropy and information, from physics to economics 234
Selforganization and far from equilibrium systems 238
Aspects of the Romanian thinking about energy and entropy 243

The challenge of social sciences

Where does science begin ? 247
Between model and theory 249
Bunge and Singer about theory 251

Proto-science, science, observation and experiment 253
Why mathematics in social sciences? . . . 255
Mathematics and the modeling of social processes 257

The challenge of information

To receive and to produce information . . 263
A personal testimony 265
Accumulation, selection, compression . . . 267
To increase the exchange capacity of our journals 268
A tremendous information comes to us only if we are going to it 270
Oral science and direct contacts 271
Information and creativity 272
Two opposite exaggerations 274
Praise of the paper 276
From papirus to paper and from paper to printing 277
From the memory of the paper to the memory of the computer 279
Two types of illiteracy 281

The challenge of languages

The distinction *langue-langage* 283
Human languages, natural languages, formal languages 285
Priority of natural languages 287
The artificial, as a means to understand the natural 290
Universal grammars 292
The distinction natural-artificial 295
Human language = natural language? . . . 296
Inferiority and privilege of artificial languages 297
Languages for international communication . 299
Freudenthal's retort 300
Specialized artificial languages 301
Linguistic universals 302
Status of well-formed strings 303
Infinity 303
The gap between competence and performance 304
Additive or integrative semantics? 305
Uses beyond the initial finality 306
Presence of phenomena of ambiguity . . . 307
Duality of patterning 308

Presence of a rhetoric 310
Tendency towards poeticity 310
Possibility of self-reference 312
Impossibility to learn the language before using it 312
The language of science and the public judgment 313
Between Hjelmslev and Gödel 316
The challenge of programming languages . 319
Mathematical linguistics, today 322
New forms of the interference of linguistics and mathematics 326
Human communication: a common fact and an enigma 330

The challenge of history

Mathematics and history 336
History and strategy 341
Between the historical and the fictional discourse 345
From Xenopol to Ferdinand de Saussure . . 349
History as seriality 354
History as text 358

The challenge of social indicators

Introduction 363
Indicators are signs 365
Incursion in semiotics 367
Indicators, as indexical signs 371
Indicators and global problems 373
Indicators, as iconic signs 376
Indicators as symbols 380
Symbolic function and social contract . . 382
Culture — a trade with signs 383
Indicators and human development . . . 385
From isolated indicators to systems of indicators 387
An attempt of systematization 389

The challenge of school curricula and textbooks

How was Euclid contested 396
Towards a science accessible to many people . 399
The quarrel of „modern mathematics" . . 403
The mathematicians challenge the physicists . 406
Utility of the gratuitous 410

„Bring back geometry!" 413
René Thom about rigor 417

The social and cultural challenge of mathematics

From the set-theoretic revolution to the computational revolution 422
From the first to the second industrial revolution 423
Abolition or attenuation of some old distinctions 426
Mutations in the structure of learning processes 428
Mathematics and global problems of mankind 431
The need of mathematics and how to be aware of it 433
Human intelligence and formation of mathematical thinking 437
Attention! The computer! 438
Dangers in using computers 440
Training with games anticipates the algorithmic thinking 441
Interdisciplinarity — strategies and implications 444
Mathematics and the technological world . . 446
The cultural chance of mathematics . . . 451

Sommaire

PRÉFACE 13

Provocation de la pensée axiomatique

De Euclide à Spinoza 19
La pensée axiomatique en offensive . . . 20
L'axiomatique, entre physique et logique . . 22
Une distinction qui n'a pas résisté : axiome-postulat 23
Une nouvelle étape de la pensée axiomatique . 25
Un arrêt à la géometrie de Riemann . . . 26
Connexion étroite entre géometrie et expériment 28
Les enfants et l'axiomatique 29
Possibilité des dictionnaires axiomatiques . 31
En absence des axiomes, apparaît la circularité 33
Axiomes logiques et axiomes linguistiques . 35
Un moment essentiel : le choix des axiomes . 37
Comment naît un système d'axiomes . . . 38
Le groupe de Galois 39
Entre axiome et son interprétation 41
La vérité des axiomes ou bien de leurs interprétations ? 42
La non-contradiction relative 44
Indépendance d'un système d'axiomes . . . 45
Quelques cas plus difficiles 47
Complétitude 48
Catégoricité d'un système d'axiomes . . . 50
Axiomatisation d'une partie de la géométrie plane 52

D'abord les concepts, ensuite les axiomes . . 54
De la conception traditionnelle à la conception moderne 55
La provocation de Gödel 57
La métamathématique 58
Le théorème d'incomplétitude 59
Le paradoxe de Richard 61
La numération de Gödel 63
Et pourtant, le paradoxe ne peut pas être évité 64
Une formalisation non contradictoire est incomplète 66
L'analogie au paradoxe du menteur . . . 69
L'impossibilité d'une démonstration de non contradiction absolue 70
Une machine Gödel 71
Un système formel plus général 72
Un théorème abstrait de type Gödel . . . 74
Un dilemme concernant les énoncés vrais, mais non démontrables 75
Une paire bizarre d'énoncés 77
Procédures de décision 78
Théories décidables et théories non décidables 79

Provocation de la physique

La provocation Einstein-Podolsky-Rosen . . 82
Théorème de Bell 85
Hypothèse du „bootstrap" 89
Physique et topologie 92
Les idées de Bohm 95
L'étrange mathématique de la mécanique quantique 98
L'ordre impliqué, la matière et l'énergie . . 102
De la fragmentation à l'unité 105
Bohm sur le temps 107
Est-il l'univers de nature holographique ? . . 110
Le cerveau comme hologramme 113

Provocation de la médecine

Le moment Magellan de la médecine . . . 118
Linéaire et circulaire 122
La linéarité comme source de maladie . . . 126
Le facteur humain 129
Après cinq années nous sommes autres . . 132
La circularité comme destin 136
La médecine et les structures dissipatives . . 139

La science provoque la philosophie ; le discret et le continu

En partant de l'hypothèse de Riemann . . 143
La nature intime des choses 146
Connexion et non-interruption 150
Entier et partie ; le non-quantifiable . . . 154
La méréologie comme généralisation de la géometrie 158
Le discret scientifique et le continu poétique . 161
La mathématique discrète détronne-t-elle la mathématique continue ? 165
Le discret algorithmique, selon D. E. Knuth . 168
L'offensive du discret 172
Discret, continu et de nouveau discret . . 175

La philosophie provoque la science

Neutralité ethique de la science 180
Les intelligences spécialisées 183
La provocation de Steiner 185
La provocation de Noica 188
Est-elle la philosophie des sciences philosophie ? 191
L'homme est son interaction avec le monde . 194
Est-il possible un Monsieur Jourdain de la science ? 198
Qu'est-ce-que l'exactité ? 202
L'exactité et la vérité en interaction . . . 205
Vérité, sens, valeur 209

Provocation de l'énergie

Energie et temps 213
L'économique et le technologique dans le système énergétique 216
La physique et l'économie se provoquent réciproquement 220
Energie, histoire, culture 224
Au-delà des combustibles fossiles 227
Organisation économique et énergie . . . 231
Far entropie et information, de la physique à l'économie 234
Auto-organisation et les systèmes loins de l'équilibre 238
De la pensée energétique-entropique roumaine 243

Provocation des sciences sociales

Où commence la science ? 247
Entre modèle et théorie 249

Bunge et Singer sur la théorie 251
Protoscience, science, observation et expériment 253
Pourquoi les mathématiques dans les sciences sociales ? 255
La mathématique et la modélation du social . 257

Provocation de l'information

Recevoir, mais aussi produire de l'information 263
Un avenir personnel 265
Accumulation, séléction, comprimation . . . 267
Renforcer la capacité d'échange de nos journaux scientifiques 268
Une immense information vient vers nous seulement si nous allons vers elle . . . 270
La science orale et les contacts directs . . . 271
Information et créativité 272
Deux éxagérations de sens opposé . . . 274
L'éloge du papier 276
Du papirus au papier et du papier à l'imprimerie 277
De la mémoire du papier à la mémoire de l'ordinateur 279
Deux stades d'alphabétisation 281

Provocation des langages

La distinction langue-langage 283
Langages humains, langages naturels, langages formels 285
Priorité du langage articulé 287
L'artificiel, comme moyen de compréhension du naturel 290
Les grammaires universelles 292
La distinction naturel-artificiel 295
Langage humain = langage naturel ? . . . 296
Infériorité et privilège des langages artificiels 297
Langages pour la communication internationale 299
Réplique de Freudenthal 300
Langages artificiels spécialisés 301
Les universaux linguistiques 302
Statut des séquences correctement formées . 303
L'infinité 303
Le décalage entre compétence et performance 304
Sémantique additive ou intégrative ? . . . 305
Utilisations autres que celles envisagées préalablement 306

Présence des phénomènes d'ambigulté . 307
La double articulation 308
Présence d'une rhétorique 310
Tendance vers la poéticité 310
Impossibilité d'apprendre le langage avant son utilisation 312
Le langage de la science et le jugement public 313
Entre Hjelmslev et Gödel 316
Provocation des langages de programmation . 319
La linguistique mathématique, aujourd'hui . 322
Formes nouvelles de l'interférence de la mathématique et de la linguistique 326
La communication humaine : un fait commun et une énigme 330

Provocation de l'histoire

Mathématique et histoire 336
Histoire et stratégie 341
Entre le discours historique et le discours : fiction 345
De Xenopol à Ferdinand de Saussure . . . 349
L'histoire comme sérialité 354
L'histoire comme texte 358

Provocation des indicateurs sociaux

Introduction 363
Les indicateurs sont des signes 365
Une incursion en sémiotique 367
Les indicateurs, comme signes indiciaux . . 371
Les indicateurs et les problèmes globaux . 373
Les indicateurs comme signes iconiques . . 376
Les indicateurs comme symboles 380
La fonction symbolique et le contrat social . 382
La culture — un commerce de signes . . . 383
Les indicateurs et le développement humain . 385
Des indicateurs isolés aux systèmes d'indicateurs 387
Une tentative de systématisation 389

Provocation des programmes et des manuels écoliers

Comment a été contesté Euclide 396
Vers une science accessible à la plupart des gens 399
La querelle des „mathématiques modernes" . 403
Les mathématiciens provoquent les physiciens . 406

Utilité du gratuit 410
Géometrie, ne t'en va pas ! 413
René Thom sur la rigueur 417

Provocation sociale et culturelle de la mathématique

De la révolution ensembliste à la révolution computationnelle 422
De la première à la deuxième révolution industrielle 423
Abolition ou atténuation de certaines vieilles distinctions 426
Mutations dans la structure des processus d'apprentissage 428
Les mathématiques et les problèmes globaux de l'humanité 431
Conscience du besoin de mathématique . . . 433
L'intelligence humaine et la formation de la pensée nathématique 437
Attentic à l'ordinateur ! 438
Dangers dans l'utilisation des ordinateurs . 440
L'entrainement ludique anticipe la pensée algorithmique 441
L'interdisciplinarité — stratégies et implications 444
Les mathématiques et le monde de la technique 446
La chance culturelle des mathématiques . . 451

Tehnoredactor : FLORICA PĂSLARU
Format 24/60 × 90. Coli editură 21,43. Coli tipar 19,67.
Bun de tipar 4 august 1987. Apărut — ianuarie 1988.

Comanda nr. 686/172
Întreprinderea poligrafică „13 Decembrie 1918",
str. Grigore Alexandrescu nr. 89—97, București,
Republica Socialistă România

(Continuare de pe ultima pagină a copertei)

L. de Broglie: Certitudinile și incertitudinile științei
• • • Procese revoluționare în știință și tehnică și dezvoltarea societății
• • • Știința și contemporaneitatea
• • • Catastrofă sau o nouă societate?
P. L. Kapița: Experiment, teorie, practică
J. W. Botkin, M. Elmandjra, M. Malița: Orizontul fără limite al învățării (Lichidarea decalajului uman)
I. Oltean: Limitele progresului și progresele limitelor
• • • Revoluțiile industriale în istoria societății
L. Grünberg: Opțiuni filozofice contemporane
A. Szent-Györgyi: Pledoarie pentru viață
• • • Rasismul în fața științei
A. Kastler: Această stranie materie
• • • Noua revoluție agrară în România
S. Lupasco: Logica dinamică a contradictoriului
A. Schaff: Istorie și adevăr
J. K. Galbraith: Știința economică și interesul public
• • • Problemele globale și viitorul omenirii
I. Oltean: Dialoguri despre viitor
M. E. Omeleanovski: Dialectica în fizica modernă
P.-H. Chombart de Lauwe: Cultura și puterea
J. Habermas: Cunoaștere și comunicare
D. Gabor, U. Colombo, A. King, R. Galli: Să ieșim din epoca risipei
B. de Jouvenel: Progresul în om
• • • Noile tehnologii de vîrf și societatea
A. Toffler: Al treilea val
Coordonator W. Häfele: Energia într-o lume finită
E. Fromm: Texte alese
Al. Boboc: Confruntări de idei în filozofia contemporană
• • • Știință, tehnologie, dezvoltare socială și umană
N. Iahiel: Sociologie și știință
M. Florescu: Enigmele și paradigmele materiei
I. Prigogine, I. Stengers: Noua alianță. Metamorfoza științei
S. Weinberg: Primele trei minute ale universului
M. Bunge: Știință și filosofie
• • • Microelectronica și societatea
H. Selye: Știință și viață
Al. Tănase: Umanismul și condiția umană în civilizația contemporană
Maria D. Popescu: Un posibil răspuns la dilemele dezvoltării. Procesul circular activ
Abdus Salam: Știința, bun al întregii omeniri
• • • Revoluția științifico-tehnică și aplicațiile ei în dezvoltarea socială a României
Andrei Roth: Individ și societate
Ovidiu Trăsnea: Filosofia politică
• • • Interdisciplinaritatea și științele umane
Karl Jaspers: Texte filosofice
• • • Hrană pentru șase miliarde
George Uscătescu: Proces umanismului
Abdur Rahman: Anatomia științei

ÎN COLECȚIA „IDEI CONTEMPORANE“ AU APĂRUT:

• • • Știință și sinteză — Colocviu UNESCO
R. Garaudy: Marxismul secolului XX
G. N. Volkov: Sociologia științei
L. Althusser: Citindu-l pe Marx
V. Roman: Revoluția științifică și tehnică. Eseuri
R. Richta și colectiv: Civilizația la răscruce
M. Dufrenne: Pentru om
L. Goldmann: Sociologia literaturii
P. V. Kopnin: Bazele logice ale științei
L. Nikolov: Cibernetica și economia
N. Wiener: Sînt matematician
N. N. Constantinescu: Problema contradicției în economia socialistă
I. Hermann: Kitsch-ul, fenomen al pseudoartei
A. Pelletier, J. J. Goblot: Materialismul istoric și istoria civilizațiilor
A. Toffler: Șocul viitorului
R. Florian: Reflecții asupra filozofiei marxiste
• • • Mutații contemporane în știință și tehnică și implicațiile lor
• • • Știință, filozofie, ideologie
M. Drăgănescu: Muncă și economie
• • • Revoluția științifică-tehnică și progresul
L. Sève: Marxismul și teoria personalității
G. Lukács: Ontologia existenței sociale
• • • Revoluția socialistă și revoluția științifică-tehnică
M. McLuhan: Galaxia Gutenberg
M. Mesarović, E. Pestel: Omenirea la răspîntie
C. Wright-Mills: Imaginația sociologică
T. Kotarbinski: Tratat despre lucrul bine făcut
• • • Revoluția științifică-tehnică și modernizarea forțelor de producție
M. Drăgănescu: Sistem și civilizație
E. Bonnefous: Omul sau natura?
C. I. Gulian: Marxism și structuralism
N. N. Constantinescu: Economia protecției mediului natural
I. T. Frolov: Progresul științei și viitorul omului
H. Marcuse: Scrieri filozofice
N. P. Dubinin: Mișcarea eternă
• • • Problemele păcii și ale războiului în condițiile revoluției științifice și tehnice. Necesitatea istorică a dezarmării
W. Heisenberg: Pași peste granițe
Coordonator **J. Tinbergen**: Restructurarea ordinii internaționale.
C. Lévy-Strauss: Antropologia structurală
• • • Corelația dintre infrastructura, structura și suprastructura societății socialiste din România în condițiile revoluției științifice și tehnice
N. Georgescu-Roegen: Legea entropiei și procesul economic
A. Toynbee: Orașele în mișcare
B. G. Kuznețov: Rațiune și ființare
L. Schrödinger: Ce este viața? Spirit și materie
B. Commoner: Cercul care se închide (Natura, Omul și Tehnica)
G. Prestipino: Natură și societate

(Continuare pe contrapagină)

EDITURA POLITICĂ

Lei 20